

Размеры и структура ядер

Р.М. Джилкибаев



Рассеяния Электронов Атомными Ядрами

Пионерские исследования рассеяния электронов с энергией > 100 МэВ атомными ядрами были выполнены [Р. Хофштадтером](#). По современным представлениям электрон считается бесструктурным (точечным) объектом $R < 10^{-3}$ Фм.

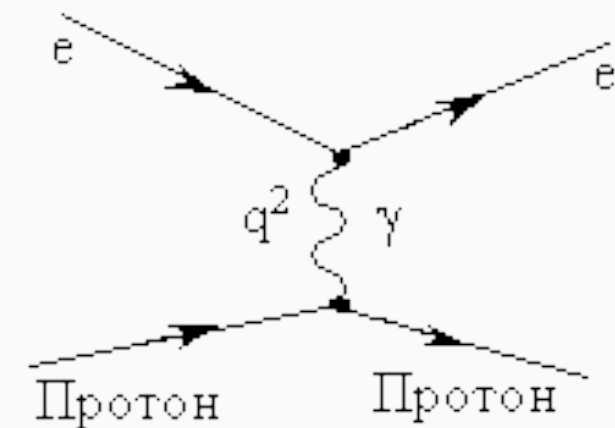
- Дифференциальное сечение рассеяния точечных частиц со спином $1/2$ и зарядом $Q = -e$ на точечной бесспиновой частице-мишени описывается формулой Мотта

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \left(\frac{d\sigma}{d \cos \theta} \right)_R \left[\frac{(1 + \cos \theta) / 2}{1 + \frac{(1 - \cos \theta) KE}{Mc^2}} \right]$$

Electron Rutherford formula

Electron magnetic moment effect

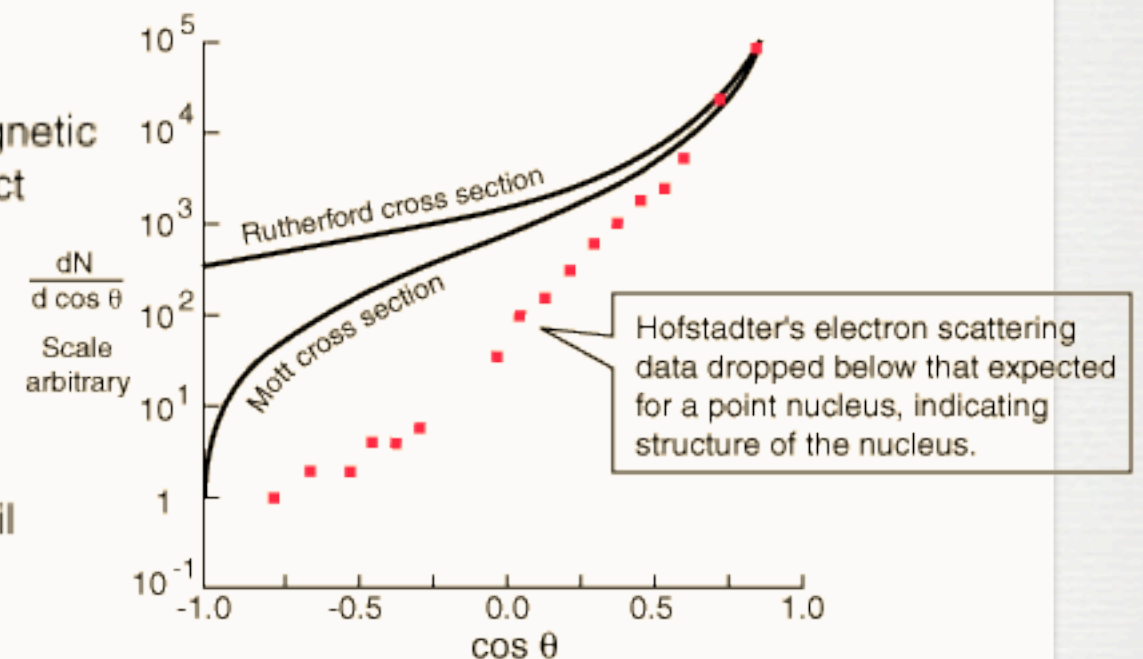
Nuclear recoil effect



ФОРМУЛА МОТТА

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \left(\frac{d\sigma}{d \cos \theta} \right)_R \left[\frac{(1 + \cos \theta) / 2}{1 + \frac{(1 - \cos \theta) KE}{Mc^2}} \right]$$

