

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт ядерных исследований Российской академии наук

На правах рукописи

Колокольчиков Сергей Дмитриевич

**Исследование динамики поляризованного пучка в  
ускорительном комплексе NICA-Nuclotron в приложении к  
изучению электрического дипольного момента лёгких ядер**

1.3.2 — Приборы и методы экспериментальной физики

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Сеничев Юрий Валерьевич

Москва — 2026

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Особенности дуальной магнитооптической структуры . . . . .</b>	<b>16</b>
1.1 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и лёгких частиц. . . . .	16
1.1.1 Критическая энергия . . . . .	17
1.1.2 Адаптация структуры для эксперимента с лёгкими поляризованными частицами . . . . .	18
1.2 Оптимизация времени жизни пучка . . . . .	19
1.2.1 Стохастическое охлаждение . . . . .	20
1.2.2 Внутрипучковое рассеяние . . . . .	25
<b>Глава 2. Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона . . . . .</b>	<b>29</b>
2.1 Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	30
2.1.1 Подавление дисперсии в регулярных арках с missing magnet и/или квадрупольями с варьируемыми градиентами .	31
2.2 Прохождение критической энергии . . . . .	32
2.2.1 Численное моделирование динамики продольного движения	32
2.2.2 Стабильность продольного фазового движения вблизи критической энергии . . . . .	33
2.2.3 Влияние индуктивного импеданса . . . . .	36
2.2.4 Процедура скачка критической энергии . . . . .	38
2.3 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне У-70 . . . . .	39
2.4 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне NICA для протонного пучка . . . . .	43
2.4.1 Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии . . . . .	47
2.4.2 Оценка возможности использования гармонического ВЧ .	47
2.4.3 Применение барьерного ВЧ . . . . .	48

2.4.4	Продольная микроволновая неустойчивость . . . . .	54
2.4.5	Сохранение поляризации при прохождении критической энергии . . . . .	57
<b>Глава 3. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции . . . . .</b>		<b>59</b>
3.1	Введение суперпериодической модуляции . . . . .	61
3.2	Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО . . . . .	63
3.3	Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз . . . . .	65
3.4	Подавление дисперсии . . . . .	66
3.4.1	Полностью регулярная магнитооптическая структура . . . . .	67
3.4.2	Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов	68
3.4.3	Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадрупольей двух семейств. . . . .	70
3.5	Исследование динамической апертуры в синхротроне с учётом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии . . . . .	70
<b>Глава 4. Возможности изучения ЭДМ легких поляризованных пучков заряженных частиц . . . . .</b>		<b>75</b>
4.1	Орбитальная и спиновая динамика в электромагнитных полях . . . . .	78
4.2	Условия реализации структуры с квази-замороженным спином . . . . .	80
4.2.1	Эффективная длина элемента, компенсирующего МДМ-вращение . . . . .	81
4.3	Определение оптимальной энергии эксперимента . . . . .	82
4.4	Влияние сорта частиц на особенности спиновой динамики . . . . .	82
4.4.1	Применение прямого фильтра Вина со скрещенными полями	85
4.4.2	Применение электростатического дефлектора и дополнительного киккера . . . . .	87
4.5	Применение концепции квази-замороженного спина в действующих ускорительных установках . . . . .	89

4.6 Использование Nuclotron в качестве бустера лёгких поляризованных частиц в коллайдер NICA . . . . .	89
4.6.1 Требования к магнитооптической структуре синхротронов Nuclotron-NICA в задаче исследования ЭДМ лёгких ядер . .	90
4.6.2 Текущая магнитооптика Nuclotron . . . . .	91
4.6.3 Модернизированная восьмипериодическая структура . . . .	93
4.6.4 Модернизированная 16-периодическая структура . . . . .	94
4.7 Предпосылки модернизации главного кольца NICA . . . . .	97
4.7.1 Первоначальная схема с 3 квадрупольями . . . . .	99
4.7.2 Модернизированная схема с 5 квадрупольями . . . . .	99
4.7.3 Адаптированный вариант . . . . .	100
4.8 Спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными Е+В элементами . . . . .	102
4.8.1 Декогеренция спина . . . . .	103
4.8.2 Секступольная коррекция . . . . .	104
4.8.3 Коррекция высших порядков . . . . .	108
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>Словарь терминов . . . . .</b>	<b>113</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>114</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>	<b>125</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>	<b>130</b>

## Введение

**Актуальность темы и степень её разработанности.** Данная работа посвящена исследованию поведения тяжёлых ионов и поляризованных пучков лёгких заряженных частиц в ускорительных и накопительных установках с целью расширения физической программы исследований в комплексе NICA-Nuclotron.

На ранних этапах формирования Вселенная находилась в состоянии экстремально плотной и горячей материи, известной как кварк-глюонная плазма [1]. Подобное состояние материи наблюдается в недрах нейтронных звезд [2] и в результате столкновения тяжелых заряженных частиц. Подобные эксперименты могут осуществляться в рамках коллайдерных исследований с тяжелыми частицами и помогут в изучении фазовых переходов и критических явлений в сильновзаимодействующей ядерной материи при экстремальных барионных плотностях [3].

Для получения статистически значимых результатов в коллайдерном эксперименте необходимо накопление достаточного объёма экспериментальных данных, что количественно характеризуется интегральной величиной — светимостью. Обеспечение её высокого уровня является ключевым требованием. Для исследования кварк-глюонной плазмы светимость находится на уровне порядка  $10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  для тяжелоионного пучка [4]. Достижение таких рекордных значений требует тонкой настройки всех систем ускорителя, что может быть связано с большими временными затратами. При ускорении тяжёлых ионов высокая зарядность и интенсивность пучка накладывают серьёзные ограничения на параметры сгустка из-за внутрипучкового рассеяния (ВПР) [5]. Для преодоления этих проблем, структура должна обладать высоким временем ВПР и содержать специальные установки стохастического и электронного охлаждения.

Другой нерешенной проблемой современной физики остается вопрос о распределении спина внутри протона, так называемый *"спиновый кризис протона"*. В 1989 году коллаборация EMC (European Muon Collaboration) [6] показала, что вклад кварков в спин протона составляет небольшую часть и по оценкам находится на уровне около 30% [7]. Исследования этого вопроса проводились в коллайдерных экспериментах с использованием поляризованных протонных и дейtronных пучков: при низких энергиях – на установках COSY-ANKE [8] и SATURNE [9], а при высоких энергиях на RHIC [10].

Изучение спиновой структуры протонов и дейtronов требует подготовки и ускорения поляризованных пучков, обеспечивающих светимость порядка  $10^{32} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  [11]. Поляризация пучка является дополнительной степенью свободы, вследствие чего определённые сечения рассеяния приобретают зависимость от поляризации сталкивающихся сгустков. Поскольку отношение заряда к массе для протона почти в два раза отличается от соответствующего значения для тяжёлых ионов, максимальная энергия эксперимента кратно увеличивается. В структуре, оптимальной для тяжёлоионного эксперимента, критическая энергия подбрана таким образом, что столкновение происходит до достижения её значения, и, следовательно, никаких проблем с её преодолением не возникает. Критическая энергия является важным параметром ускорительной установки, и при разработке структуры этому вопросу уделяется особое внимание. Для протонов прохождение критической энергии становится ключевым фактором, ограничивающим параметры сгустка и требующим принятия дополнительных мер для её преодоления.

При ускорении протонного пучка длительное нахождение вблизи критической энергии или пересечение этой области существенно влияет на параметры и стабильность пучка. В такой ситуации нарушается адиабатичность продольного движения, усиливаются нелинейные эффекты, а затухание Ландау уже не способно эффективно подавлять возникающие возмущения. Дополнительное воздействие оказывают пространственный заряд и другие импедансы, способствуя развитию продольной микроволновой неустойчивости, нестабильности отрицательной массы и поперечной неустойчивости типа «голова–хвост» (head–tail) [12; 13]. При малой интенсивности влияние критической энергии на параметры сгустка несущественно. Проблема становится актуальной для интенсивных пучков с числом частиц порядка  $10^{10}$ – $10^{12}$ . Высокая интенсивность в коллайдерных экспериментах определяется требованиями по достижению большой светимости, однако любое увеличение эмиттанса приводит к её снижению. Степень проявления указанных эффектов определяется временем пребывания пучка вблизи критической энергии, поэтому применяются методы быстрого пересечения или поднятия критической энергии.

Известная проблема физики состоит в объяснении барионной асимметрии, то есть наблюдаемого преобладания материи над антиматерией. Существующие законы физики до сих пор не способны полностью объяснить этот дисбаланс. В работе 1967 год А. Д. Сахаров сформулировал общие необходимые условия

для возникновения барионной асимметрии: 1) нарушение закона сохранения барионного заряда; 2) нарушение С- и СР-симметрии; 3) нарушение на ранних этапах формирования Вселенной термодинамического равновесия [14]. Согласно второму условию, *”Возникновение С-асимметрии по нашей гипотезе является следствием нарушения СР-инвариантности при нестационарных процессах расширения горячей Вселенной на сверхплотной стадии, которое проявляется в эффекте различия парциальных вероятностей зарядово-сопряженных реакций”*. Ранее, в 1958 году, С. Окубо теоретически показал наличие подобного эффекта при рассмотрении распада сигма-гиперона  $\Sigma^+$  и его античастицы  $\bar{\Sigma}^+$ . Позднее, в 1964 году, Д. Кронин и В. Фитч экспериментально обнаружили нарушение СР-инвариантности слабого взаимодействия в распаде нейтральных каонов  $K_2^0$  на два пиона  $\pi^+, \pi^-$  [15], за что в 1980 году были удостоены Нобелевской премии по физике.

В современной Стандартной модели частиц нарушаются Р-[16] и СР-симметрии. Источником СР-нарушения является наличие комплексной фазы в матрице смешивания夸ков Кабибо-Кабаяси-Маскавы для слабых взаимодействий [17] и коэффициента  $\theta_{\text{QCD}}$  в лагранжиане квантовой хромодинамики [18], однако в сильных взаимодействиях СР-нарушений не обнаружено. Согласно СРТ-теореме, СР-инвариантность эквивалентна Т-инвариантности. Ненулевой электрический дипольный момент (ЭДМ) элементарных частиц может быть источником такого нарушения. ЭДМ является фундаментальным свойством материи, обусловленным неоднородностью распределения заряда внутри частицы. Поскольку ЭДМ представляется полярным вектором, а не псевдовектором, для него нарушается как Р-, так и Т-инвариантность, что показано на рис. 1. Величина ЭДМ в Стандартной модели мала для экспериментального детектирования и оценивается на уровне  $|d_n| < 10^{-30} - 10^{-32} \text{ e} \cdot \text{см}$  для нейтрона [19]. Возможность существования ЭДМ была впервые обсуждена в заметке Перселла и Рэмси в 1950 году [20], однако ненулевой ЭДМ пока не обнаружен. Суперсимметричные теории (SUSY) предсказывают ЭДМ на уровне  $|d_n| < 10^{-27} - 10^{-29} \text{ e} \cdot \text{см}$  для нейтрона, что создаёт реальные перспективы его экспериментального обнаружения. Такие точности не достигнуты: первые существенные ограничения были установлены Н. Рэмси и коллегами  $|d_n| < 5 \times 10^{-20} \text{ e} \cdot \text{см}$  (90% C.L.) [21], а современное ограничение, полученное в эксперименте nEDM, составляет  $|d_n| < 1.8 \times 10^{-26} \text{ e} \cdot \text{см}$  (90% C.L.) [22].

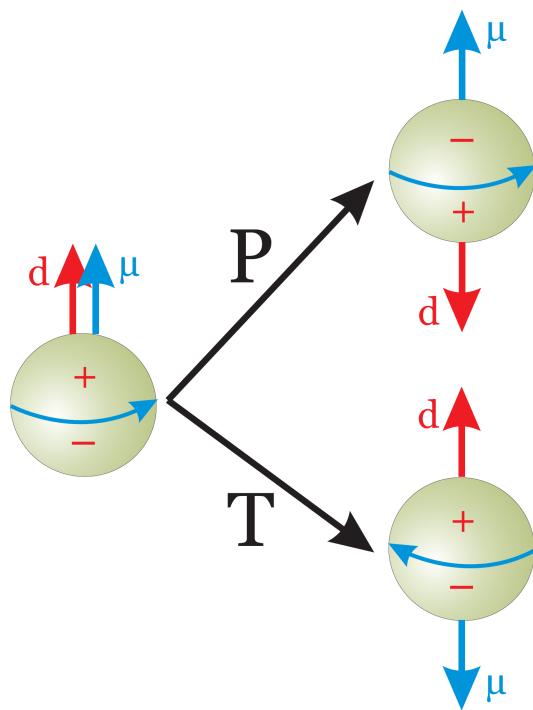


Рисунок 1 — Схематическое изображение нарушение Р- и Т-симметрии ненулевым электрическим дипольным моментом.

Исследование ЭДМ осуществляется, согласно уравнению Т-БМТ, по его влиянию на поведение поляризации в электромагнитных полях. Для нейтрона и нейтральных атомов положение сохраняется при воздействии внешних магнитных и электрических полей. В случае заряженных частиц движение определяется силой Лоренца, что требует применения ускорительных установок, обеспечивающих длительное накопление пучка с заданными параметрами и выполняющих роль накопительного кольца. Наиболее перспективным направлением является изучение ЭДМ протона и дейтрана. Для этого создаются поляризованные пучки с максимально близкими свойствами в плане прецессии спина во внешних полях. Это позволяет сохранять поляризацию вдоль выбранной оси, при этом спины частиц прецессируют с одинаковой частотой. Для измерения величины ЭДМ на уровне  $10^{-29} e \cdot \text{см}$  необходимо удерживать пучок на орбите с сохранением поляризации в течение времени порядка  $\sim 1000$  с, с последующим анализом рассеяния на мишени поляриметра. Влияние магнитного дипольного момента (МДМ) при этом должно быть подавлено до величины, меньшей сигнала ЭДМ. Такая техника впервые была предложена в Брукхейвенская Национальная Лаборатория (BNL) и получила название "замороженный спин" [23]. Позднее была предложена концепция "квази-замороженного спина" [24], в которой осуществляется

ется пространственное разделение электрического и магнитного полей, а условия подавления влияния МДМ выполняются за полный оборот по кольцу.

Ещё одним перспективным направлением исследований в рамках программы спиновой физики является поиск аксионоподобных частиц. Изучается резонанс, возникающий при совпадении  $g - 2$  частоты прецессии спина вокруг ведущего магнитного поля ускорителя с частотой колебаний аксионного поля. В этом случае ускоритель выполняет роль широкополосной зондирующей антенны по частоте спиновой прецессии [25].

Приведённые вопросы фундаментальной физики требуют детального изучения и исследуются с помощью ускорительных установок. Такие установки обеспечивают достижение высоких энергий частиц и предельной точности измерений. Практика использования подобных комплексов распространена в мировых ядерных центрах: CERN [26], BNL [27], J-PARC [28].

Ускорительный комплекс NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility) является современным центром, оснащённым передовой материально-технической базой и формируемым на базе ОИЯИ в городе Дубна, Россия [29]. Основной установкой комплекса является коллайдер, в котором предусмотрены два места встречи пучков, где расположены два детектора: MPD (Multi-Purpose Detector) и SPD (Spin Physics Detector) [30]. Каждый из этих детекторов предназначен для проведения различных экспериментов. MPD-детектор используется для исследования кварк-глюонной плазмы, возникающей в результате столкновения тяжёлых ионов [31; 32]. SPD-детектор направлен на изучение поведения сталкивающихся поляризованных пучков протонов и дейtronов. Кинематическая область, охватываемая SPD, уникальна и ранее не применялась для целенаправленных исследований поляризованных адронных столкновений. Особый интерес представляет возможность изучения поляризованных дейtronов. Таким образом, структура коллайдера должна обеспечивать ускорение как тяжёлых ионов, так и лёгких частиц, при этом требования к удержанию пучков различаются в зависимости от типа частиц.

Исследования направлены на расширение существующей физической программы, дополняя её новым направлением исследований с поляризованными пучками. В работе ускоритель выступает как экспериментальная установка, позволяя исследовать процессы в пучке непосредственно в комплексе Nuclotron-NICA. Предложенные подходы применимы также на других аналогичных

установках без потери общности.

**Целью** данной диссертации является изучение особенностей поведения тяжёлых ионов и поляризованных пучков лёгких заряженных частиц в дуальной структуре, а также исследования электрического дипольного момента с использованием квази-замороженной концепции. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать дуальную магнитооптическую структуру коллайдера, отвечающую возможности работы с тяжёлыми ионами и лёгкими частицами без изменения оборудования кольца;
2. Исследовать регулировку критической энергии для поляризованного пучка в структуре с модуляцией дисперсионной функции;
3. Исследовать методом численного моделирования динамику пучка лёгких частиц с учётом высших порядков коэффициента уплотнения орбиты в структуре с резонаторами гармонического и барьерного типов;
4. Исследовать поведение динамической апертуры при компенсации хроматичности в процессе скачка критической энергии;
5. Определить особенности поведения поляризации пучка при пересечении критической энергии;
6. Исследовать особенности поведения пучка в режиме квази-замороженного спина с целью создания установки для изучения ЭДМ протона и дейтрана.

### **Научная новизна:**

1. Впервые предложена дуальная структура коллайдера NICA для тяжёлых ионов и лёгких частиц с подавителями дисперсии на краях арок;
2. Впервые предложены методы подавления дисперсии поворотной аркой в резонансной магнитооптической структуре с отсутствующими магнитами;
3. Впервые исследован метод скачка критической энергии с использованием барьерного ускоряющего потенциала с учётом ограничений по продольной микроволновой неустойчивости;
4. Разработаны 8- и 16-периодичные структуры Nuclotron с квази-замороженным спином для выделения ЭДМ сигнала лёгких ядер;

5. Впервые предложена модификация структуры коллайдера NICA с обводными каналами, обеспечивающими возможность проведения экспериментов по поиску ЭДМ дейтрана методом квази-замороженного спина.

### **Практическая значимость:**

Проведённый анализ динамики пучка вблизи критической энергии позволил определить её влияние на устойчивость движения поляризованных протонных пучков и установить оптимальные параметры процедуры её преодоления.

Разработанная дуальная структура обеспечивает эффективную работу как с тяжёлыми ионами, так и с лёгкими частицами, что делает возможным проведение двух направлений исследований в одном ускорительном комплексе: экспериментов по изучению кварк-глюонной плазмы и исследований поляризованных пучков в симметричных и асимметричных коллайдерных режимах.

Расширена применимость метода резонансных структур для случаев с нарушенной периодичностью дисперсионной функции на арках.

Для поляризованных частиц адаптирован метод квази-замороженного спина для коллайдера NICA. Разработана магнитооптическая схема обводных каналов с фильтрами Вина, обеспечивающая реализацию экспериментов по измерению электрического дипольного момента дейтрана без существенной модификации базовой структуры ускорителя.

Предложенные решения могут быть использованы не только на NICA, но и на Nuclotron с сохранением функций бустера для поляризованных пучков, что создаёт возможность проведения независимых экспериментов по поиску ЭДМ и аксиона в рамках программы спиновой физики комплекса NICA–Nuclotron.

**Методология и методы исследования.** Основными методами исследования являются математическое и компьютерное моделирование, численный эксперимент. Для исследования были использованы программы для расчёта поперечной динамики: MAD-X [33], OPTIM [34], BMAD [35], продольной динамики: BLonD [36], спин-орбитальной динамики: COSY Infinity [37].