Electron
Rutherford
formula
Electron magnetic
moment effect
Nuclear recoil
effect



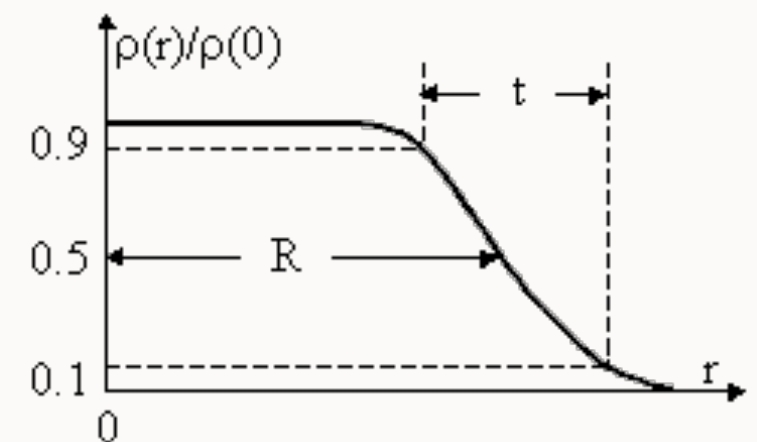
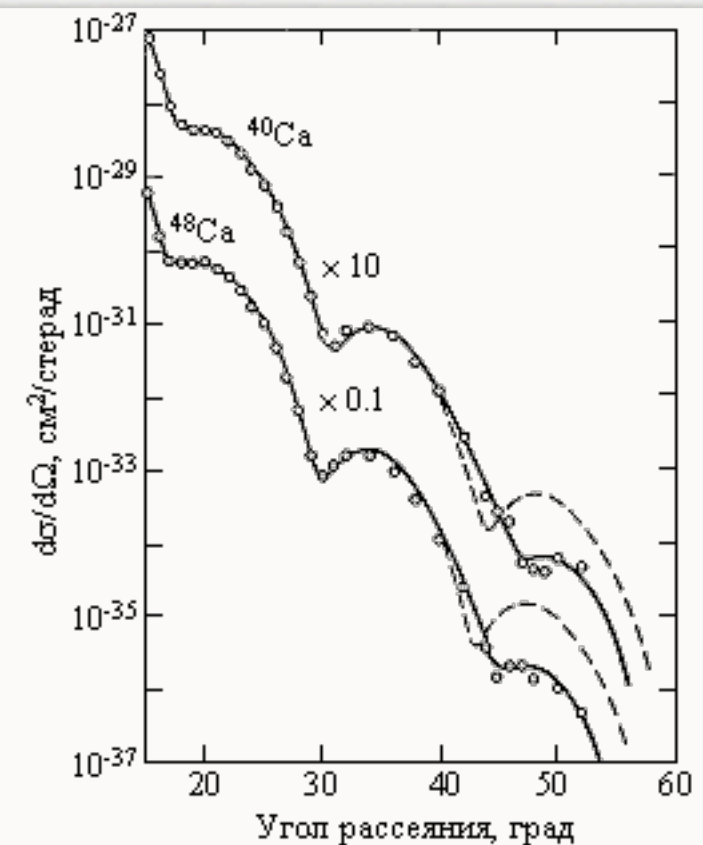
- Формула Мотта получена при следующих предположениях.
 1. Ядро и электрон точечные ($R_{\text{ядра}} = 0$, $R_e = 0$).
 2. Спин ядра и магнитный момент ядра равны 0 ($s_{\text{ядра}} = 0$, $\mu_{\text{ядра}} = 0$).
 3. Спин электрона $s_e = 1/2$. Величина магнитного момента электрона равен магнетону Бора ($\mu_e = \mu_B = e\hbar/2m_e c$).
 4. Механизм реакции - упругое рассеяние электронов на ядре.