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Модель оптимизированной дуальной структуры комплекса NICA–Nuclotron для тяжёлых ионов с учётом внутрипучкового рассеяния и

- для лёгких частиц с повышенной критической энергией, превышающей энергию эксперимента [38];
2. Метод подавления дисперсии резонансной магнитооптической структуры с отсутствующими магнитами на основе двух семейств квадруполей и крайних ячеек поворотной арки [39; 40];
  3. Рассчитано и экспериментально подтверждено на примере ускорителя У-70 влияние на динамику пучка высших порядков разложения коэффициента уплотнения орбиты по импульсу и продольного импеданса вблизи критической энергии для поляризованных пучков протонов [41; 42];
  4. На основе сравнительного анализа использования гармонического и барьера ВЧ при скачке критической энергии показана возможность сокращения расстояния между барьерами с учётом продольной микроволновой неустойчивости [43—45];
  5. Предложены модернизированные 8- и 16-периодные структуры Nuclotron с квази-замороженным спином для экспериментов по измерению ЭДМ лёгких ядер при сохранении функций бустера в коллайдер NICA [46; 47];
  6. Методика сохранения поляризации и выделения ЭДМ-сигнала в пучке дейtronов в структуре коллайдера NICA с обводными каналами на основе метода фильтров Вина [48—52].

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается сочетанием аналитических и численных методов, проверкой их корректного применения и сопоставлением с известными данными в литературе. Результаты диссертации были апробированы на научных конференциях и опубликованы в рецензируемых журналах.

**Апробация работы.** Основные результаты работы были представлены на российских и международных конференциях, а также были представлены на рабочих встречах:

- Workshop “Polarized beam in NICA” в 2022 г.;
- Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ-2020. Москва, Россия;

- 63, 65, 66-ая Всероссийская научная конференция МФТИ в 2020, 2023, 2024 гг. г. Долгопрудный, Россия;
- XXVII и XXVIII Всероссийская конференции по ускорителям заряженных частиц RuPAC'21, RuPAC'23. Алушта; Новосибирск, Россия;
- VII, VIII, IX и X Международная конференция Лазерные и Плазменные технологии ЛаПлаз'21, ЛаПлаз'22, ЛаПлаз'23, ЛаПлаз'24, ЛаПлаз'25. Москва, Россия;
- XIII, XIV, XVI международная конференция по ускорителям заряженных частиц IPAC'22 IPAC'23, IPAC'25. Бангкок, Таиланд; Венеция, Италия; Тайпей, Тайвань;
- XIX Международная конференции по спиновой физике высоких энергий DSPIN'23. Дубна, Россия;
- XI-я Международная конференция по ядерной физике в накопительных кольцах STORI'24. Хуэйчжоу, провинция Гуандун, Китай;

**Личный вклад.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Содержание диссертации и выносимые на защиту основные положения отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Результаты по подготовке и проведению эксперимента на ускорителе У-70 получены в соавторстве с сотрудниками ИЯИ РАН и ИФВЭ. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 печатных изданиях, 11 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 130 страниц, включая 64 рисунка и 9 таблиц. Список литературы содержит 98 наименований.

В первой главе особое внимание удалено процессам внутрипучкового рассеяния и роли критической энергии, влияющим на динамику многозарядных тяжёлых ионов и лёгких ядер. С этой целью рассматривается дуальная магнито-оптическая структура, адаптируемая для обоих типов экспериментов.

Для тяжёлых ионов ключевым фактором становится внутрипучковое рассеяние. Разогрев пучка приводит к росту поперечного эмиттанса и продольного разброса по импульсам. Для стабилизации параметров используются методы электронного и стохастического охлаждения.

В случае лёгких частиц, таких как протоны, соотношение заряда к массе примерно в два раза выше, чем у тяжёлых ионов, что пропорционально повышает энергию эксперимента. При этом критическая энергия остаётся неизменной, поскольку определяется магнитооптической структурой установки. Для устойчивого продольного движения необходимо её преодоление. Одним из эффективных способов является применение резонансной структуры для повышения критической энергии.

Во **второй** главе рассмотрено влияние высших порядков разброса по импульсам и продольных импедансов при пересечении критической энергии, а также метод скачка критической энергии для различных ускоряющих потенциалов.

Продольная микроволновая неустойчивость вблизи критической энергии накладывает ограничения на параметры сгустка и светимость эксперимента. Для преодоления критической энергии классически используется процедура скачка критической энергии. Данная процедура осуществляется модулированием дисперсионной функции при приближении энергии пучка к критическому значению. Результаты численного моделирования сопоставлены с экспериментами на ускорителе У-70 (Протвино). Также проанализировано влияние высших порядков расширения орбиты и простейших моделей импедансов на динамику пучка.

В **третьей** главе рассматривается вариация критической энергии в резонансной структуре. Для этого используется суперпериодическая модуляция градиентов квадрупольных линз или модуляция кривизны орбиты, что приводит к изменению коэффициента уплотнения орбиты — величины, напрямую связанной с критической энергией ускорителя.

Для регулярной магнитооптической структуры коллайдера NICA проанализированы варианты модернизации, позволяющие повысить критическую энергию. Поскольку установка является стационарной, реализация резонансной структуры возможна за счёт модуляции градиентов в квадрупольных линзах. Для полученных конфигураций представлены схемы размещения секступолей.

В **четвёртой** главе рассматривается возможность изучения электрического дипольного момента лёгких заряженных частиц. Исследована концепция квази-

замороженного спина для накопительных колец, позволяющая модернизировать кольца без изменения их базового назначения и расширить экспериментальные возможности. Проанализирована спиновая динамика в кольце с использованием электростатических элементов и элементов с комбинированной функцией.

Для экспериментов по поиску ЭДМ применяется альтернативный метод управления спином — квази-замороженный спин. В отличие от метода замороженного спина, спин-вектор не сохраняет ориентацию на всём обороте, а восстанавливается на прямолинейном участке. Это достигается использованием элементов с электрическим и магнитным полями — электростатического дефлектора с магнитным киккером или фильтра Вина. Поворот спина в арке компенсируется соответствующим поворотом в компенсирующем элементе. Поля подбираются так, чтобы создать нулевую силу Лоренца и сохранить прямолинейность орбиты. Поляриметры после компенсации фиксируют ту же ориентацию спин-вектора, которая для них оказывается «замороженной».

В **заключении** приведены результаты работы.

## Глава 1. Особенности дуальной магнитооптической структуры

Независимо от назначения синхротрона, наличие двух режимов ускорения — для многозарядных тяжёлых и лёгких заряженных частиц — ставит задачу определения оптимальной магнитооптической конфигурации, обеспечивающей устойчивое движение обоих типов частиц. Для тяжёлых частиц ключевым является эффект разогрева из-за внутрипучкового рассеяния [53], тогда как для лёгких определяющее значение имеет влияние критической энергии на динамику сгустка. Эти эффекты особенно важны для коллайдеров с высокой светимостью. При разработке структуры, удовлетворяющей требованиям частиц с различным зарядом, принципиально важно обеспечить её перестраиваемость без конструктивных изменений. Такую структуру мы называем *дуальной*.

В комплексе NICA дуальная магнитооптическая структура открывает перспективу ускорения как тяжелых ионов, таких как золото, так и легких частиц, таких как протоны и дейтроны. Различное соотношение заряда к массе учитывается при проектировании магнитооптики.

### 1.1 Выбор критической энергии в магнитооптической структуре с учетом ускорения тяжелых ионов и лёгких частиц.

В регулярной структуре критическая энергия пропорциональна горизонтальной бетатронной частоте  $\gamma_{\text{tr}} \simeq \nu_x$ . При одинаковой магнитной жесткости  $B_0$  максимальная энергия лёгких частиц выше, чем у тяжёлых ионов, из-за их соотношения заряд/масса. Следовательно, при ускорении протонного пучка в тяжело-ионной структуре возникает необходимость пересечения критической энергии. В связи с этим целесообразно рассматривать структуру с регулируемой критической энергией.

### 1.1.1 Критическая энергия

Поскольку понятия *критическая энергия* (transition energy), *коэффициент уплотнения орбиты* (momentum compaction factor) и *коэффициент проскальзывания* (slip-factor) являются ключевыми и часто упоминаются в работе, уделим особое внимание при их определении.

Рассмотрим уравнение продольного движение, описывающее эволюцию частицы отклоненной от референсной [13]:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dn} = \eta(\delta) \cdot \frac{T_0 \cdot h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0}, \\ \frac{d(\Delta E)}{dn} = V(\tau), \end{cases} \quad (1.1)$$

где  $\tau$ ,  $\Delta E$  – временное и энергетическое отклонение рассматриваемой частицы от референсной по энергии,  $E_0$  – энергия референсной частицы,  $n$  – номер оборота,  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  – угловая частота и соответствующее время обращения частицы,  $\beta$  – относительная скорость,  $h$  – гармоническое число,  $V(\tau)$  – функция определяющая амплитуду ВЧ для рассматриваемой частицы,  $\eta$  – коэффициент проскальзывания. Индекс 0 имеет значение референсной частицы.

Коэффициент проскальзывания является временным показателем запаздывания или опережения рассматриваемой частицы от референсной. Для его определения сначала рассмотрим зависимость удлинения орбиты от разброса по импульсам

$$C(\delta) = C_0(1 + \alpha_0\delta + \alpha_1\delta^2 + \dots) = C_0(1 + \alpha_0\delta + O(\delta^2)), \quad (1.2)$$

где также вводится важное понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [13]:

$$\alpha_c = \frac{1}{C_0} \frac{dC}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_{tr}^2}, \quad (1.3)$$

тут  $\gamma_{tr}$  имеет значение Лоренц-фактора при энергии пучка равной критическому значению или просто называется критической энергией. Таким образом, взяв во внимание, что  $T = \frac{C}{v} = \frac{C}{\beta c}$ , в первом приближении коэффициент проскальзывания может быть определен как

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta C}{C_0} - \frac{\Delta v}{v_0} = \eta \delta. \quad (1.4)$$

Однако, это справедливо только в первом приближении и приводит к выражению

$$\eta = \eta_0 = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2}. \quad (1.5)$$

Отсюда из ур. 1.5 видно, что  $\eta_0 \rightarrow 0$  стремится к нулю при приближении энергии пучка к критической  $\gamma_0 \rightarrow \gamma_{tr}$ . Тогда частота продольных колебаний стремится к нулю и перемешивание частиц отсутствует. Возникает необходимость обеспечения стабильности продольного движения при прохождении критической энергии. Поэтому при движении вблизи критической энергии также учитывается и влияние следующих порядков разложения, сравнимых по величине с первым. И определение 1.5 становится неточным. Для наиболее точного определения высших порядков коэффициента проскальзывания может быть использовано следующее соотношение [12]

$$\frac{\Delta T_{n+1}}{T_{n+1}} = \eta_{n+1} \delta_{n+1}, \quad (1.6)$$

тут индекс  $n + 1$  отражает  $n + 1$ -ое прохождение, а не порядок в разложении. Окончательно для коэффициента проскальзывания в зависимости от высших порядков разложения:

$$\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1 \delta + \eta_2 \delta^2 + \dots, \quad (1.7)$$

где  $\eta_1 = \frac{3\beta_0^2}{2\gamma_0^2} + \alpha_1 - \alpha_0 \eta_0$ ,  $\eta_2 = -\frac{\beta_0^2(5\beta_0^2-1)}{2\gamma_0^2} + \alpha_2 - 2\alpha_0 \alpha_1 + \frac{\alpha_1}{\gamma_0^2} + \alpha_0^2 \eta_0 - \frac{3\beta_0^2 \alpha_0}{2\gamma_0^2}$ .

### 1.1.2 Адаптация структуры для эксперимента с лёгкими поляризованными частицами

Из-за соотношения заряда к массе максимальная энергия протонного пучка достигает 12.4 ГэВ. При этом критическая энергия регулярной структуры, являющаяся характеристикой магнитооптической структуры ускорителя, составляет 5.7 ГэВ. Вследствие этого возникает необходимость пересечения критической энергии. Классическим методом является процедура скачка критической энергии [43],

что будет показано в Главе 2; однако, она накладывает существенные ограничения на параметры сгустка [45]. Альтернативным способом является вариация критической энергии с использованием резонансной магнитооптической структуры, что рассмотрено в Главе 3. В этом случае реализуется суперпериодическая модуляция дисперсионной функции за счёт введения дополнительного семейства фокусирующих квадрупольей.

## 1.2 Оптимизация времени жизни пучка

Достижение высокой светимости пучка в коллайдерных экспериментах требует обеспечения длительного времени жизни сгустка. Это достигается снижением эффектов внутрипучкового рассеяния и применением методов стохастического и электронного охлаждения. Такой подход особенно важен для ионных пучков высокой интенсивности. Временная эволюция поперечного эмиттанса и продольного разброса импульсов в условиях охлаждения описывается соответствующим набором уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{tr}} \cdot \epsilon}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{IBS}}_{\text{heating}}, \\ \frac{d\delta^2}{dt} &= \underbrace{-\frac{1}{\tau_{long}} \cdot \delta^2}_{\text{cooling}} + \underbrace{\left( \frac{d\delta^2}{dt} \right)_{IBS}}_{\text{heating}}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $\epsilon$  – поперечный эмиттанс,  $\tau_{tr}$  – поперечное время охлаждения,  $\delta = \frac{\Delta p}{p}$  – разброс по импульсам,  $\tau_{long}$  – продольное время охлаждения. Для независимых от времени, стационарных значений, производные по времени становятся равными нулю, тогда

$$\begin{aligned} \epsilon_{st} &= \tau_{tr} \cdot \left. \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)_{IBS} \right|_{\epsilon=\epsilon_{st}}, \\ \delta_{st}^2 &= \tau_{long} \cdot \left. \left( \frac{d\delta^2}{dt} \right)_{IBS} \right|_{\delta^2=\delta_{st}^2}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Критерием применимости того, или иного метода охлаждения может быть сравнение характерных времен стохастического и электронного охлаждения со временем жизни с учетом ВПР во всем предполагаемом диапазоне энергий.

### 1.2.1 Стохастическое охлаждение

Рассмотрим стохастическое охлаждение, пользуясь приближенной теорией D.Mohl [54; 55]. Следуя его основным выводам, скорость охлаждения определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_{tr,1}} = \frac{W}{N} \underbrace{[2g \cos \theta (1 - 1/M_{pk}^2)]}_{\substack{\text{coherent} \\ \text{effect(cooling)}}} - \underbrace{g^2 (M_{kp} + U)}_{\substack{\text{incoherent} \\ \text{effect(heating)}}}, \quad (1.10)$$

где  $W = f_{\max} - f_{\min}$  – пропускная способность системы,  $N$  – эффективное число частиц, пересчитанное через соотношение орбиты к длине сгустка с учетом его распределения,  $g$  – доля наблюдаемой ошибки выборки, скорректированная за оборот,  $U = E(x_n^2)/E(x_s^2)$  – отношение шума к сигналу,  $M_{pk}$ ,  $M_{kp}$  – факторы смещивания между пикапом – киккером и киккером – пикапом соответственно.

Уравнение 1.10 в отсутствии шума при  $g = g_0 = \frac{1 - M_{pk}^2}{M_{kp}}$  достигает максимум

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}}, \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{\tau_l} = 2 \frac{W}{N} \frac{(1 - 1/M_{pk}^2)^2}{M_{kp}}.$$

Коэффициенты смещивания определяются как

$$M_{pk} = \frac{1}{2(f_{\max} + f_{\min}) \eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}}, \quad (1.12)$$

$$M_{kp} = \frac{1}{2(f_{\max} - f_{\min}) \eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}},$$

где  $\eta_{pk} T_{pk} \frac{\Delta p}{p}$ ,  $\eta_{kp} T_{kp} \frac{\Delta p}{p}$  – относительные времена смещения частиц (перемещение),  $\eta_{pk}$ ,  $\eta_{kp}$  – коэффициенты проскальзывания, в первом приближении  $\eta_{pk} =$

$\alpha_{\text{pk}} = 1/\gamma^2$ ,  $\eta_{\text{pk}} = \alpha_{\text{kp}} - 1/\gamma^2$ ,  $\alpha_{\text{pk}}$ ,  $\alpha_{\text{kp}}$  – локальные факторы расширения орбиты первого порядка,  $T_{\text{pk}}$ ,  $T_{\text{kp}}$  – абсолютные времена пролета между пикапом-киккером и киккером-пикапом соответственно.

Времена стохастического охлаждения ур. 1.11 зависят от соотношения эффективной плотности частиц  $N$  к полосе пропускания системы охлаждения  $W$  и свойств магнитооптики, а именно локальных факторов расширения орбиты  $\alpha_{\text{pk}}$ ,  $\alpha_{\text{kp}}$ . Максимальное значение полосы частот  $f_{\text{max}}$  ограничено критерием неперекрытия Schottky-полос пучка. В простейшем случае это условие может быть записано как

$$f_{\text{max}} < \frac{1}{\eta_{\text{pk}} T_{\text{pk}} \frac{\Delta p}{p}}, \quad (1.13)$$

при выполнении которого всегда фактор смещивания  $M_{\text{pk}} > 1$ . В обратном случае, эффективность охлаждения становится нулевой. Таким образом, при заданном числе частиц желательно иметь полосу частот максимально возможной. С точки зрения электроники современные технологии позволяют реализовать полосу частот 10 ГГц [56], однако использование ее не всегда возможно из-за большой величины коэффициента проскальзывания  $\eta_{\text{pk}}$  и разброса по импульсам  $\frac{\Delta p}{p}$ .

Уравнение 1.10 выведено для непрерывного (несгруппированного) пучка. Эффективное число частиц, для случая сгустка, сформированного гармоническим одночастотным ВЧ резонатором, плотность частиц описывается распределением по Гауссу

$$\rho(s) = \frac{N_{\text{bunch}}}{\sigma_{\text{bunch}} \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{s^2}{2\sigma_{\text{bunch}}^2}}, \quad (1.14)$$

где  $s$  – расстояние от центра сгустка,  $\sigma_{\text{bunch}}$  – дисперсия распределения частиц и  $N_{\text{bunch}}$  – число частиц в сгустке. Если принять, что охлаждение определяется его минимальным значением в центре сгустка ( $s = 0$ ), то эффективное значение частиц на орбите длиной  $C_{\text{orb}}$  равно

$$N = \int_0^{C_{\text{orb}}} \rho_{\text{max}} ds = \frac{N_{\text{bunch}}}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\text{bunch}}} \cdot C_{\text{orb}}. \quad (1.15)$$

Для сгустка, сформированного мульти-гармонической ВЧ системой барьерного типа (Barrier Bucket), распределение частиц в сгустке близко к однородному с длиной сгустка  $l_{\text{bunch}} = 4 \cdot \sigma_{\text{bunch}}$ . Эффективное значение частиц определяется простым соотношением длины сгустка к общей длине орбиты

$$N = \frac{N_{\text{bunch}}}{4\sigma_{\text{bunch}}} \cdot C_{\text{orb}}. \quad (1.16)$$

Подводя итог, можно сказать, что эффективное значение частиц зависит от распределения и определяется форм-фактором  $F_{\text{bunch}}$ , лежащим в пределах  $F_{\text{bunch}} = \sqrt{2\pi} \div 4$ , тогда

$$N = N_{\text{bunch}} \cdot \frac{C_{\text{orb}}}{F_{\text{bunch}} \cdot \sigma_{\text{bunch}}}. \quad (1.17)$$

Для NICA примем максимальный фактор  $F_{\text{bunch}} = 4$ , и при ее ориентировочных параметрах  $C_{\text{orb}} = 503.04$  м,  $\sigma_{\text{bunch}} = 0.6$  м,  $N_{\text{bunch}} = 2.2 \cdot 10^9$ . С учетом опыта работы FNAL [57] вполне реалистичные значения для полосы частот являются  $f_{\text{max}} = 8$  ГГц и  $f_{\text{min}} = 2$  ГГц. Для NICA выбрано  $f_{\text{max}} = 4$  ГГц и  $f_{\text{min}} = 2$  ГГц. При таких параметрах максимальная достижимая скорость охлаждения  $\frac{1}{\tau_{\text{tr}}} = \frac{1}{230}$  с<sup>-1</sup>.

Исходя из уравнений 1.12, видно, что может происходить асимптотический рост в двух случаях:

1. при приближении коэффициента проскальзывания к значению  $\eta \rightarrow \frac{1}{2(f_{\text{max}}+f_{\text{min}})T_{\text{pk}}\frac{\Delta p}{p}}$ , Schottky-спектр пучка становится сплошным и  $M_{\text{pk}} \rightarrow 1$ ;
2. при приближении коэффициента проскальзывания к нулю, перемещивание на пути от киккера к пикапу не происходит и  $M_{\text{kp}} \rightarrow \infty$ .

Эффективность стохастического охлаждения зависит от свойств магнитооптики. В регулярных структурах критическая энергия пропорциональная горизонтальной частоте бетатронных колебаний  $\gamma_{\text{tr}} \approx \nu_x$  и коэффициент проскальзывания  $\eta = 1/\gamma_{\text{tr}}^2 - 1/\gamma^2$  может достигать нуля. Чтобы избежать асимптотического роста, необходимо изменять коэффициент проскальзывания, что означает вариацию  $\gamma_{\text{tr}}$ . Это возможно в резонансной структуре, где критическая энергия может быть увеличена или даже достигать комплексного значения [58]. В более экзотическом случае может быть использована комбинированная структура, где  $\eta_{\text{pk}}$  (пикап-киккер) с реальной критической энергией на одной арке

$$\eta_{\text{pk}} = \frac{1}{\gamma_{\text{tr}}^2} - \frac{1}{\gamma^2}, \quad (1.18)$$

компенсируется  $\eta_{\text{kp}}$  (киккер-пикап) с комплексным значением в другой арке соответственно

$$\eta_{\text{kp}} = -\frac{1}{\gamma_{\text{tr}}^2} - \frac{1}{\gamma^2}, \quad (1.19)$$

для всего кольца. При такой конструкции достигается требуемое соотношение факторов смешивания для максимальной скорости охлаждения, близкой к идеальной [59]. Рассмотрим заявленные структуры подробно.

Поведение  $\beta$ -функций и  $D$  дисперсии вдоль всей регулярной структуры с  $\gamma_{tr} = 7$  показаны на рис. 1.1. Прямые участки, которые остаются неизменными во всех структурах, необходимы для анализа резонансных характеристик всего кольца в целом. Их расположение не влияет на внутривинтовое рассеяние и критическую энергию. Для подавления дисперсии в регулярной структуре с обеих сторон арки применяется метод «отсутствующих магнитов» (missing magnet).

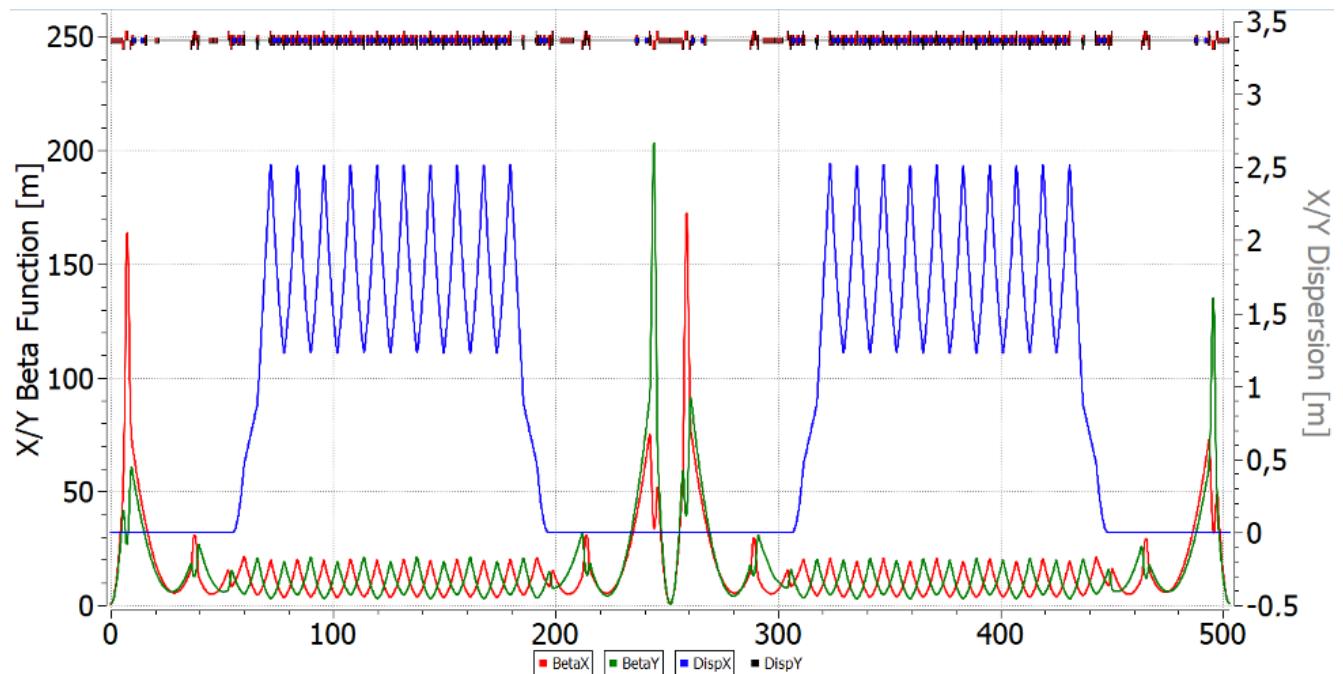


Рисунок 1.1 – Регулярная ФОДО структура коллайдера NICA.

Резонансная структура может быть получена из регулярной структуры за счёт модуляции градиентов фокусирующих квадрупольей [60], что будет подробно рассмотрено в Главе 3. Таким образом, критическая энергия может быть скорректирована и поднята выше энергии эксперимента, что исключает проблемы с её пересечением. Для подавления дисперсии можно использовать либо два краевых фокусирующих квадруполя по обеим сторонам поворотной арки, либо только два семейства фокусирующих квадрупольей на арке, при которых достигается целое число бетатронных колебаний (рис. 1.2) [39].

В случае комбинированной структуры, одна арка функционирует в регулярном режиме, в то время как другая использует резонансную модуляцию (рис. 1.3). Такой выбор основан на принципе компенсации, описанном уравнениями 1.18 и

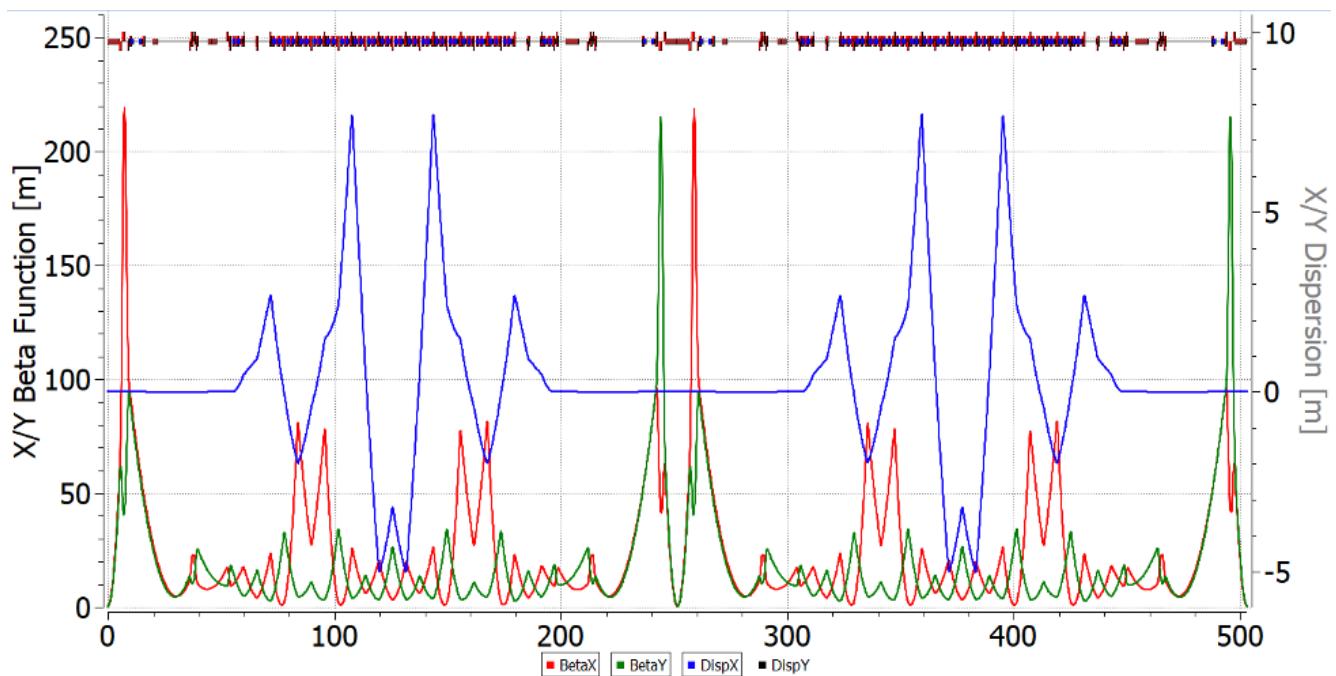


Рисунок 1.2 — Резонансная магнитооптическая структура коллайдера NICA с повышенной критической энергией.

1.19, который требует большей глубины модуляции квадрупольей, чем в чисто резонансной структуре с повышенной критической энергией.

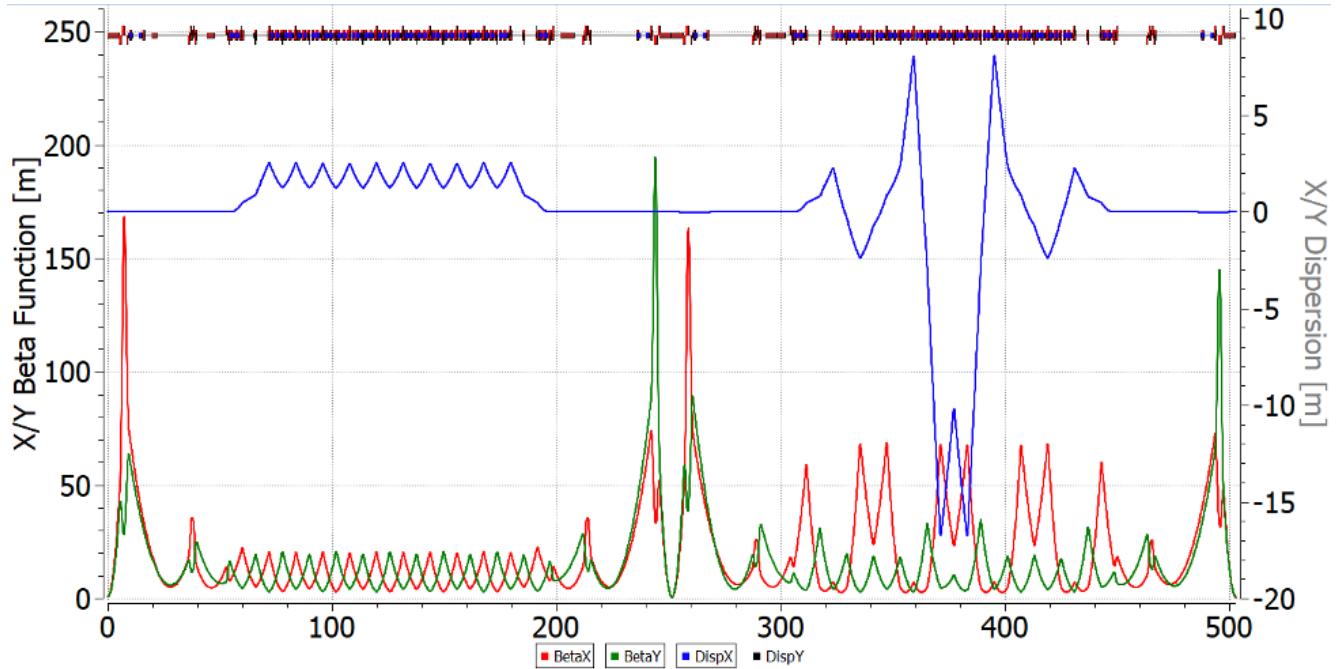


Рисунок 1.3 — Резонансная магнитооптическая структура коллайдера NICA с реальной и комплексной критической энергией в арках.

Как показано на рис. 1.4, для резонансной магнитооптики с повышенной критической энергией вторая асимптотика соответствует более высокой энергии

по сравнению с регулярной структурой. В комбинированной магнитооптике эффективность охлаждения близка к идеальному значению в широком диапазоне энергий от 2.5 до 4.5 ГэВ/нуклон, тогда как в регулярной оптике скорость охлаждения почти в два раза ниже в наиболее оптимальной точке  $\sim 3$  ГэВ/нуклон. Такое поведение объясняется отсутствием второй точки асимптотического роста.

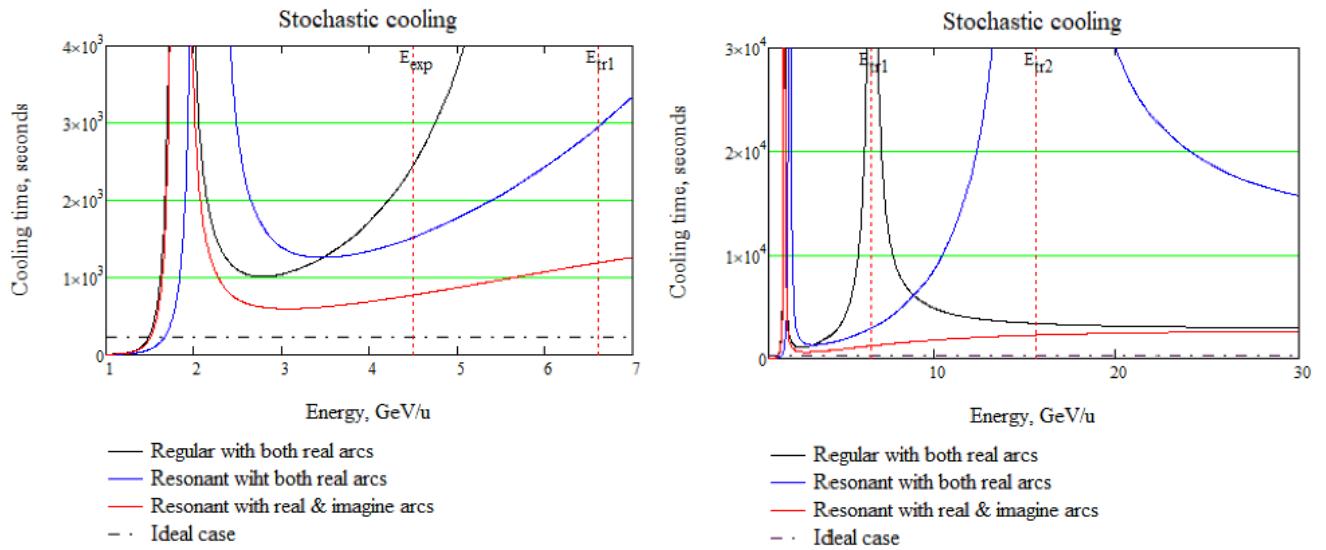


Рисунок 1.4 — Зависимость времени стохастического охлаждения от энергии для разных структур.

### 1.2.2 Внутрипучковое рассеяние

Как уже отмечалось, внутрипучковое рассеяние является основным фактором, ограничивающим время жизни пучка в коллайдере. Поэтому критерием выбора метода охлаждения служит сравнение характерного времени охлаждения с временем разогрева пучка, вызванного внутрипучковым рассеянием. Характерное время ВПР в горизонтальной плоскости зависит от параметров пучка и магнитооптической структуры

$$\frac{1}{\tau_x} = \frac{\pi^2 r_0^2 v_c m^3 N (\log)}{\gamma \Gamma} \left[ \frac{\gamma^2 (D_x^2 + \beta_x^2 \varphi_x^2)}{\epsilon_x \beta_x} \right] \int_0^\infty \frac{d\lambda \lambda^{\frac{1}{2}} [a_x \lambda + b_x]}{(\lambda^3 + a \lambda^2 + b \lambda + c)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.20)$$

где  $r_0$  — классический радиус,  $\beta$ ,  $\gamma$  — относительная скорость и Лоренц-фактор,  $v_c = \frac{c}{\beta}$ ,  $\epsilon_x$  — эмиттанс в горизонтальной плоскости,  $N$  — количество частиц,  $(\log) = \ln \left( \frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right)$  — кулоновский логарифм,  $\Gamma = (2\pi)^3 (\beta \gamma)^3 m^3 \epsilon_x \epsilon_y \sigma_\delta \sigma_z$  — 6-мерный

фазовый объем,  $\varphi_x \equiv D'_x - \frac{\beta'_x D_x}{2\beta_x}$ ,  $\beta_x, D_x, \beta'_x, D'_x$  – бета-функция и дисперсия и их производные соответственно, коэффициенты  $a, b, c, a_x, b_x$  определяются в различных моделях по-разному. В отличие от стохастического охлаждения скорость разогрева из-за внутрипучкового рассеяния растет с уменьшением энергии как  $1/\gamma^3$ . Кроме того, выражение, стоящее в круглых скобках, пропорционально коэффициенту проскальзывания  $\eta$ . Поэтому следует ожидать, что в оптике со значением  $\eta$  близким к нулю скорость разогрева должна падать. На рис. 1.5 показаны зависимости постоянной времени нагрева в трех вышеупомянутых структурах, посчитанных с помощью программы MADX [33; 61] для параметров тяжелоионного пучка  $^{197}_{79}\text{Au}$  коллайдера NICA с максимальной светимостью  $10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , интенсивностью  $N_{\text{heavy}} = 2.2 \times 10^9 \text{ ppb}$  (particles per bunch – количество частиц в пучке) и количеством пучков  $n_{\text{bunch}} = 22$ . В случае легких ядер, таких как протоны и дейтроны, время ВПР значительно увеличивается по мере уменьшения заряда даже для интенсивного сгустка  $10^{31} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $N_{\text{light}} = 1 \times 10^{12} \text{ ppb}$ . В табл. 1 приведены расчёты, которые показывают, что при энергии эксперимента времена ВПР различаются примерно в 10 раз, поэтому проблема внутрипучкового рассеяния имеет значение для тяжелоионного сгустка с высокой зарядностью.