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРА

- Зависимость дифференциального сечения рассеяния электронов с энергией 750 МэВ на ядрах ^{40}Ca и ^{48}Ca от угла рассеяния.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{эксп}} = |F(q^2)|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}}$$

- $|F(q)|^2 = \left| \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \sin(qr) \rho(r) r dr \right|^2$



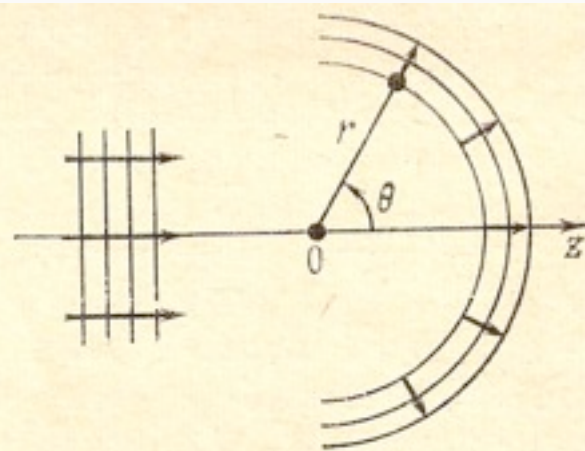
УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

■ Стационарное уравнение Шредингера

$$E\psi(r) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(r) + V(r)\psi(r)$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r})$$

$$\psi_k(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \left[\exp(ikz) + \frac{f(\theta)}{r} \exp(ikr) \right].$$



Фиг. 8. Граничные условия на бесконечности для задачи рассеяния.

Слева — плоская волна падающих частиц, справа — расходящаяся сферическая волна.

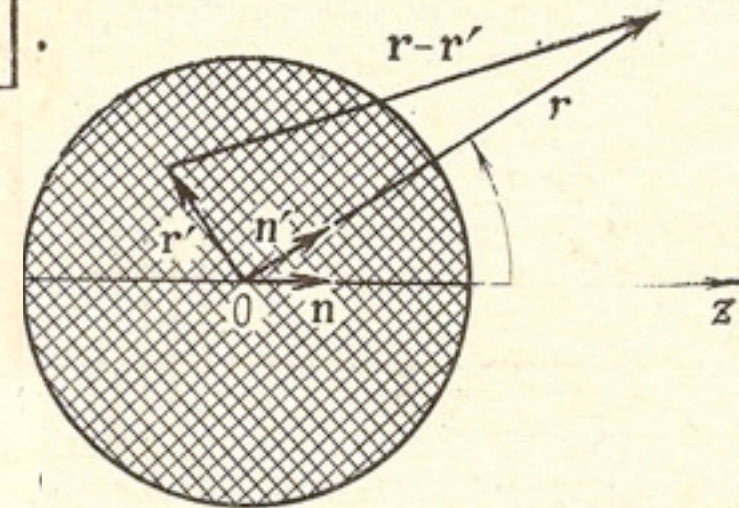
АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ И СЕЧЕНИЕ

$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 + r'^2 - (2\mathbf{n}' \cdot \mathbf{r}')r} \approx r - (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{r}')$,
где \mathbf{n}' — единичный вектор в направлении \mathbf{r} . Имеем

$$\psi_k(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \left[\exp(ikz) + \frac{f(\theta)}{r} \exp(ikr) \right].$$

$$\psi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3/2} \exp(ikz) - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|\}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} U(r') \psi_k^{(+)}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (2.20)$$

$$f(\theta) = -\frac{(2\pi)^{3/2}}{4\pi} \int \exp(-ik' \cdot \mathbf{r}') U(r') \psi_k^{(+)}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'.$$



Фиг. 13. Асимптотика функции Грина.