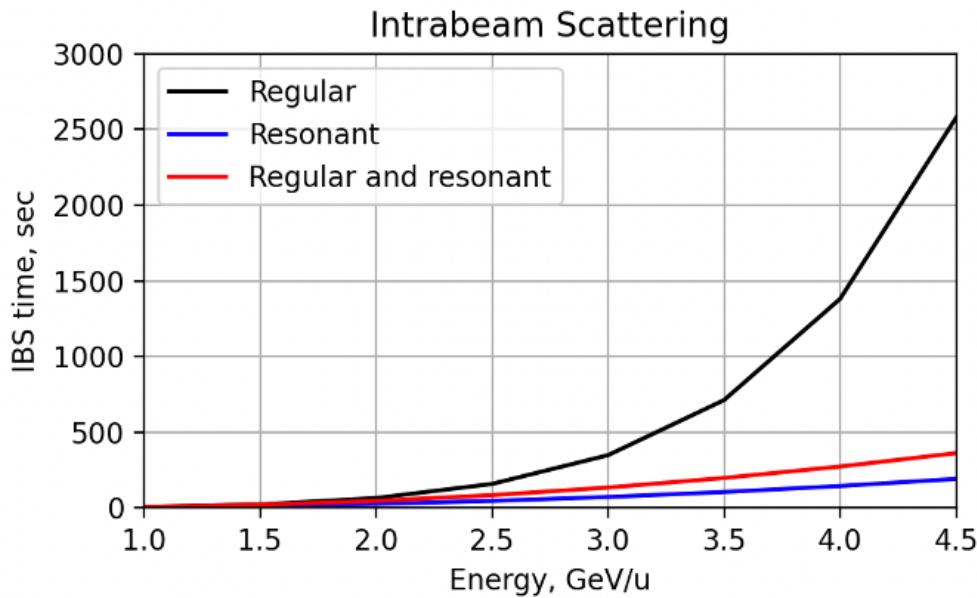


Рисунок 1.5 — Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, резонансной и комбинированной структурах от энергии пучка.

Из сравнения времени внутрипучкового рассеяния со временем охлаждения можно сделать заключение, что в регулярной структуре стохастическое охлаждение способно сбалансировать внутрипучковое рассеяние в диапазоне энергий  $W \geq$

Таблица 1 — Основные параметры магнитооптических структур коллайдера NICA.

Структура	Регулярная	Резонансная	Комбинир.
Энергия, ГэВ/нуклон	4.5	12.6	12.6
Критическая энергия $\gamma_{tr}$	7	15	150
Глубина модуляции	—	25%	45%
Время охл. при 4.5 ГэВ/н, с	2500	1500	800
Время ВПР, с (для тяжелых ионов при 4.5 ГэВ/нуклон)	2500	400	250
Время ВПР, с (для протонов при 12.6 ГэВ/нуклон)	$1.8 \times 10^4$	$4.5 \times 10^3$	$7.9 \times 10^3$
Рабочая точка	9.44/9.44	9.44/9.44	9.44/9.44

4.5 ГэВ/нуклон. Для применения стохастического охлаждения во всем диапазоне энергий требуется пожертвовать светимостью пучка на низких энергиях посредством увеличения эмиттанса. В резонансных структурах, время ВПР значительно меньше. Это объясняется тем, что структура имеет большее соотношение между дисперсией и  $\beta$ -функцией пучка  $\left\langle \frac{D_x^2 + \beta_x^2 D_x'^2}{\beta_x} \right\rangle$ , чем в случае регулярной. Таким образом, для тяжелоионной опции должна быть использована структура с максимально регулярными  $\beta$ -функцией и  $D$  дисперсией. Для охлаждения пучка до 4.5 ГэВ/нуклон в регулярной структуре также используется электронное охлаждение [62].

## Выводы

Рассмотрены принципы реализации дуальной магнитооптической структуры. В табл. 1 приведены ключевые параметры проанализированных структур.

1. Для легких частиц из-за соотношения заряд/масса энергия эксперимента может превышать критическую энергию установки, оптимизированной для тяжёлых ионов. Применение резонансной структуры позволяет повысить критическую энергию или привести её к комплексному значению;

2. Показано, что модуляция  $\beta$ -функции и  $D(s)$  дисперсии снижает время внутрипучкового рассеяния, что критично для тяжёлых ионов. Поэтому регулярная структура с минимальной модуляцией Твист-функций является наиболее эффективной для работы с ними. Несмотря на более слабое стохастическое охлаждение по сравнению с резонансной и комбинированной структурами, оно компенсирует эффект ВПР;
3. Дуальная магнитооптическая структура обеспечивает ускорение как тяжёлых ионов, так и лёгких частиц, что продемонстрировано на примере NICA. Для перехода от регулярной структуры к резонансной, с изменяемой критической энергией, достаточно ввести одно дополнительное семейство квадруполей без конструктивных изменений установки.

## Глава 2. Прохождение критической энергии в регулярной магнитооптической структуре синхротрона

В данной главе рассматриваются а) влияние критической энергии на продольную динамику пучка и б) процедура скачка критической энергии в регулярной структуре синхротрона. Анализ проводится с учётом эффектов высших порядков, а также различных моделей импеданса для широкого диапазона интенсивностей сгустка.

Исходя из изложенных в Главе 1 уравнений продольного движения, приближение энергии пучка к критическому значению приводит к изохронному режиму, при котором частота синхротронных колебаний стремится к нулю, что соответствует отсутствию продольного перемешивания частиц внутри сепараторы. В этих условиях нарушается адиабатичность, а влияние высших порядков разброса по импульсу становится существенным, что приводит к выраженной нелинейности динамики пучка. При этом затухание Ландау оказывается недостаточным для подавления возникающих возмущений в интенсивных сгустках. Дополнительное воздействие пространственного заряда и других импедансов усиливает развитие продольной микроволновой неустойчивости, нестабильности отрицательной массы и поперечной неустойчивости типа «голова–хвост» (head–tail) [12], [63], что в конечном счёте приводит к потере фазовой стабильности.

Традиционно преодоление критической энергии осуществляется с помощью процедуры её скачка [64]. Суть метода заключается во временном изменении параметров ускорителя с целью внесения возмущения, которое вызывает резкий кратковременный скачок критической энергии в момент, когда энергия сгустка приближается к критическому значению. После прохождения критической точки параметры установки возвращаются к исходным значениям с учётом возросшей энергии пучка. Основная сложность метода заключается в реализации скачка с заданной величиной и темпом. Один из способов создания скачка критической энергии основан на изменении частоты бетатронных колебаний, поскольку для регулярной структуры критическая энергия пропорциональна горизонтальной частоте колебаний  $\gamma_{tr} \sim v_x$ . Такой подход реализуется посредством внесения возмущений в квадрупольные элементы. Впервые этот метод был применён в 1969 году на протонном синхротроне PS в CERN [65]. Однако его применение ограничено возможным диапазоном сдвига рабочей частоты, что накладывает предел

как на величину скачка, так и на его скорость. Альтернативный метод основан на кратковременном возмущении дисперсионной функции путём установки специальных квадрупольей обратной полярности, размещённых через один период друг от друга. Это позволяет искажать дисперсию без изменения бетатронной частоты. Такой способ был реализован в 1974 году на той же установке PS [66] и обеспечивает достижение более высоких значений и темпов скачка критической энергии.

Прохождение критической энергии является актуальной задачей для протонного пучка в строящемся комплексе NICA-Nuclotron (ОИЯИ г. Дубна). С целью изучения данной проблемы была исследована продольная динамика пучка в окрестности критической энергии на синхротроне У-70 (НИЦ “Курчатовский институт” – ИФВЭ г. Протвино). Проведено численное моделирование процедуры скачка критической энергии для условий У-70, а полученные результаты дополнительно апробированы в ходе ускорительного сеанса [41].

Важным фактором, определяющим взаимодействие пучка с элементами ускорителя в процессе преодоления критической энергии, является влияние различных типов импедансов и высокочастотных резонаторов (ВЧ) на продольную динамику. Особенностью данного исследования является использование ВЧ барьера типа, обеспечивающих более равномерное распределение частиц в фазовом пространстве [67].

Полученные результаты позволяют более глубоко понять механизмы прохождения критической энергии и определить ключевые параметры, влияющие на устойчивость и динамику фазового движения протонного пучка.

## 2.1 Построение регулярной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

На основе ФОДО, ФДО и ОДФДО ячеек могут быть сформированы регулярные поворотные арки (рис. 2.1). ФОДО-ячейка характеризуется наибольшим пространственным разделением минимумов и максимумов  $\beta$ -функций, а также максимальными значениями  $\beta$ - и дисперсионной функций. При одинаковом набеге фазы требуемый градиент квадрупольных линз возрастает в порядке: ФОДО, ФДО, ОДФДО.

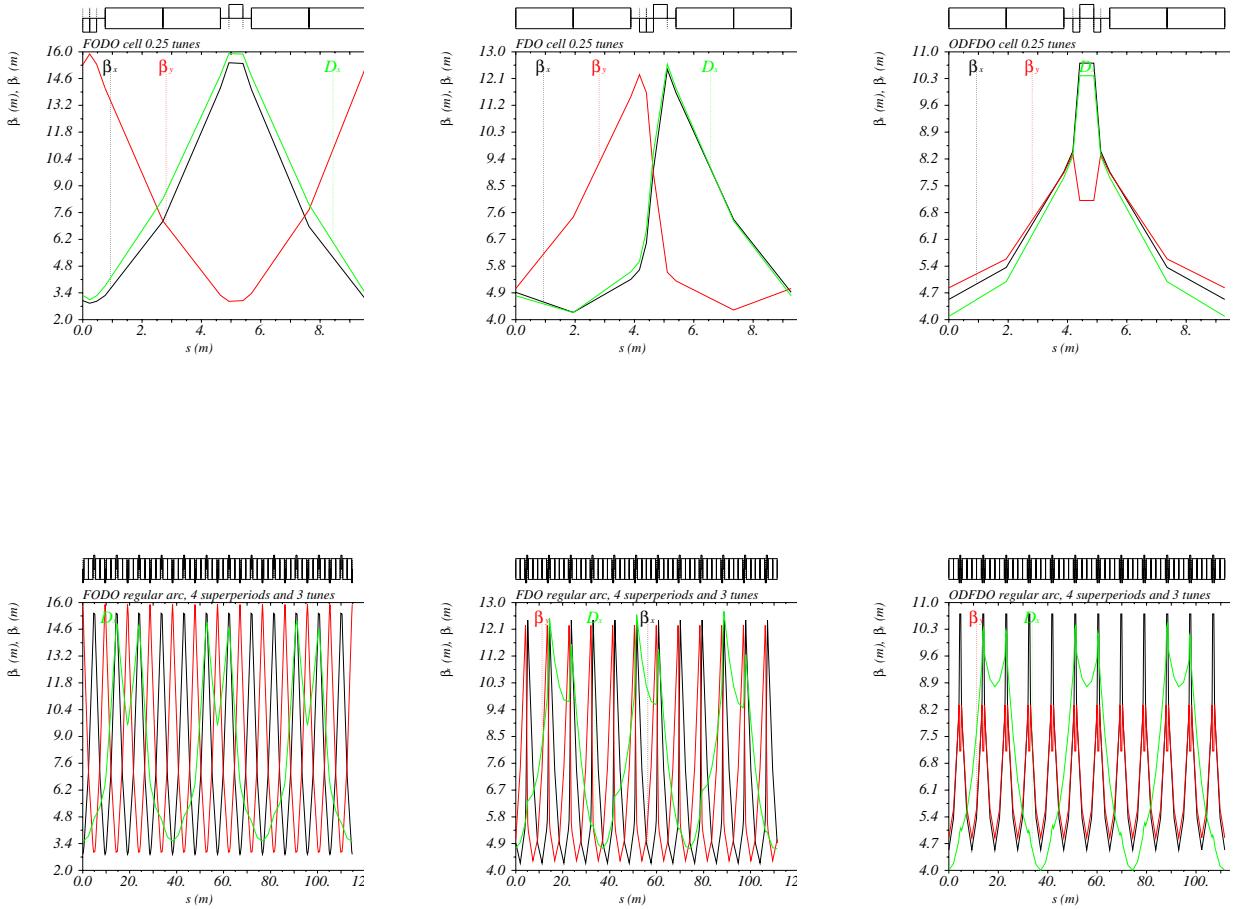


Рисунок 2.1 — Твисс-параметры  $\beta_{x,y}$ ,  $D_x$ . Сверху – для ячеек для синглетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная.

### 2.1.1 Подавление дисперсии в регулярных арках с missing magnet и/или квадрупольями с варьируемыми градиентами

Дисперсионная функция  $D(s)$  является решением неоднородного уравнения поперечного движения и описывает смещение замкнутой орбиты при ненулевом относительном разбросе по импульсу  $\delta$  [13].

Бездисперсионные области необходимы во многих задачах ускорительной техники. В коллайдерах пучки сталкиваются в точке взаимодействия (IP), где для достижения высокой светимости требуется минимальный поперечный размер пучка, прямо зависящий от дисперсии. При инжекции из бустера в основное

кольцо согласование Твисс-функций упрощается при нулевой дисперсии, тогда как при её наличии необходимо возбуждать орбиту. Кроме того, размещение элементов, например ВЧ-резонаторов, в бездисперсионных точках снижает эффект синхро-бетатронной связи.

Наиболее простой способ подавления дисперсии в поворотной арке — использование периодической структуры, в которой набег фазы кратен  $2\pi$ . Такой подход формирует ахромат первого порядка. Другой классический метод — применение концепции отсутствующих магнитов (missing magnet) [68], при которой условия ахромата первого порядка не выполняются. В коллайдере NICA используется именно этот метод, а инжекция осуществляется в область с ненулевой дисперсией, что обусловлено особенностью расположения оборудования.

Особо стоит отметить, что в случае спиновой динамики, на прямом участке применяются прямые фильтры Вина, как будет показано в Главе 4. эти элементы не возмущают орбиту за счёт нулевой силы Лоренца (или одинаковой кривизны полей  $E$  и  $B$ ). При этом возникает искажение дисперсионной функции, которое требуется компенсировать дополнительно.

## 2.2 Прохождение критической энергии

### 2.2.1 Численное моделирование динамики продольного движения

Основные уравнения, которые будут проанализированы — уравнения продольного фазового движения. Классически уравнения 1.1 могут быть записаны в зависимости от времени:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dt} = \eta(\delta) \cdot \frac{h \cdot \Delta E}{\beta^2 \cdot E_0}, \\ \frac{d(\Delta E)}{dt} = \frac{V(\tau)}{T_0}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Для моделирования приведенной системы уравнений используются различные программы. В работе используется BLonD [36]. Для пересчёта временной задержки могут быть использованы 2 различные схемы: как 'простая', учитывающая только первый порядок разложения  $\eta$ :

$$\Delta t^{n+1} = \Delta t^n + \frac{\eta_0^{n+1} T_0^{n+1}}{(\beta_s^{n+1})^2 E_s^{n+1}} \Delta E^{n+1}, \quad (2.2)$$

так и 'точная', учитывающая зависимость от высших порядков разложения:

$$\Delta t^{n+1} = \Delta t^n + T_0^{n+1} \times \times \left[ \left( 1 + \alpha_0^{n+1} \delta^{n+1} + \alpha_1^{n+1} (\delta^{n+1})^2 + \alpha_2^{n+1} (\delta^{n+1})^3 \right) \left( \frac{1 + \frac{\Delta E^{n+1}}{E_s^{n+1}}}{1 + \delta^{n+1}} \right) - 1 \right]. \quad (2.3)$$

Для пересчёта приращения энергии используется уравнение, включающее учёт только гармонических ВЧ, а также разности энергии  $n$  и  $n + 1$  оборота:

$$\Delta E^{n+1} = \Delta E^n + \sum_{k=0}^{n_{\text{rf}-1}-1} V_k^n \sin \varphi_{\text{rf},k}(\Delta t^n) - (E_s^{n+1} - E_s^n). \quad (2.4)$$

Такой подход затрудняет моделирование барьерного ВЧ в BLonD; при этом барьер представляется в виде набора ВЧ-станций с различными частотами, соответствующими Фурье-разложению сигнала. Этот метод будет использован в дальнейшем.

## 2.2.2 Стабильность продольного фазового движения вблизи критической энергии

Уравнения 2.1 определяют продольные колебания с определенной частотой. Вдали от критической энергии частота синхротронных колебаний изменяется медленно, движение остаётся адиабатичным. Вблизи критической энергии адиабатичность нарушается. Характерное время адиабатичности можно оценить, сравнивая синхротронную частоту с темпом изменения удерживающей сепаратрисы, что показано на рис. 2.2а [12]:

$$\tau_{\text{ad}} = \left( \frac{\pi \beta^2 m c^2 \gamma_{\text{tr}}^4}{\dot{\gamma} \omega_0^2 h e V |\cos \varphi_s|} \right)^{1/3}, \quad (2.5)$$

где  $\gamma_{\text{tr}}$  – Лоренц-фактор, соответствующий критической энергии,  $\dot{\gamma}$  – темп изменения энергии. При адиабатичном движении и сепаратриса, и частота колебаний изменяются медленно во времени.

Нелинейность продольного движения проявляется когда  $\eta_1 \delta$  сравнимо с  $\eta_0$ ; характерное время (рис. 2.2б):

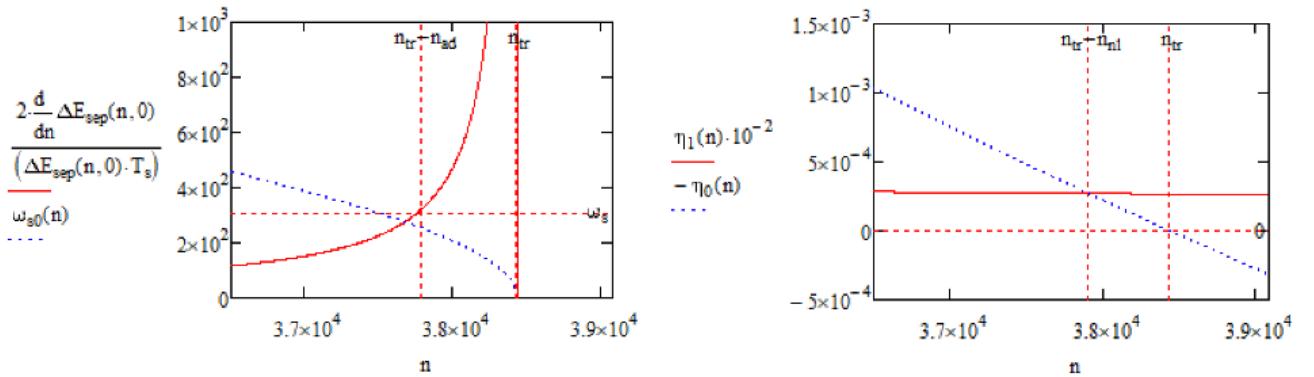


Рисунок 2.2 — а) Синхротронная частота и темп изменения огибающей сепаратрисы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядков коэффициента проскальзывания  $\eta_0$ ,  $\eta_1\delta$  в окрестности критической энергии от номера оборота.

$$\tau_{nl} = \frac{\eta_1 \hat{\delta}}{2\dot{\gamma}/\gamma_{tr}^3} = \gamma_{tr} \frac{3/2\beta^2 + \gamma_{tr}^2 \alpha_1}{2\dot{\gamma}}, \quad (2.6)$$

где  $\hat{\delta} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$  — абсолютное значение максимального отклонения импульса вблизи критической энергии,  $\alpha_1$  — второй порядок коэффициента уплотнения орбиты. Для регулярной ФОДО структуры У-70 с скомпенсированной натуральной хроматичностью, получено  $\alpha_1 \simeq 0.01$  [41].

Кроме того, из ур. 2.1 следует условие стабильности синхротронных колебаний

$$\eta_0 \cos \varphi_s < 0. \quad (2.7)$$

Видно, что для продольного согласования при прохождении критической энергии должна быть сдвинута фаза  $\varphi_s$  ускоряющего поля ВЧ, на величину  $\pi - 2\varphi_s$ .

Оценки для У-70, приведенные в табл. 2, отражают тот факт, что время адиабатичности (ур. 2.5) может быть сравнимо со временем нелинейности (ур. 2.6)  $\tau_{ad} \sim \tau_{nl}$ . При приближении энергии к критическому значению, продольная длина пучка уменьшается, а разброс по импульсам увеличивается. На рис. 2.3 приведены результаты моделирования прохождения критической энергии при ускорении от 7.0 до 13.0 ГэВ для  $\eta = \eta_0$  и  $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$  в различных моделях BLonD. Влияние второго порядка коэффициента проскальзывания увеличивает продольный эмиттанс, что может быть критично и приводит к необходимости применения дополнительных мер по сохранению фазового объёма.

Таблица 2 — Основные параметры кольца и ВЧ для синхротрона У-70

Полная длина $L$ , м	1483.699
Коэффициент расширения орбиты $\alpha_0$	0.011120
Коэффициент расширения орбиты $\alpha_1$	0.01
Критическая энергия, ГэВ	7.957
Лоренц-фактор $\gamma_{tr}$	7.48
Максимальная интенсивность в сеансе, ррр	$4 \cdot 10^{12}$
Ускоряющая фаза $\sin(\varphi_s)$	1/2
Время адиабатичности $\tau_{ad}$ , мс	3.218
Время нелинейности $\tau_{nl}$ , мс	2.646
Гармоническое число	30
Амплитуда ускоряющих станций, кВ	10
Количество ускоряющих станций	40
Темп ускорения $\dot{\gamma}$ , $\text{с}^{-1}$	42.7

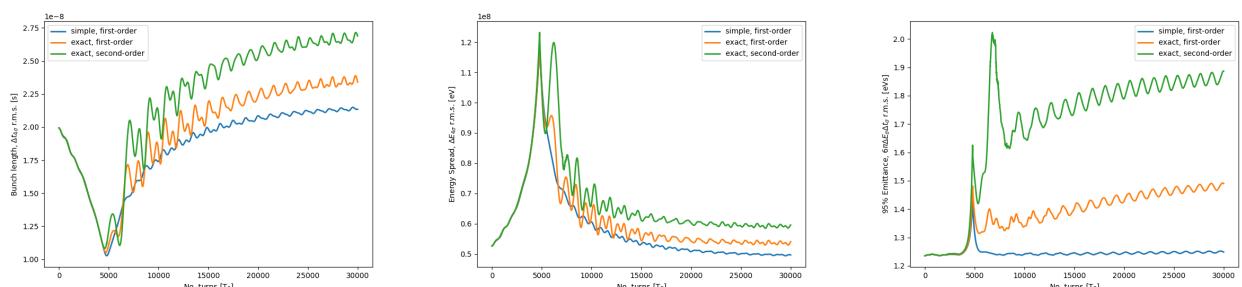


Рисунок 2.3 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя — учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая —  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая —  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver.

### 2.2.3 Влияние индуктивного импеданса

На продольную динамику пучка влияют элементы ускорителя, взаимодействие с которыми описывается через импеданс [69]. Импеданс обычно имеет действительную и мнимую части и может быть определён как аналитически, учитывая ключевые элементы, так и экспериментально на действующей установке. В силу сложности этих подходов часто используют упрощённые модели импеданса в качестве первого приближения.

Особое значение для продольной динамики при прохождении критической энергии имеет продольный импеданс  $Z_{\parallel}(\omega)$ . В работе рассматривается лишь его мнимая индуктивная часть  $Z_n/n = \pm i \cdot \text{const}$ . Положительная индуктивность соответствует импедансу пикап-электродов, кикеров и сильфонов [70], тогда как отрицательная описывает импеданс гладкой камеры с учётом пространственно-го заряда и может быть представлен аналитически:

$$\frac{Z_{\text{SC}}}{n} = -\frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right]. \quad (2.8)$$

Для наглядности, приведём напряжение, индуцированное пространственным зарядом,  $V_{\text{SC}}(\varphi)$ . Уравнение определяется производной от функции распределения  $f(\varphi)$  в пространстве [71]:

$$V_{\text{SC}}(\varphi) = \frac{Z^2 h^2 g_0 Z_0 c e}{2R_0 \gamma^2} \cdot \frac{\partial (N_0 \cdot f(\varphi))}{\partial \varphi}. \quad (2.9)$$

На сеансе на У-70 наблюдалась интенсивность в импульсе порядка  $N_{\text{tot}} = 4 \cdot 10^{12}$  ppp (particles per period). Соответственно в сгустке –  $N_{\text{beam}} = 4 \cdot 10^{11}$  ppb (particles per beam). Моделирование продольной динамики при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ показывает, что при малой интенсивности  $N_{\text{beam}} = 4 \cdot 10^{11}$  ppb как для отрицательного, так и для положительного значений рассматриваемого импеданса пучок сохраняет стабильность. Для больших интенсивностей  $N_{\text{beam}} = 1 \cdot 10^{12}$  ppb наблюдается существенное изменение симметрии фазового объёма и увеличение продольного эмиттанса (рис. 2.4, табл. 3). В соответствии с экспериментальными данными начальное значение длины сгустка  $\tau_L = 4t_{\sigma} \simeq 20$  нс для  $E_0 = 7$  ГэВ. Для гауссова распределения  $\Delta E_0 = 4E\sigma = 52.7$  МэВ,  $\varepsilon_0^{95\%} = 1.23$  эВ·с.

Таблица 3 — Результаты численного моделирования прохождения критической энергии, в том числе с учётом влияния различных импедансов для различных интенсивностей.

Параметры моделирования	95% фазовый объем, $\text{эВ} \cdot \text{с}$	Сохранение пучка	Особенности
$\alpha_1 = 0$ , simple, Без импеданса	1.23	100%	Простая модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0$ , exact, Без импеданса	1.4	99.65%	Точная модель, нелинейность отсутствует, влияние неадиабатичности, рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, Без импеданса	1.8	99.65%	Влияние нелинейности, рост эмиттанса в $\sim 1.5$ раза
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.8	99.65%	Уменьшение длины сгустка после $\gamma_{\text{tr}}$ , фокусирование после $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.9	99.60%	Уменьшение длины сгустка до $\gamma_{\text{tr}}$ , раскачивание после $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	2.3	99.60%	Существенное сжатие длины сгустка до $\gamma_{\text{tr}}$ , рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	4.1	98.60%	Увеличенная амплитуда квадрупольных колебаний, существенный рост эмиттанса

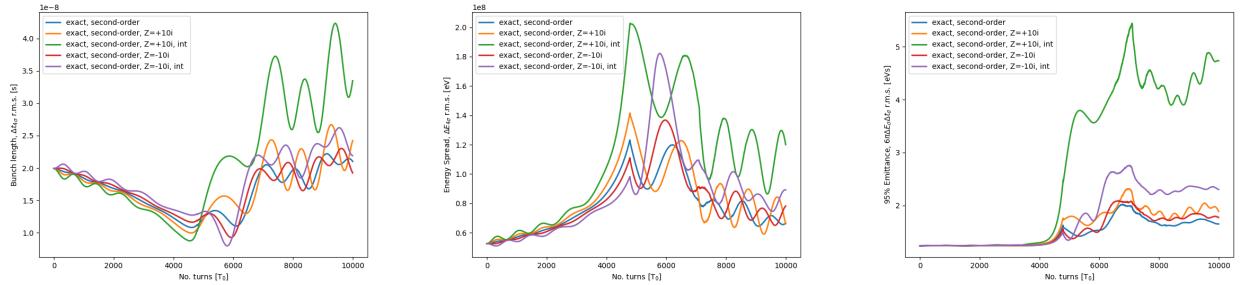


Рисунок 2.4 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

## 2.2.4 Процедура скачка критической энергии

Для сохранения стабильности продольного движения продольный эмиттанс не должен увеличиваться при прохождении критической энергии. Для этого применяется метод скачка критической энергии при приближении энергии пучка к критическому значению [64]. Такой подход заключается в быстром изменении параметров ускорителя, при котором изменяется коэффициент уплотнения орбиты  $\alpha$ , связанный с  $\gamma_{tr}$  (ур. 1.3). В общем случае коэффициент расширения орбиты определяется интегралом:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, \quad (2.10)$$

где  $s$  — переменная длины ускорителя,  $D(s)$  — дисперсионная функция,  $\rho(s)$  — кривизна орбиты. Изменение коэффициента расширения орбиты в стационарной установке возможно при модуляции дисперсионной функции, так как кривизна остается неизменной.

Таким образом, скорость прохождения критической энергии увеличивается, при этом темп ускорения остаётся неизменным. Параметры скачка выбираются с учётом особенностей магнитооптической структуры и возможности изменения тока во вспомогательных квадруполях или в квадруполях поворотных арок. Оба подхода будут продемонстрированы далее на примере синхротронов У-70 и NICA.

## 2.3 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне У-70

Модуляция дисперсионной функции в синхротроне У-70 осуществляется вспомогательными квадруполями во 2-ом и 8-ом блоках каждого суперпериода [72]. На рис. 2.5 изображены параметры Твисса для одного суперпериода, состоящего из 10 магнитных блоков с совмещённой функцией как для полностью регулярной структуры У-70, так и структуры с искаженной дисперсионной функцией.

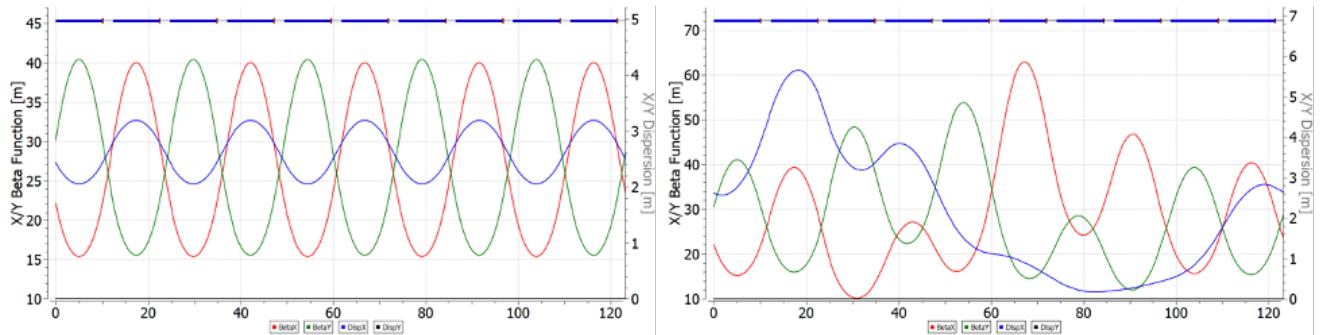


Рисунок 2.5 — Твисс-параметры  $\beta_x, \beta_y, D_x$  для суперпериода У-70 а) регулярная структура; б) структура с модулированной дисперсией.

Вспомогательные квадруполи расположены через полпериода  $\Delta v_{x,y} = 0.5 \times 0.5$  и имеют противоположные полярности. При такой модуляции дисперсии не происходит сдвига рабочей точки, поскольку действие одного квадруполя, подавляется другим в силу указанного набега фазы. В табл. 4 приведены значения рабочей точки в ходе процедуры поднятия критической энергии и скачка. Рассматриваемый скачок имеет асимметричный характер, поднятие критической энергии на переднем фронте происходит на  $\Delta \gamma_{tr} = 0.9$  за 36 мс, а сам скачок — за 1 мс на заднем фронте. Принципиальная схема процедуры и соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения приведены на рис. 2.6. Процедура скачка на сеансе У-70 приведена на рис. 2.7а, продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка отражена на рис. 2.7б

Результаты моделирования продольного движения (рис. 2.8 и табл. 5) показаны для разных моделей при ускорении от 6.9 – 12.9 ГэВ для скачка критической энергии. А также для скачка с учётом импедансов вида  $\frac{Z_n}{n} = \pm i \cdot const$  и разных интенсивностей при ускорении 6.9 – 8.9 ГэВ (рис. 2.9). Начальные значения  $\tau_L = 4t_\sigma \simeq 20$  нс при  $E_0 = 6.9$  ГэВ,  $\Delta E_0 = 4E_\sigma = 49.3$  МэВ,  $\varepsilon_0^{95\%} = 1.16$  эВ·с. Данные моделирования продольного движения соответствуют изменению длины

Таблица 4 — Изменение рабочей точки в процессе процедуры скачка критической энергии на У-70.

Время от момента инжекции, мс	Рабочая точка $\nu_{x,y}$	Относительно скачка
290	$9.921 \times 9.842$	До процедуры
295	$9.917 \times 9.808$	Начало процедуры
310	$9.849 \times 9.787$	Середина процедуры
326	$9.780 \times 9.771$	Момент скачка
330	$9.902 \times 9.809$	После

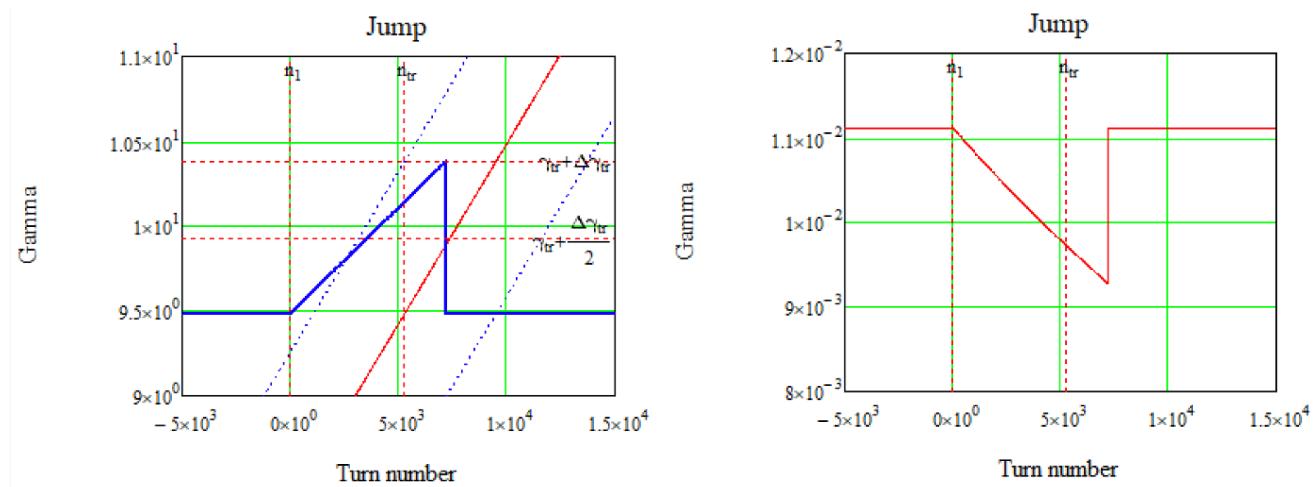


Рисунок 2.6 — а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$ .

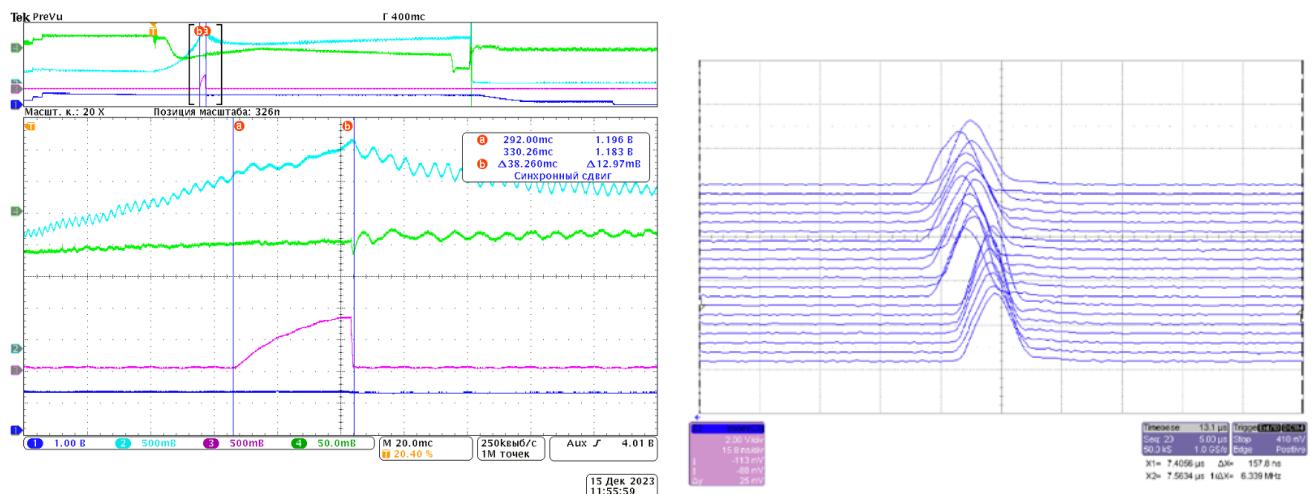


Рисунок 2.7 — а) Скачок критической энергии на сеансе У-70. Зеленая линия — сигнал с фазового датчика, фиолетовая — градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая — сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка.

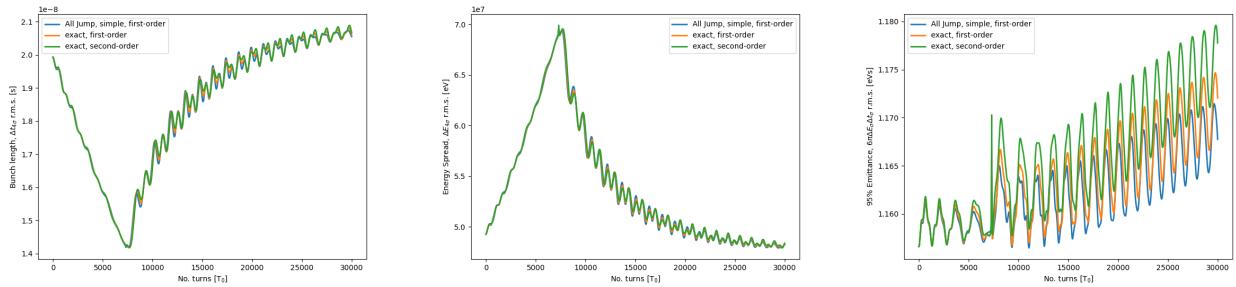


Рисунок 2.8 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя — учёт только первого порядка  $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая —  $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая —  $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver.

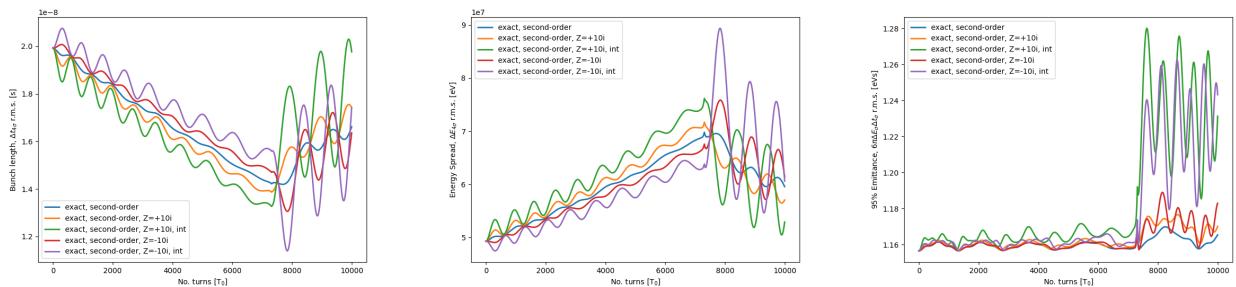


Рисунок 2.9 — Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей.

сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70 для низкоинтенсивного пучка (рис. 2.10).

Сравнение двух способов прохождения критической энергии — со скачком и без него — показывает, что в случае скачка сокращение продольной длины сгустка оказывается меньше. Соответственно, воздействие рассмотренных импедансов на сгусток уменьшается. Рост эмиттанса наблюдается лишь для интенсивного сгустка с числом частиц порядка  $N_{\text{beam}} = 1 \times 10^{12}$  ppb.

Проведён анализ пересечения критической энергии в гармоническом ВЧ с использованием метода скачка и без него. Проведено численное моделирование продольной динамики для различных импедансов и интенсивностей сгустков; результаты апробированы на протонном синхротроне У-70. Установлено, что ключевым фактором является темп ускорения, увеличение которого достигается методом скачка. Изменение значения критической энергии реализуется

Таблица 5 — Результаты численного моделирования прохождения критической энергии скачком с учетом влияния различных импедансов для различных интенсивностей.

Параметры моделирования	95% фазовый объем, $\text{эВ} \cdot \text{с}$	Сохранение пучка	Особенности
$\alpha_1 = 0$ , simple, Без импеданса	1.165	100%	Простая модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0$ , exact, Без импеданса	1.167	100%	Точная модель, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, Без импеданса	1.174	100%	Нелинейность отсутствует, рост эмиттанса отсутствует
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.17	100%	Уменьшение длины после скачка $\gamma_{tr}$
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $4 \cdot 10^{11} \text{ ppb}$	1.17	100%	Слабые квадрупольные колебания до скачка $\gamma_{tr}$
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = -i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	1.23	99%	Длина сгустка существенно сокращается, небольшой рост эмиттанса
$\alpha_1 = 0.01$ , exact, $Z_n/n = +i \cdot 10$ , $1 \cdot 10^{12} \text{ ppb}$	1.23	99%	Большая амплитуда квадрупольных колебаний, небольшой рост эмиттанса

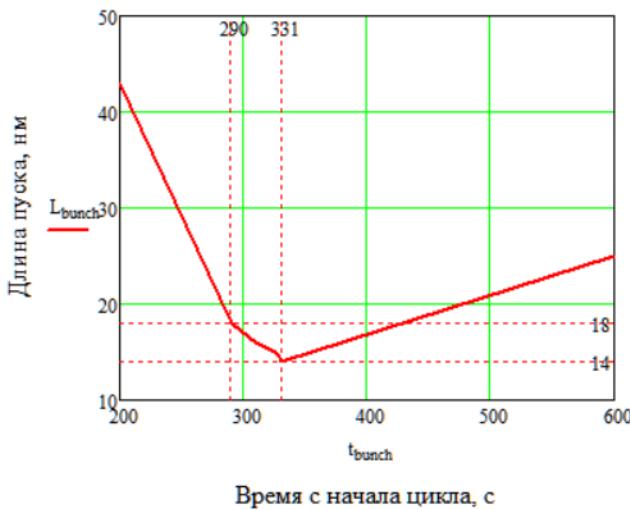


Рисунок 2.10 — Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70.

посредством модуляции дисперсионной функции, что позволяет контролировать продольный эмиттанс в момент её прохождения. Полученные результаты представляют практический интерес для дальнейших исследований и оптимизации параметров пучка на комплексе NICA.

## 2.4 Особенности процедуры скачка критической энергии в синхротроне NICA для протонного пучка

Проблема прохождения критической энергии в синхротроне NICA (ОИЯИ г. Дубна) актуальна для экспериментов с протонами при энергии пучка 12.4 ГэВ, поскольку может приводить к росту эмиттанса и в конечном счёте накладывает ограничения на конечную светимость. Для экспериментов с тяжёлыми ионами при энергии 4.5 ГэВ такой сложности не возникает, так как критическая энергия, характеристика кольца, составляет 5.7 ГэВ.

В регулярной структуре NICA реализация скачкообразного прохождения критической энергии со сдвигом бетатронной частоты ограничивается максимально допустимой величиной скачка. Это связано с тем, что скорость изменения градиентов квадрупольных линз определяет предельный темп изменения критической энергии. Данная схема была проанализирована как для барьерной, так и для гармонической ВЧ-станций, отличающихся принципом формирования по-

тенциала. Проведено также сравнение с методом скачка критической энергии, реализованным на синхротроне У-70.

Магнитооптическая структура поворотных арок NICA состоит из 12 ФОДО ячеек с подавленной на краях дисперсией методом отсутствующих магнитов. С помощью программ численного моделирования динамики пучка в магнитных системах ускорителей MADX [33] и OptiM [34] изучена зависимость изменения критической энергии от частоты бетатронных колебаний, при этом изменялся градиент в фокусирующих квадрупольных линзах. Именно в этих элементах расположены максимум  $\beta_x$  и  $D_x$ . Как видно из рис. 2.11, в имеющейся структуре  $\Delta\gamma_{tr} = 1.1\Delta q$ . Максимальная вариация частоты или рабочей точки составляет  $\pm\Delta q = 0.05$ , что соответствует измерению критической энергии порядка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ . Соответствующее суммарное изменение градиента  $\Delta Kl = 4\pi\Delta q\beta_a = 0.055 \text{ м}^{-1}$ , где  $\beta_a = 11.5 \text{ м}$  – средняя бета-функция. Тогда максимальное изменение градиента в одном квадруполе  $\Delta G = \Delta Kl(BR/N_F l) = 0.5 \text{ Тл/м}$ , где  $N_F = 24$  – количество фокусирующих линз,  $B\rho = 22 \text{ Тл}\cdot\text{м}$  – магнитная жесткость при энергии протонов 5.7 ГэВ (критическая энергия),  $l = 0.47 \text{ м}$  – длина квадруполя. При этом ограничение скорости нарастания тока приводит к ограничению в изменении градиента квадрупольных линз. Темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$  [73].

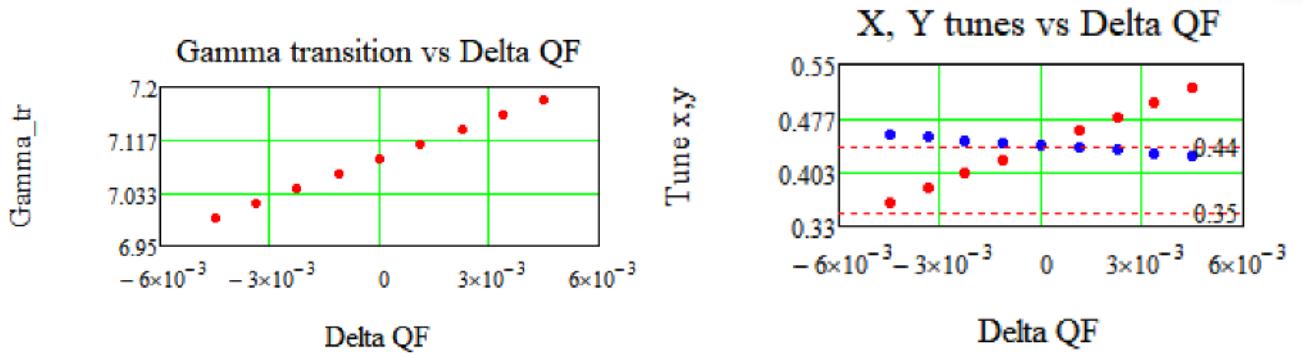


Рисунок 2.11 – Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз.

Как было показано, на У-70 производится скачок критической энергии. Ускорение осуществляется гармоническим ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{U-70} = 40 \text{ с}^{-1}$ . Скачок достигается также искажением дисперсионной функции, однако без смещения рабочей точки. Изменение критической энергии происходит на  $\Delta\gamma_{tr}^{U-70} = 0.9$  за 1 мс, то есть в 10 раз больше по сравнению с приведённым скачком для NICA, что качественно различает две рассмотренные методики.

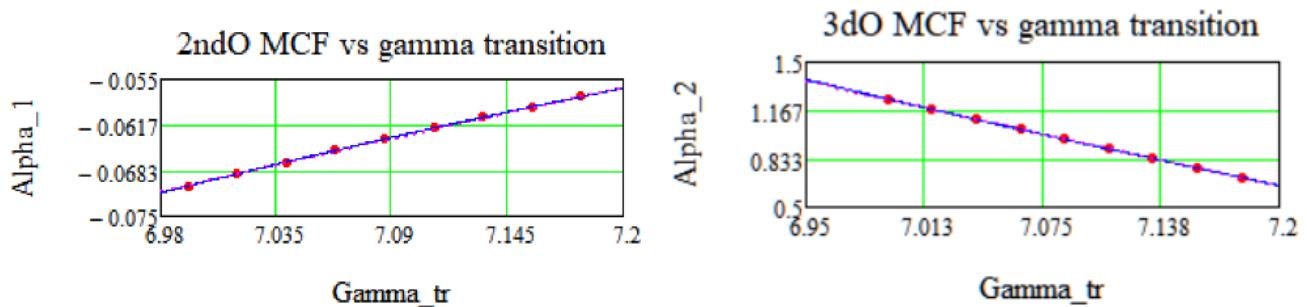


Рисунок 2.12 — Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии.

Более того, темп ускорения непосредственно влияет на динамику продольного движения. В NICA имеются 3 различные ВЧ станции: ВЧ-1 – барьерная, четыре ВЧ-2, восемь ВЧ-3 – гармонические с гармоническим числом 22 и 66 соответственно. Максимальное суммарное напряжение составляет порядка  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ c}^{-1}$ ,  $(d\gamma/dt)_{RF3} = 300 \text{ c}^{-1}$  и значительно больше, чем для индукционного ускорения в барьерном  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ c}^{-1}$  [74].

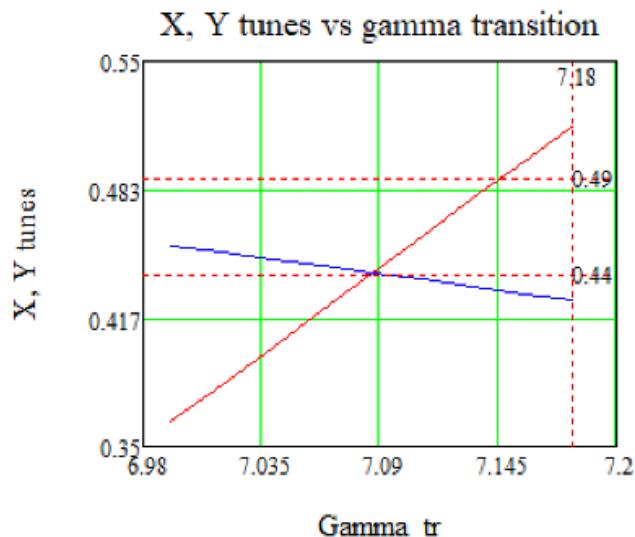


Рисунок 2.13 — Зависимость бетатронной частоты в  $x$ ,  $y$  – плоскости от критического значения Лоренц-фактора  $\gamma_{tr}$  при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах.

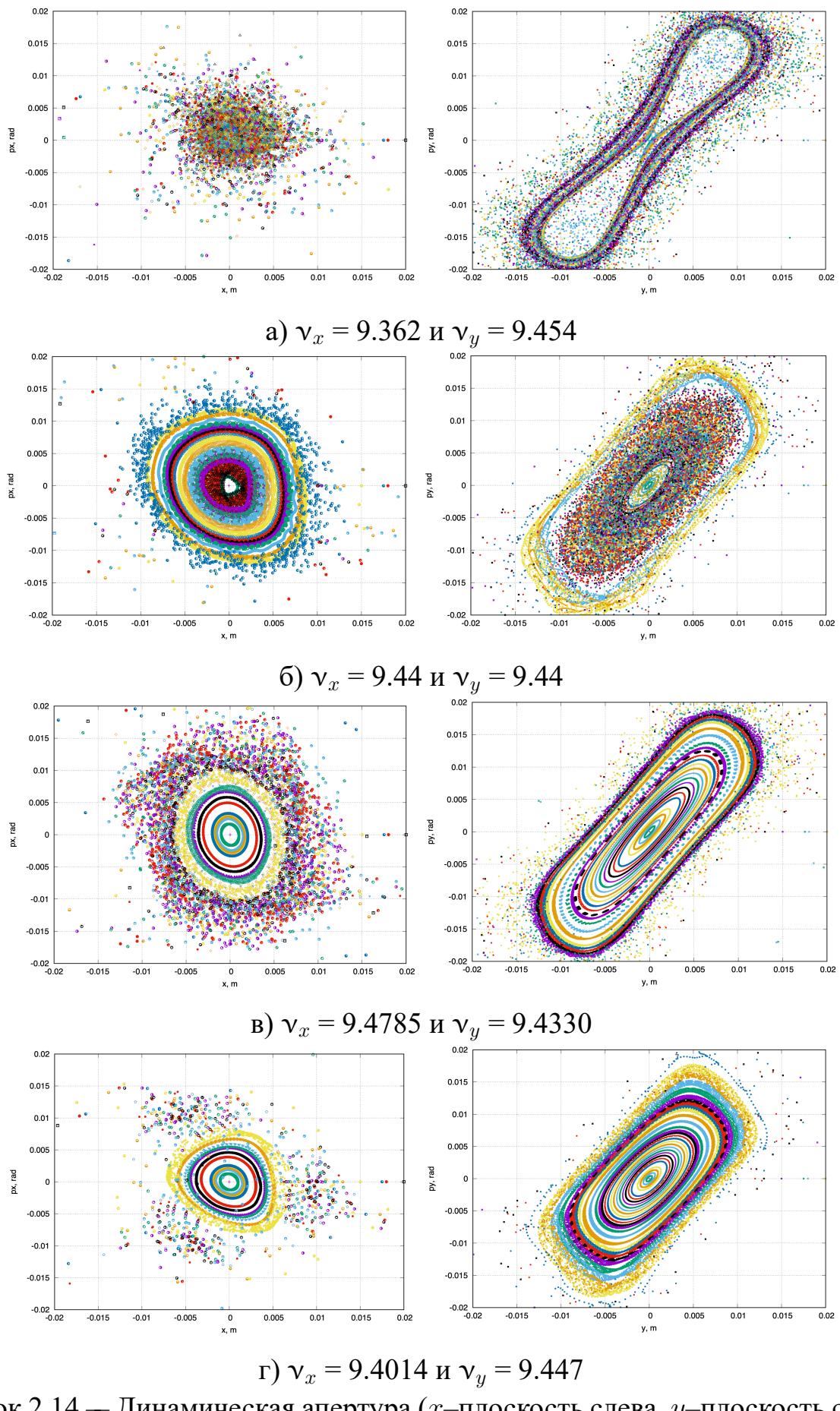


Рисунок 2.14 — Динамическая апертура ( $x$ —плоскость слева,  $y$ —плоскость справа) для различных (а-г) рабочих точек с  $\frac{dp}{p} = 0$

### 2.4.1 Обеспечение стабильности пучка с точки зрения динамической апертуры при процедуре скачка критической энергии

Поскольку модуляция дисперсионной функции происходит за счёт изменения градиента во всех квадрупольях поворотной арки, то происходит смещение рабочей точки в  $x$ -плоскости в течение процедуры скачка критической энергии. При измененных параметрах квадрупольных линз была проведена оценка динамической апертуры, определяющей стабильную область для движения частиц в поперечной плоскости. Соответствующие расчеты были проведены с использованием программ OptiM и MADX.

При смещении рабочих точек до  $v_x = 9.3627$  и  $v_y = 9.4541$  (что соответствует  $\gamma_{tr} - 2\Delta\gamma_{tr} = 6.997$ ) динамическая апертура в горизонтальной плоскости исчезает вследствие близости к резонансу, как показано на рис. 2.14а.

Рассмотрен другой вариант симметричного скачка. Сначала критическая энергия плавно поднимается до величины  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr} \approx 7.13$ , затем производится быстрый скачок на  $2 \cdot \Delta\gamma_{tr}$  до величины  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr} \approx 7.04$ . При этом рабочая точка изменяется от  $v_x = 9.44$  и  $v_y = 9.44$  (2.14б) до величины перед скачком  $v_x = 9.4769$  и  $v_y = 9.43$  (рис. 2.14в) и после скачка вниз  $v_x = 9.4015$  и  $v_y = 9.447$  (рис. 2.14г). В этом случае, динамическая апертура сохраняется и изменение частоты остается в диапазоне  $\Delta q = \pm 0.05$ .

### 2.4.2 Оценка возможности использования гармонического ВЧ

Ускорение в гармоническом ВЧ-резонаторе достигается за счёт смещения фазы пучка относительно фазы поля. В коллайдере NICA используются гармонические ВЧ-станции двух типов: четыре станции ВЧ-2 и восемь станций ВЧ-3 с гармоническими числами 22 и 66 соответственно. Максимальные значения темпа изменения релятивистского гамма-фактора для них составляют  $(d\gamma/dt)_{RF2} \approx 30 \text{ с}^{-1}$  и  $(d\gamma/dt)_{RF3} \approx 300 \text{ с}^{-1}$ .

Темп ускорения в гармонической ВЧ-2 превышает максимальную скорость изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . На рис. 2.15а показана схема симметричного скачка критической энергии от  $\gamma_{tr} + \Delta\gamma_{tr}/2$  до  $\gamma_{tr} - \Delta\gamma_{tr}/2$ . Пред-

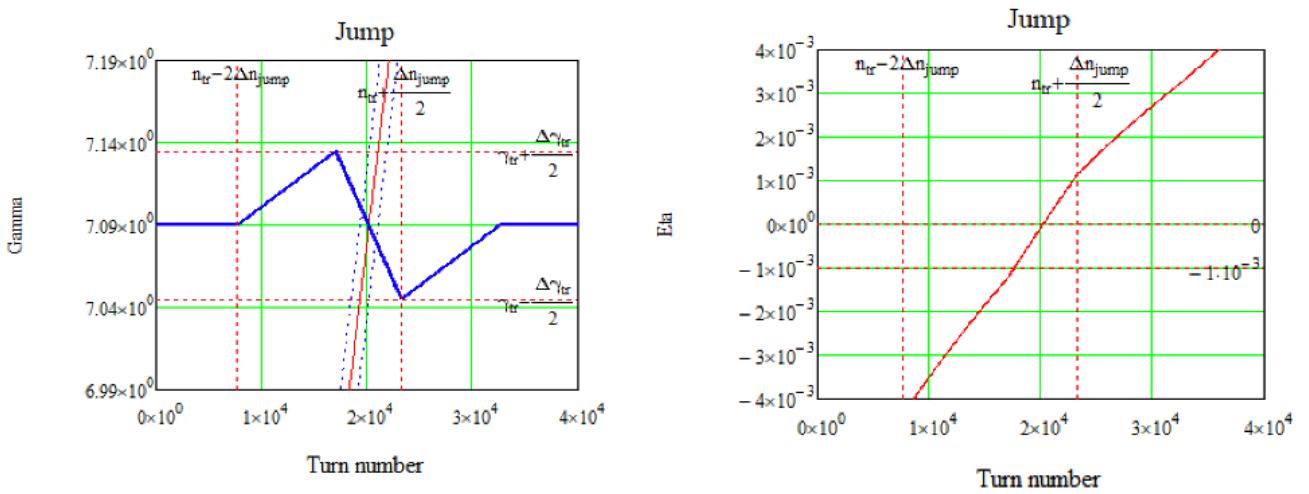


Рисунок 2.15 — а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом  $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$  при процедуре скачка на  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  с темпом  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ .