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1} \approx r^{-1} \left\{ 1 + \frac{(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{r}')}{r} \right\} \approx r^{-1}.$$

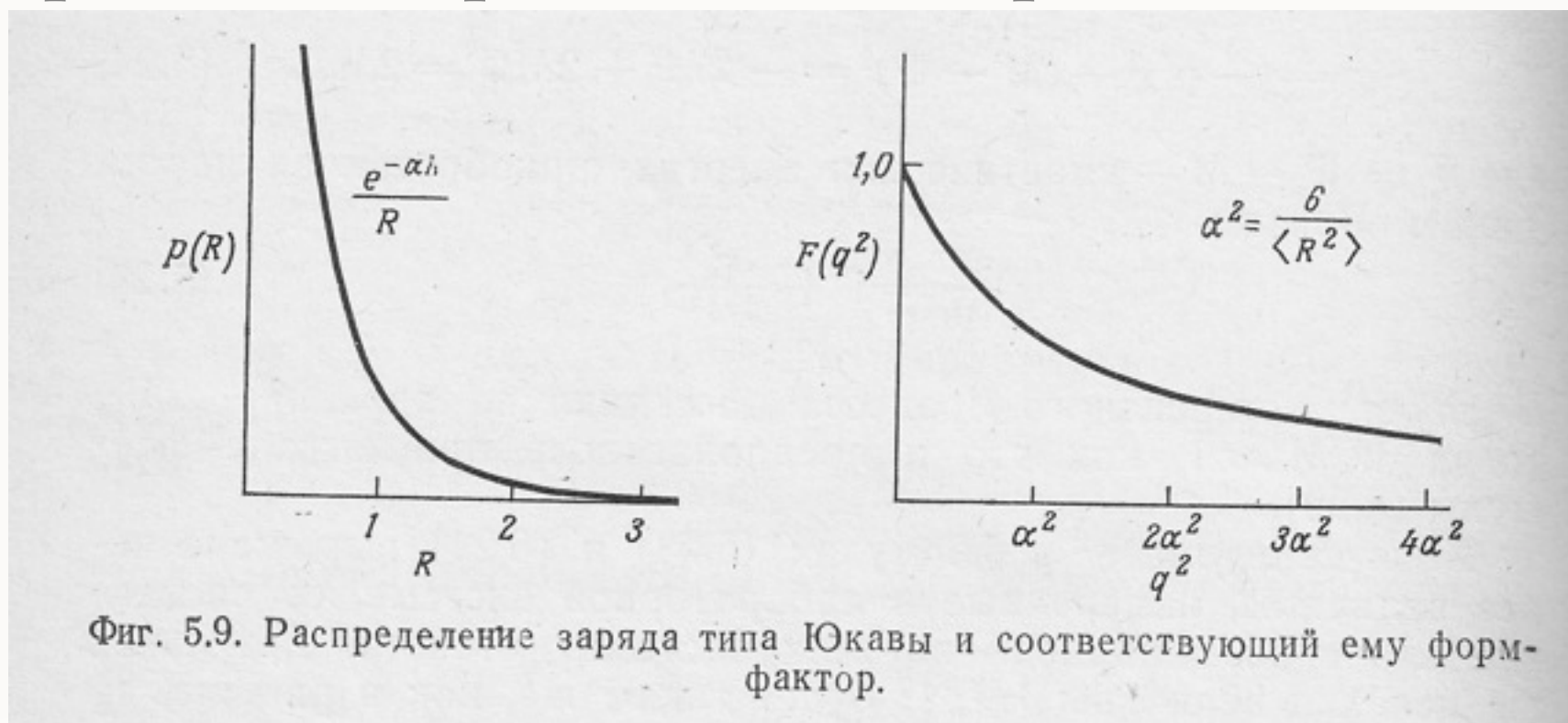
Подставляя это выражение в (2.20), получаем

$$\psi_k^{(+)}(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-3/2} \left[\exp(ikz) + \frac{\exp(ikr)}{r} \left\{ -\frac{(2\pi)^{3/2}}{4\pi} \int \exp(-ik' \cdot \mathbf{r}') U(r') \psi_k^{(+)}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \right\} \right]$$

■ $\sigma(\theta)d\Omega = |f(\theta)|^2 d\Omega$

ФОРМФАКТОР ЯДРА

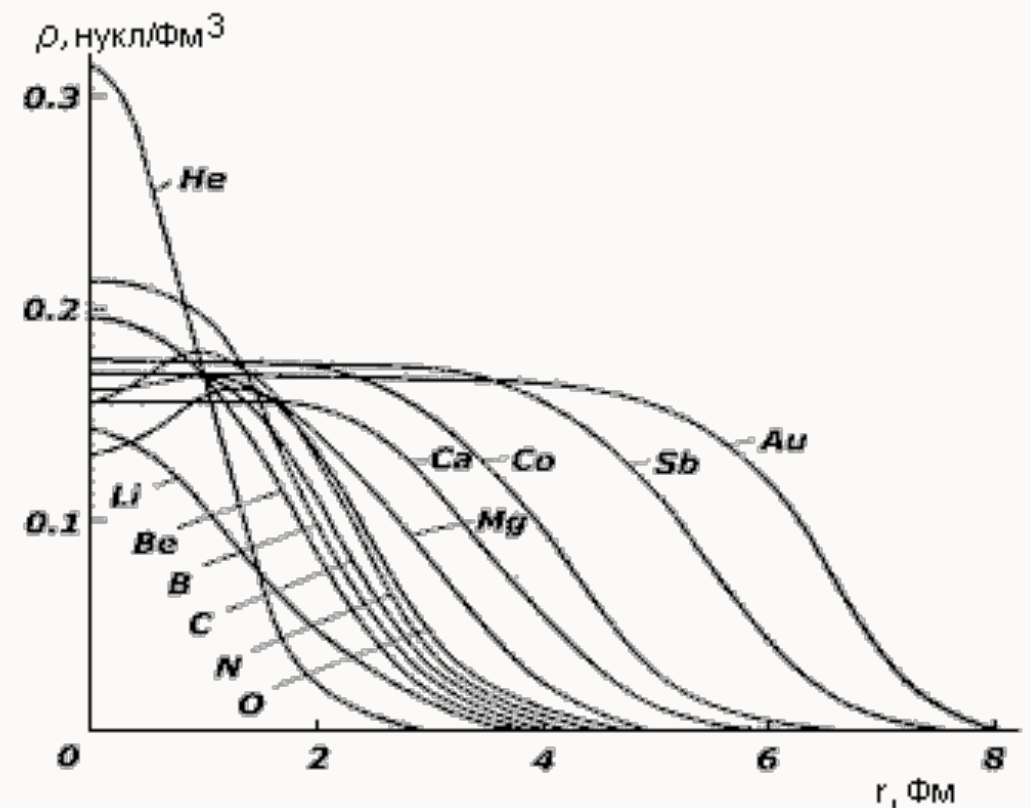
- Плотность заряда (Юкава) $\varrho(R) = \varrho_0 / R \exp(-\alpha R)$
- $F(q) = 1 / (1 + q^2 / \alpha^2), \quad \langle R^2 \rangle = 6 / \alpha^2$
 $F(q) = 1 / (1 + q^2 \langle R^2 \rangle / 6) = 1 - q^2 \langle R^2 \rangle / 6 + \dots$