варительное увеличение  $\gamma_{tr}$  и её последующее восстановление до стационарного значения может происходить с меньшей скоростью, чем максимально допустимая, что позволяет сократить время нахождения вблизи нулевого значения коэффициента проскальзывания  $\eta$ . В отличие от случая скачка на У-70, изменение  $\eta$  в процессе скачка происходит более плавно, что показано на рис. 2.15б.

Продолжительное нахождение пучка вблизи нулевого значения коэффициента проскальзывания  $\eta$  приводит к ухудшению продольной стабильности и росту неустойчивостей. Чтобы избежать этого, используется процедура скачка — быстрое пересечение критической энергии. Однако в случае применения гармонического ВЧ, из-за небольшой величины  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$  и ограниченного темпа изменения  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ , реализуемый скачок критической энергии оказывается крайне малым.

#### 2.4.3 Применение барьерного ВЧ

Барьерное ВЧ-1 генерирует барьерные импульсы 5 кВ для удержания пучка, а ускорение может достигаться индукционно, меандром с напряжением 300 В за оборот [74]. Темп ускорения  $(d\gamma/dt)_{RF1} = 0.2 \text{ с}^{-1}$  значительно ниже по сравнению с гармоническим.

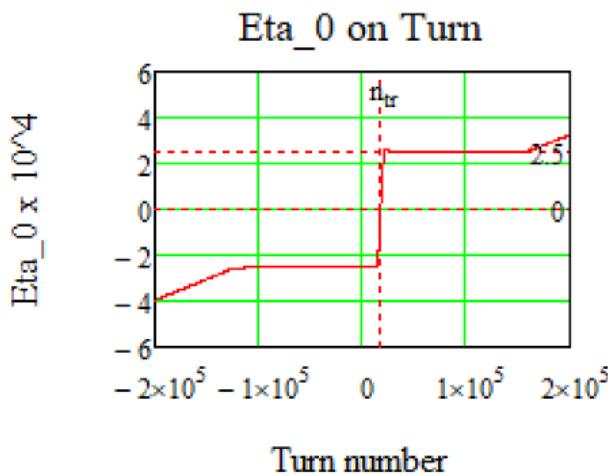


Рисунок 2.16 — Изменение первого порядка коэффициента скольжения  $\eta_0$  при процедуре скачка с использованием барьерного ВЧ.

Скачок критической энергии не зависит от типа используемого ВЧ и происходит за тоже время 10 мс, что и в случае гармонического. Продольная динамика в таком ВЧ отличается от случая гармонического. Главным остается то, что ограничены 1) возможная величина скачка  $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ ; 2) темп изменения критической энергии  $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ . Ограничение на величину скачка накладывает предел на изменение коэффициента проскальзывания  $\eta_0 = \pm 2.5 \times 10^{-4}$  (рис. 2.16). Барьерное ВЧ обеспечивает относительно длительное удержание пучка в окрестности нулевого значения  $\eta_0$ . При ускорении значение коэффициента скольжения  $\eta$  приближается к нулю для всех частиц, однако из-за ненулевого разброса по импульсам  $\delta$ , слагаемое  $\eta_1\delta$  начинает быть сравнимо с  $\eta_0$  и существенно влияет на динамику вблизи критической энергии. Без специальных мер частицы, преодолевшие критическую энергию, меняют знак коэффициента скольжения. Процедура скачка позволяет удерживать пучок на безопасном расстоянии при подъёме критической энергии, обеспечивая, во-первых, согласованное сохранение знака  $\eta$  для всех частиц, и, во-вторых, быстрый переход к новому состоянию с изменением знака  $\eta$ . Стабильность обеспечивается сменой полярности удерживающих ВЧ-барьеров.

Для барьерного ВЧ влияние дополнительного напряжения, обусловленного эффектом пространственного заряда, не представляет опасности, так как из ур. 2.9 следует, что возмущение фазового движения возникает лишь при наличии ненулевой производной распределения, способной вытолкнуть частицы за пределы сепаратрисы (рис. 2.17). Если же распределение равномерное, то дополнительного напряжения не возникает. Профиль пучка в барьерном потенциале

имеет ненулевой градиент только по краям, где частицы отражаются от барьера, и распределение может быть искажено.

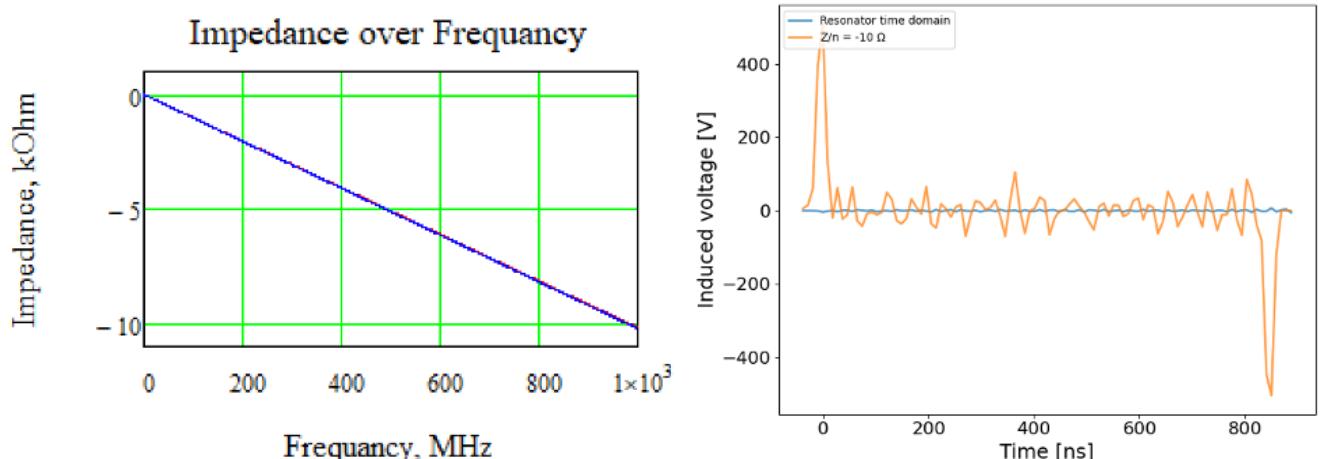


Рисунок 2.17 — Слева — импеданс пространственного заряда; справа — напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости.

В наиболее экстремальном случае можно выделить пять основных состояний продольной динамики, основанных на изменении критической энергии  $\gamma_{tr}$  (рис. 2.18):

1. Ускорение от энергии инжекции  $E_{inj}$  со стационарным значением  $\gamma_{tr}^{stat}$ ;
2. Плавное увеличение  $\gamma_{tr}$  параллельно энергии частиц до пикового значения, коэффициент скольжения  $\eta_0$  приобретает минимально возможное значение, приближаясь к нулевому значению;
3. Переход через стационарное значение критической энергии, при этом  $\eta_0$  пересекает нулевое значение для всех частиц. Это происходит в отсутствие барьеров, за это время фазовый портрет изменяется незначительно;
4. Плавное восстановление  $\gamma_{tr}$  до стационарного значения, также параллельно энергии частиц с захватом пучка барьерами с обратной полярностью;
5. Ускорение до энергии эксперимента со стационарным значением критической энергии  $\gamma_{tr}^{stat}$ .

Стоит отметить, что состояния 2 и 4 являются экстремальными и в реальном случае, изменение может быть более плавным.

Для моделирования прохождения критической энергии с использованием ВЧ барьерного типа (рис. 2.19), рассмотрим более формально создаваемый им потенциал:

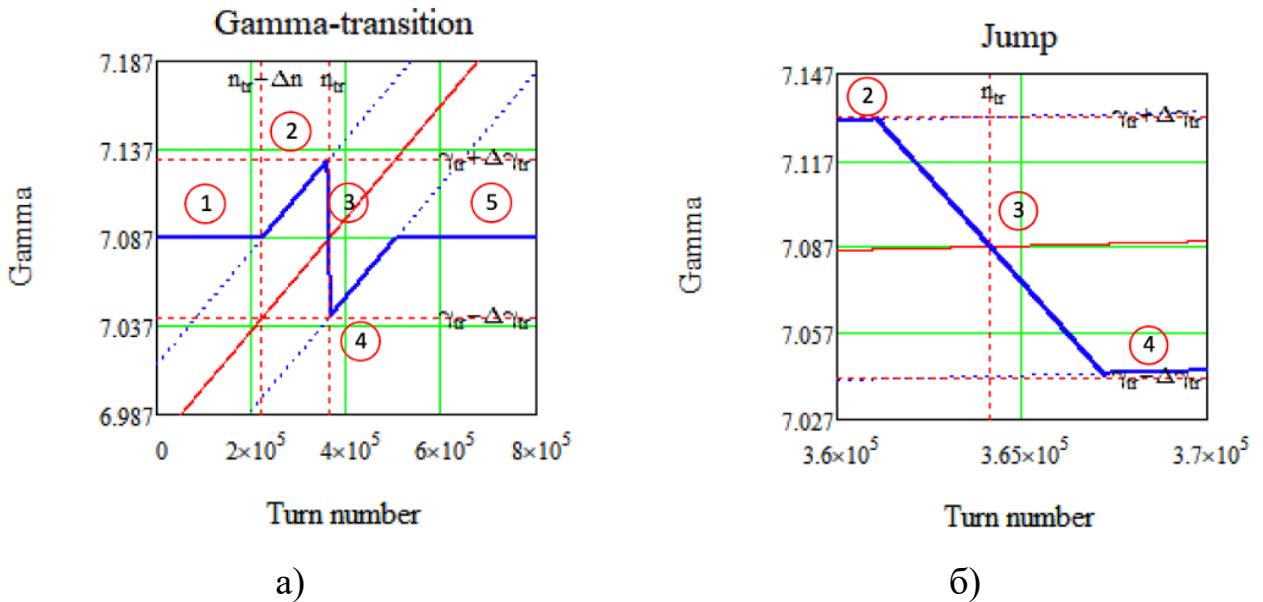


Рисунок 2.18 — Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя  $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы.

$$g(\varphi) = \begin{cases} -\text{sign}(\eta), & -\pi/h_r \leq \varphi \leq 0 \\ \text{sign}(\eta), & 0 < \varphi \leq \pi/h_r \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (2.11)$$

где  $\eta$  – коэффициент скольжения (slip-factor),  $h_r = \frac{\pi}{\varphi_r}$  – гармоническое число для отражающего барьера и  $\varphi_r$  – соответствующая фаза. В уравнении 2.11 учтено, что при прохождении через критическую энергию знак  $\eta$  изменяется, что приводит к изменению полярности ВЧ-барьеров.

Поскольку при моделировании ур. 2.4, может быть использован только гармонический потенциал, необходимо рассмотреть разложение сигнала в соответствующий гармонический ряд. Коэффициенты Фурье-разложения для приведенного прямоугольного сигнала даются выражением [75]:

$$b_n = \text{sign}(\eta) \frac{2}{n\pi} \left[ 1 - \cos \left( \frac{n}{h_r} \pi \right) \right], \quad (2.12)$$

где  $n$  – номер гармоники. Для создания плавной формы сигнала, используется сигма-модуляция, сохраняющая симметрию сигнала:

$$\sigma_{m,n} = \text{sinc}^m \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad (2.13)$$

где  $N$  – количество членов гармонического разложения. Таким образом, напряжение  $n$ -ой гармоники:

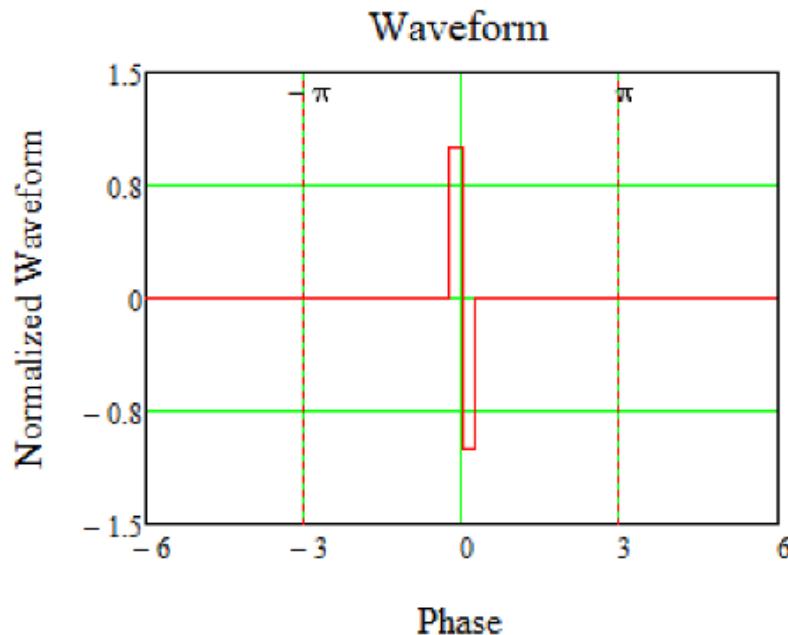


Рисунок 2.19 — Нормализованная форма сигнала от ВЧ барьера.

$$V_n = V^{\text{peak}} b_n \sigma_{m,n}. \quad (2.14)$$

На рисунках 2.20 представлены полученные формы сигнала и соответствующие напряжения для гармоник.

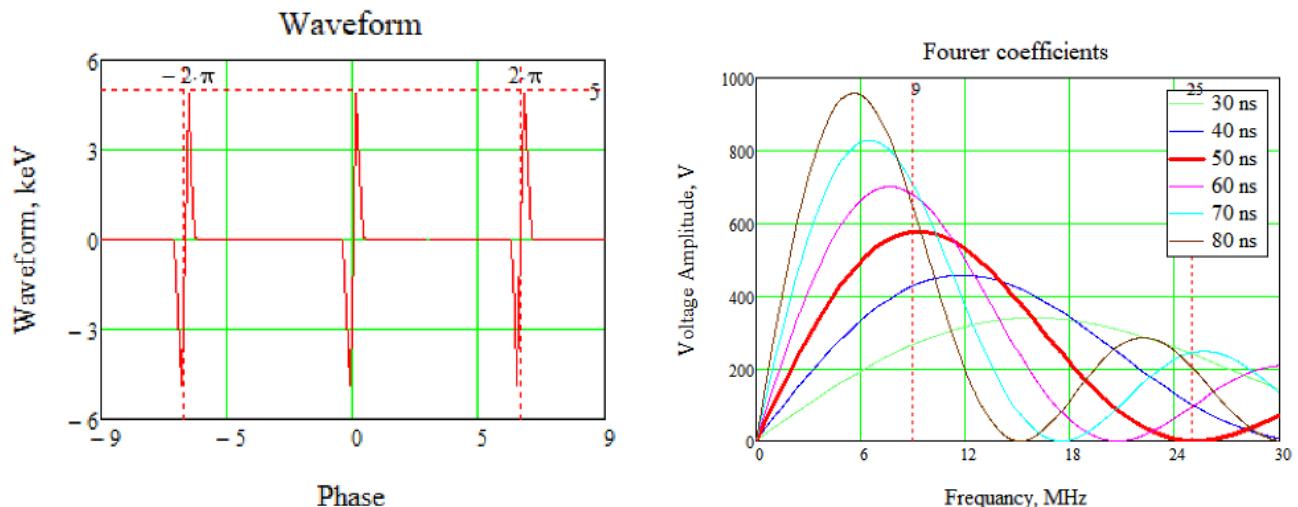


Рисунок 2.20 — Разложение сигнала от ВЧ барьера типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьера, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера.

Наиболее опасными с точки зрения разрушения пучка, являются состояния 2-3-4, при которых изменяются параметры ускорителя. С точки зрения динамики, состояния 2 и 4 являются симметричными. Профиль пучка в продольной

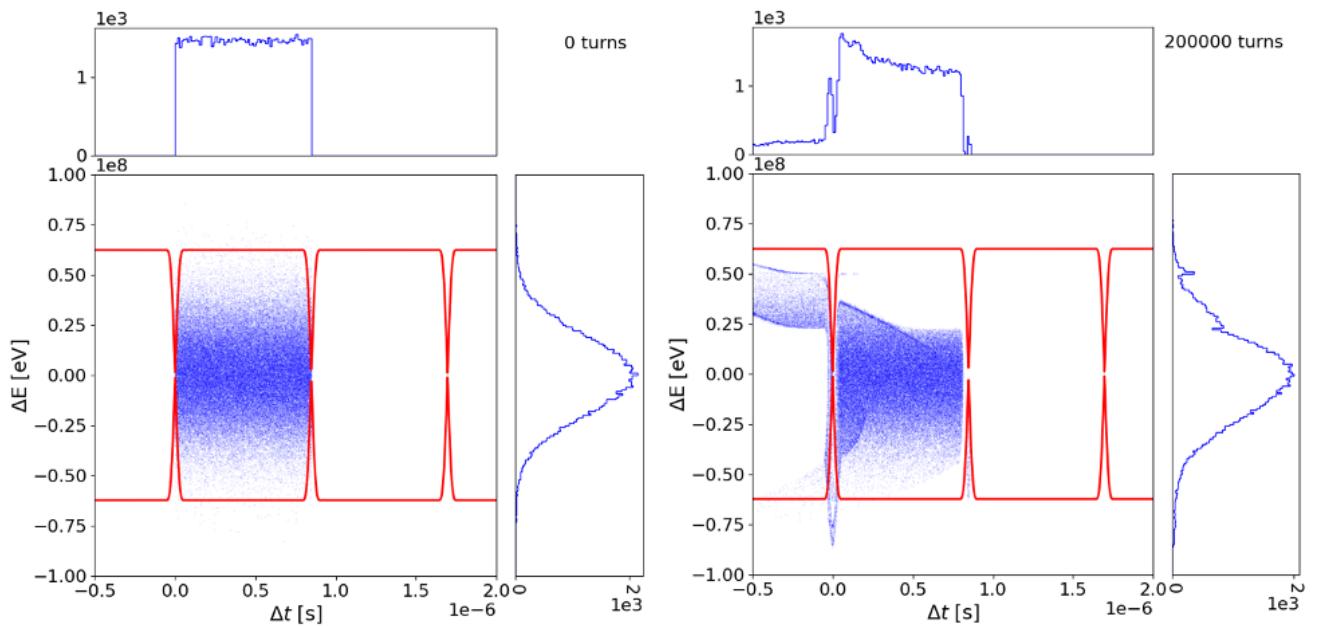


Рисунок 2.21 — Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева — начальное распределение, справа — распределение после  $2 \times 10^5$ .

плоскости равномерный, а энергетический разброс гауссов. Состояния 2 и 4 характерны тем, что коэффициент скольжения для равновесной частицы остается неизменным, а критическая энергия меняется синхронно с энергией пучка в течение порядка  $2 \times 10^5$  оборотов. Таким образом удержание пучка при стационарном значении критической энергии эквивалентно ускоренному движению пучка в структуре с меняющимися параметрами. Как видно на рис. 2.21 профиль пучка смещается к левому барьеру. Это связано с тем, что для частиц с положительными  $\delta > 0$  коэффициент скольжения  $\eta_{+\delta}$  больше, чем для частиц с отрицательным  $\delta < 0$   $\eta_{+\delta} > \eta_{-\delta}$ , поскольку  $\eta_1 < 0$ .

Состояние 3 — быстрое изменение параметров в течение  $6 \times 10^3$  оборотов (10 мс). ВЧ-барьеры выключены на время скачка, чтобы не разрушить пучок (рис. 2.22). Влияние пространственного заряда наиболее важно в отсутствие барьеров, так как отсутствует внешняя удерживающая сила. Трекинг сделан с учетом описанного выше импеданса пространственного заряда. За время скачка существенного изменения профиля пучка не произошло.