ПЛОТНОСТЬ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

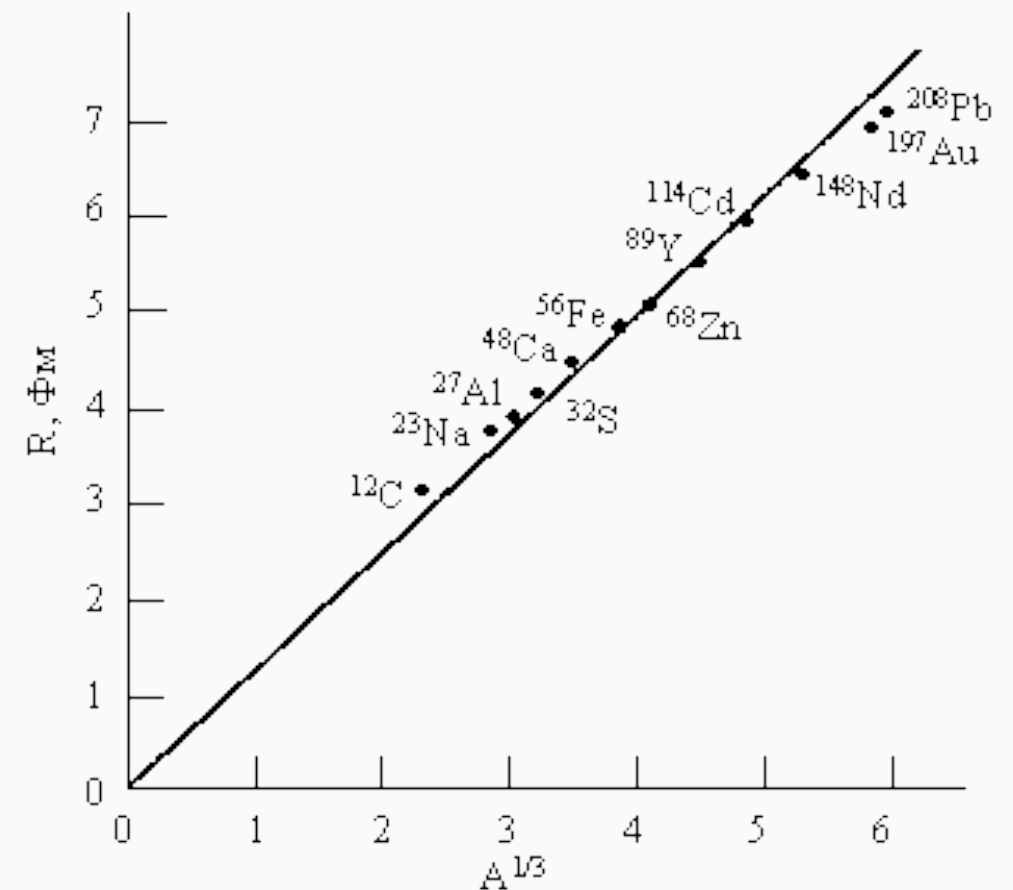
- Плотность распределения ядерной материи
- где ρ_0 - плотность ядерной материи в центре ядра, R - радиус ядра - расстояние, на котором плотность ядерной материи спадает в два раза, a - параметр диффузности
- Плотность ядерной материи в центре ядра ρ_0 приблизительно одинакова у всех ядер и составляет ~ 0.17 нукл./Фм³
- Толщина поверхностного слоя t (спад плотности от $0.9\rho_0$ до $0.1\rho_0$) у всех ядер примерно одинакова $t = 2.4$ Фм.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r-R)/a]},$$



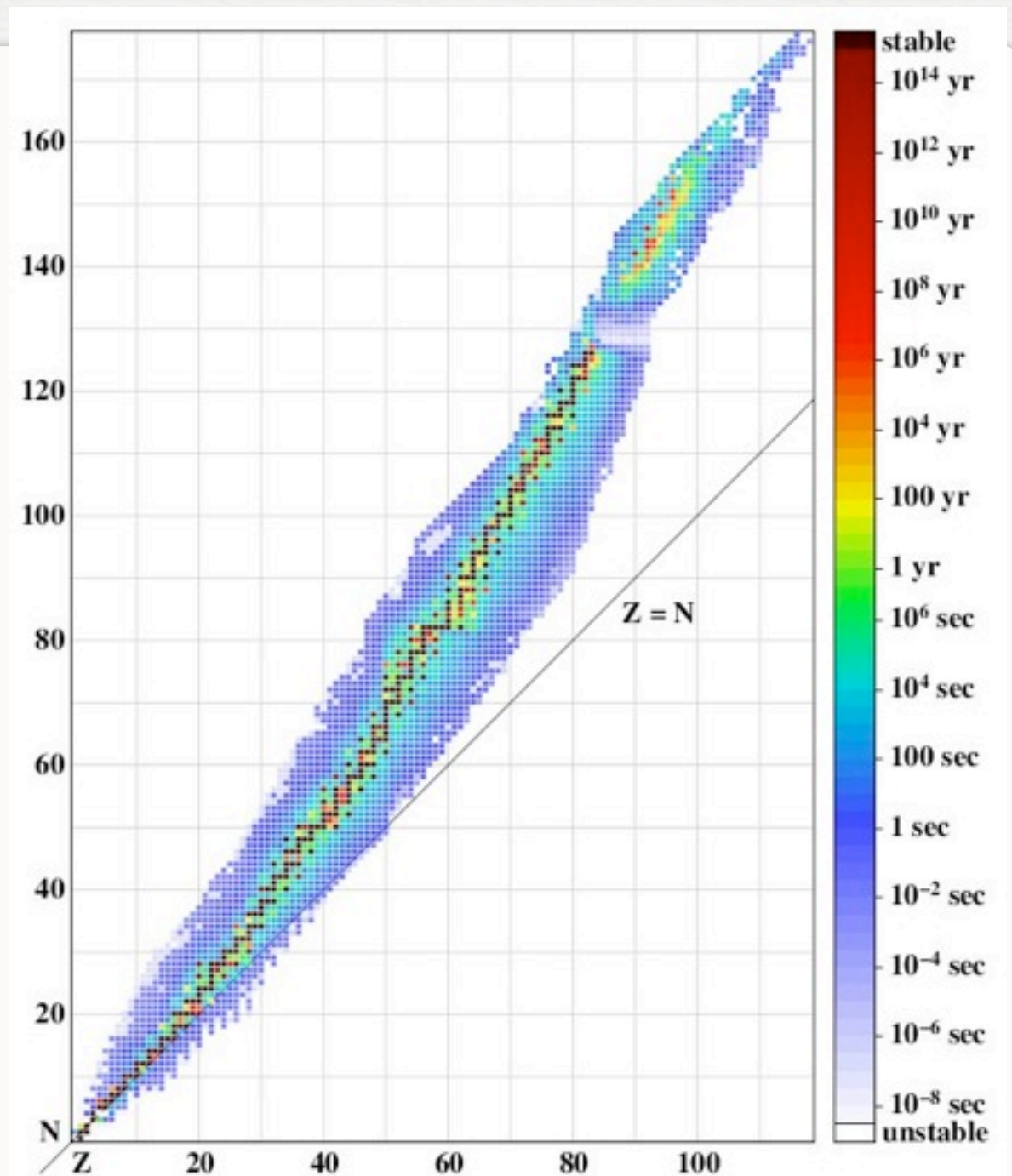
РАЗМЕРЫ ЯДЕР

- Величина радиуса ядра определяется числом нуклонов в ядре, $R = 1.3A^{1/3}$ Фм



N-Z ДИАГРАММА ЯДЕР

- $N/Z = 0.98 + 0.015 \cdot A^{2/3}$
- В настоящее время обнаружено
- ~ 3000 атомных ядер (изотопов)
- граница стабильности, энергия связи
- $\text{time}[\text{sec}] = 6.6 \times 10^{-22} / \text{MeV}$



СТРУКТУРА НУКЛОНА

- $\mu_p = 2.8 \mu_N$, $\mu_n = -1.9 \mu_N$; $\mu_N = eh/2m_p c$ (ядерный магнетон)

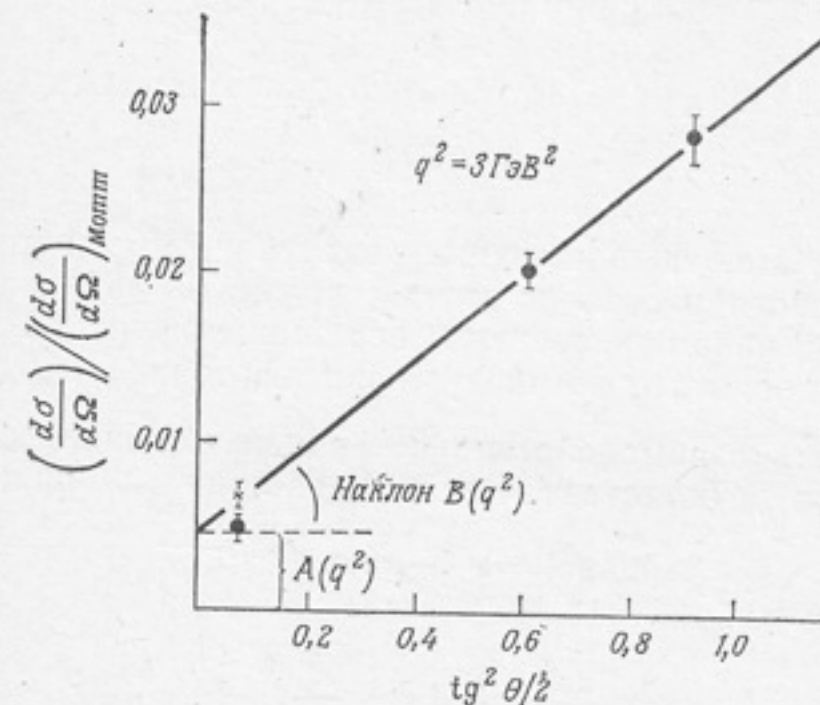
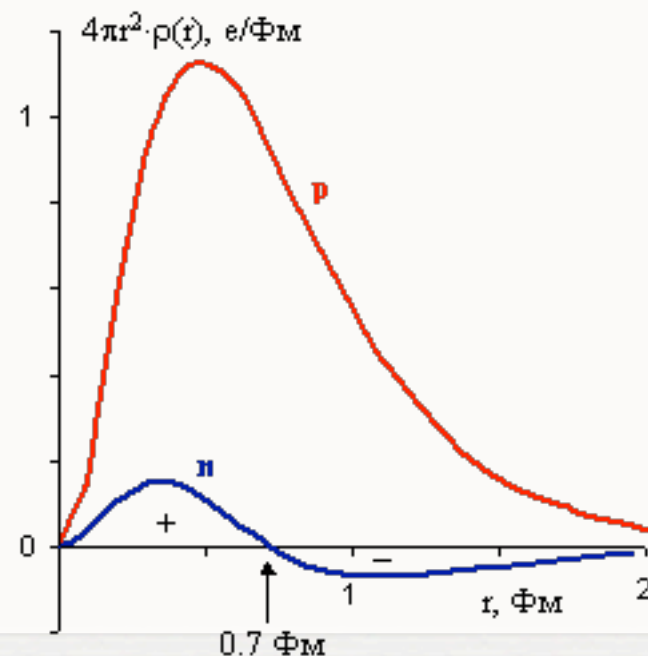
Зарядовые формфакторы $G_E(q^2)$; $G_E^p(0) = 1$; $G_E^n(0) = 0$,

Магнитные формфакторы $G_M(q^2)$; $G_M^p(0) = \mu_p = 2.79$;

$$G_M^n(0) = \mu_n = -1.91.$$

тогда сечение принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}} \left(\frac{G_E^2 + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 + \frac{q^2}{4M^2}} + \frac{q^2}{4M^2} 2G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$



Фиг 5.11. Зависимость сечения электрон-протонного рассеяния от угла рассеяния θ при фиксированном значении q^2 (прямая Розенблюта) [101].

ФОРМФАКТОРЫ НУКЛОНА

- $e-p, n$ - 0.4 - 16 GeV
- Такому поведению соответствует плотность зарядов $\exp(-r / r_0)$ $r_0 = 0.8$ fm
- Модель векторной доминантности
- Кварковая модель нуклона