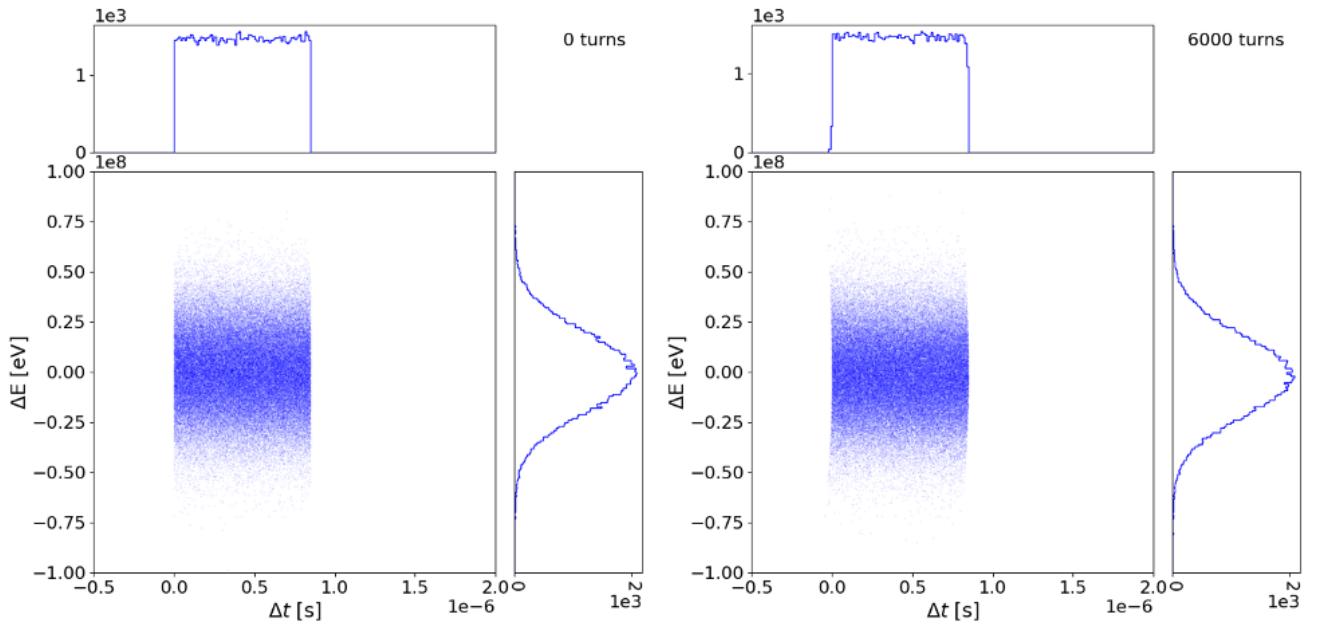


Рисунок 2.22 — Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева — начальное распределение, справа — распределение после  $6 \times 10^3$  оборотов.

#### 2.4.4 Продольная микроволновая неустойчивость

Для коллайдерного эксперимента светимость является ключевой величиной. В простейшем случае, столкновения симметричных сгустков, светимость дается формулой [76]:

$$L = \frac{n_{\text{bunch}} N_1 N_2 f_0}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} B^*} \Phi_{\text{HG}}, \quad \Phi_{\text{HG}}(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2} du}{1 + (\alpha u)^2}, \quad \alpha = \frac{\sigma_s}{B^*}, \quad (2.15)$$

где  $n_{\text{bunch}}$  — количество сгустков,  $N_1, N_2$  — количество частиц в сталкивающихся сгустках,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  — продольные эмиттансы,  $f_0$  — частота обращения,  $\Phi_{\text{HG}}$  — параметр песочных часов,  $\sigma_s$  — гауссов параметр продольного размера,  $B^*$  — бета-функция в точке столкновения. Как видно, данная формула отражает принципиальную зависимость от множества параметров как пучка, так и магнитооптики.

Прохождение через критическую энергию оказывает существенное влияние на продольную динамику. Светимость явно зависит от продольной длины пучка только в параметре песочных часов.  $\Phi_{\text{HG}}(1) \cong 0.76$ ,  $\Phi_{\text{HG}}(2) \cong 0.55$ ,  $\Phi_{\text{HG}}(5) \cong 0.29$ , то есть при неизменных параметрах и увеличении только длины сгустка в 2 раза, влияние эффекта песочных часов уменьшит исходную светимость на 30%  $L_2 = 0.7L_1$ . Для NICA предполагается достичь  $\alpha = 1$ ,  $\sigma_s = 0.6$  м, бета-функция в точке встречи  $B^* = 0.6$  м. Таким образом учтена только явная зависимость от

продольной длины. Неявно, светимость зависит от продольного эмиттанса сгустка так как накладывает ограничение на количество частиц.

Рассмотрим эволюцию продольного эмиттанса в процессе ускорения в барьерном ВЧ. Для достижения светимости порядка  $2 \cdot 10^{32} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ , конечный среднеквадратичный нормализованный продольный эмиттанс сгустка равен  $\varepsilon_{\text{sin}}^{\text{exp}} = n_{\text{bunch}} \gamma_{\text{exp}} \beta_{\text{exp}} \pi \sigma_s \sigma_p = 0.9 \text{ м}$  ( $\gamma_{\text{exp}} = 14.3$ ,  $n_{\text{bunch}} = 22$ ,  $\sigma_s = 0.6 \text{ м}$ ,  $\sigma_p = 1.5 \cdot 10^{-3}$ ) при энергии эксперимента 12.6 ГэВ. Конечный сгусток формируется из эмиттанса равномерного сгустка в барьерном ВЧ  $\varepsilon_{\text{bb}}^{\text{fin}}$ , разделенного на 22 сгустка  $\varepsilon_{\text{sin}}^{\text{exp}} = D_{\text{gym}} \varepsilon_{\text{bb}}^{\text{fin}}$  при помощи ВЧ гимнастики. Эмиттанс барьерного ВЧ подвержен влиянию критической энергии на эмиттанс охлажденного пучка после инжекции  $\varepsilon_{\text{bb}}^{\text{cool}}$ ,  $\varepsilon_{\text{bb}}^{\text{fin}} = D_{\text{tr}} \varepsilon_{\text{bb}}^{\text{cool}}$ . Охлажденный пучок формируется после инжекции, накопления и электронного охлаждения на 2 – 3 ГэВ  $\varepsilon_{\text{bb}}^{\text{cool}} = D_{\text{cool}} \varepsilon_{\text{bb}}^{\text{inj}}$ . Только охлаждение уменьшает эмиттанс  $D_{\text{cool}} < 1$ , остальные эффекты, только увеличивают его  $D_{\text{gym}} > 1$ ,  $D_{\text{tr}} > 1$ . Для гимнастики было принято  $D_{\text{gym}} = 1.3$ , влияние  $D_{\text{tr}}$  будет обсуждено далее.

Ограничение на порог микроволновой неустойчивости зависит от многих параметров и для равномерного распределения, характерного именно барьерному ВЧ, определяется критерием Кейл-Шнель. В модифицированном виде этот критерий приведен в [77]:

$$K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{\parallel}|/n) I} \frac{A_i}{Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2 \geq 1. \quad (2.16)$$

где  $I = \frac{e \beta c N_p Z_i}{L_{\text{B}}}$  – ток,  $L_{\text{B}}$  – эффективная длина пучка или для барьерного ВЧ это эквивалентно расстоянию между удерживающими барьерами (приближено, без учёта краевых эффектов). Отсюда видно, что возникает ограничение на количество частиц  $N_p$  ( $A, Z = 1$  для протонов):

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{\parallel}|/n) ec} |\eta| \gamma \beta \sigma_p^2 L_{\text{B}}. \quad (2.17)$$

Если учесть, что нормализованный эмиттанс для барьерного ВЧ  $\varepsilon_{\text{tr}} = \gamma_{\text{tr}} \beta_{\text{tr}} \sqrt{\pi}/2 \sigma_p L_{\text{B}}$  ( $\sqrt{\pi}/2$  так как распределение по импульсам имеет гауссов вид, а продольный размер – равномерный), то для барьерного ВЧ справедливо

$$N_p \leq K_1 K_2 \frac{E_0}{(|Z_{\parallel}|/n) ec} |\eta| \frac{4 \varepsilon_{\text{tr}}^2}{\pi \gamma \beta L_{\text{B}}} \quad (2.18)$$

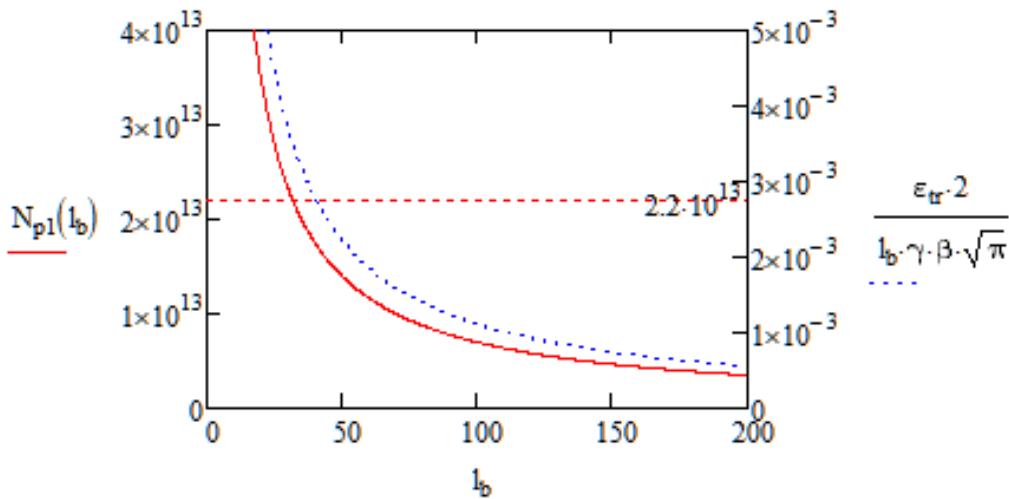


Рисунок 2.23 — Зависимость количества частиц в барьере ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости.

Таким образом при нахождении вблизи малого значения  $|\eta|$  количество частиц, ограничено длиной сгустка в барьере ВЧ. При этом нормализованный эмиттанс определяется из необходимости иметь достаточную светимость  $\epsilon_{tr} = \epsilon_{bb}^{fin} = \epsilon_{sin}^{exp}/D_{gym} = 0.7$  м, а длина сгустка может быть выражена расстоянием между барьерами.

Требуемое количество частиц для достижения светимости  $2 \times 10^{32} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$  —  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для конечного сгустка, таким образом требуемое количество частиц в барьере ВЧ как минимум должно быть  $2.2 \times 10^{13}$ . Для упомянутого скачка, энергия  $E_0 = E_{tr} = 5.7$  ГэВ,  $\gamma_{tr} = 7.08$ ,  $\beta = 0.99$  вблизи  $|\eta_0| = 2.5 \times 10^{-4}$ . Для расчётов принято  $Z_{||}/n = 20$  Ом,  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 5.4$ .

$$N_p \leq 1 \times 5.4 \frac{5.7 \times 10^9 \text{ eV}}{20\Omega \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ K} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}} |2.5 \times 10^{-4}| \frac{4 \cdot (0.7 \text{ m})^2}{7.08\pi \cdot L_B}. \quad (2.19)$$

Эта зависимость представлена на рис. 2.23. Таким образом ограничение для расстояния между барьерами  $L_B = C_{ring}/2 = 503.04/2 = 251.52$  м ограничение на количество частиц  $N_p \leq 2.78 \times 10^{12}$ , для  $L_B = C_{ring}/16$ ,  $N_p \leq 2.2 \times 10^{13}$ .

Исходя из этих оценок, достичь конечного числа частиц  $N_{exp} = 1 \times 10^{12}$  для каждого из 22 сгустков, представляется трудной задачей, вследствие возникновения продольной микроволновой неустойчивости вблизи критической энергии для интенсивного равномерного сгустка в барьере ВЧ. Требуется вариация расстояния между барьерами для компенсации возникающей неустойчивости.

#### 2.4.5 Сохранение поляризации при прохождении критической энергии

Во время процедуры скачка необходимо также проконтролировать сохранение поляризации, определяемой как сумма проекций спин-векторов на выбранную ось. Согласно аналитическим выводам из уравнения Т-БМТ, воздействие поперечного магнитного поля приводит лишь к вращению спин-векторов вокруг вертикальной оси, не изменяя величину поляризации. Ускоряющее продольное электрическое поле также не оказывает влияния на поляризацию сгустка.

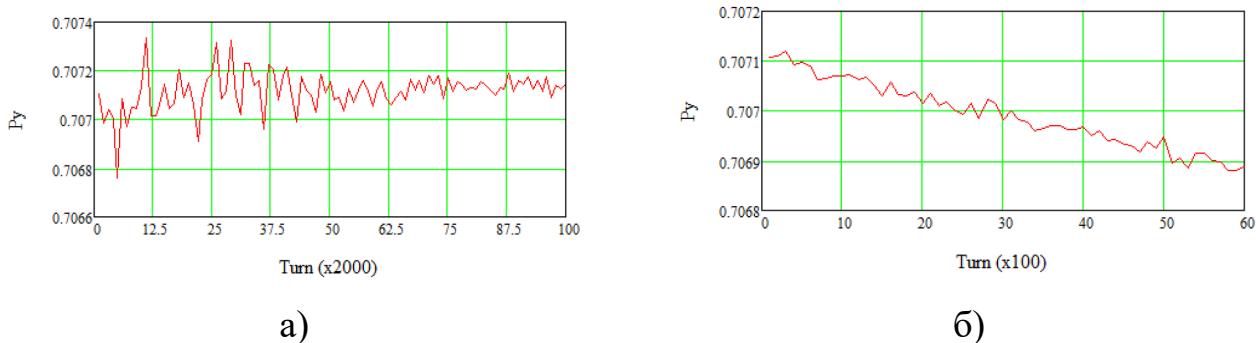


Рисунок 2.24 — Изменение поляризации во время процедуры скачка критической энергии: (а) ускорение на этапе 2, (б) скачок на этапе 3.

При моделировании рассматриваются частицы с различными доступными начальными параметрами. На рис. 2.24 показано изменение поляризации на 2-м ( $2 \times 10^5$  оборотов) и 3-м ( $6 \times 10^3$  оборота) этапах процедуры скачка критической энергии. Поляризация здесь определяется как сумма проекций вектора спина на ось Y всех частиц и существенно не менялась в ходе процедуры. Стоит отметить, что COSY Infinity позволяет отслеживать вектор спина только для небольшого числа частиц, а не для ансамбля, что является существенным для изучения поляризации.

Более подробно спиновая динамика будет рассмотрена в ЭДМ-эксперименте всего комплекса NICA-Nuclotron в Главе 4.

### Выводы

Рассмотрена продольная динамика пучка вблизи критической энергии, а также при её пересечении. Такая особенность характерна для структуры, в кото-

рой энергия инжекции пучка меньше критической энергии установки и возникает необходимость её преодоления для ускорения до конечной энергии эксперимента.

1. Воздействие критической энергии на продольную динамику пучка приводит к увеличению фазового объёма из-за неадиабатичности и нелинейности движения в области энергии, близкой к критической;
2. Для преодоления критической энергии может быть применена процедура скачка, подразумевающая кратковременное изменение дисперсионной функции. Это достигается с помощью дополнительных квадруполей или квадруполей поворотной арки. В первом случае сохраняется частота колебаний, во втором — необходимо контролировать изменение рабочей точки и стабильность в поперечной плоскости. На основе этого определяется величина и темп изменения критической энергии при проведении процедуры скачка;
3. Тип ВЧ (гармонический или барьерный) влияет на темп ускорения и продольное распределение пучка внутри сепаратрисы. В сочетании со схемой процедуры скачка необходимо обеспечивать, чтобы относительный темп при пересечении критической энергии был существенно выше темпа ускорения;
4. Проведено исследование влияния простейших моделей импедансов на продольную динамику. Для интенсивных сгустков влияние импедансов оказывается значительным. Применение более точных моделей позволит углубить понимание реальной динамики системы;
5. В условиях, близких к критическим для интенсивного пучка, развивается продольная микроволновая неустойчивость, которая ограничивает характеристики пучка и, как следствие, снижает светимость.

### Глава 3. Регулирование критической энергии методом резонансной вариации дисперсионной функции

Эта глава посвящена особенностям резонансной структуры с возможностью вариации критической энергии. Рассматриваются также адаптации структуры коллайдера NICA для повышения критической энергии выше конечной энергии эксперимента, что обеспечивает возможность проведения столкновений лёгких поляризованных пучков протонов и дейtronов в детекторе SPD.

Альтернативным способом, позволяющим избежать потери стабильности пучка, является создание или модификация структуры с заведомо увеличенной критической энергией. Такая структура называется резонансной [58], [60] и впервые была предложена при проектировании каонной фабрики [78] и других ведущих установок, например, Neutrino Factory в CERN [79], а также реализована в J-PARC для главного кольца [80], [81]. Принципиальным отличием резонансной структуры от регулярной является обеспечение резонансного условия для числа суперпериодов и горизонтальной частоты бетатронных колебаний. Это возможно только в структуре с модуляцией градиента квадрупольей или кривизны орбиты. В результате изменяются оптические функции ускорителя и критическая энергия может быть увеличена выше энергии эксперимента, вплоть до комплексных значений, что устраняет зависимость установки от процедур пересечения критической энергии. Кроме того, резонансная структура позволяет получить нулевую дисперсию на прямых участках за счёт подавления дисперсии на поворотных арках при выборе целого числа бетатронных колебаний, реализуя ахромат первого порядка. Ахромат второго порядка может быть достигнут расстановкой секступолей через один суперпериод, что способствует поддержанию достаточной динамической апертуры.

Как было показано в Главе 1, структура коллайдера NICA проектировалась как дуальная для работы в двух модах: для экспериментов с тяжелыми ионами  $^{79}\text{Au}_{197}$  и для экспериментов с поляризованными протонами и дейtronами  $p, d$ . В этом случае проблем с прохождением критической энергии не возникает, что было изначально учтено при проектировании. Однако, спроектированная и построенная регулярная структура, выбранная для тяжелоионной программы, имеет фиксированное значение критической энергии и является характеристикой конкретной установки, то есть не отличается для разного сорта частиц. Характер

поведения тяжелых ионов и легких частиц, существенно отличается с точки зрения внутрипучкового рассеяния. Для протонного пучка с интенсивностью  $1 \times 10^{12}$  время внутрипучкового нагрева возрастает примерно в 10 раз по сравнению с пучками ионов золота с интенсивностью  $2.2 \times 10^9$ . Поэтому критическая энергия может подниматься за счет вариации дисперсии без опасения влияния внутрипучкового рассеяния. За счет резонансной модуляции дисперсионной функции коэффициент диффузии для внутрипучкового рассеяния возрастает в 2-3 раза, что не критично как при охлаждении протонов во время накопления, так и при их группировке на энергии эксперимента.

Как было показано в Главе 2, при прохождении через критическую энергию  $\gamma_{tr}$  развивается продольная неустойчивость для интенсивных сгустков. Пороговый ток ее развития  $I_{th} \sim \eta$  пропорционален коэффициенту расширения орбиты, который стремится к нулю в первом приближении при  $\gamma = \gamma_{tr} = 7.1$ . Темп ускорения протонов при прохождении через критическую энергию при использовании индукционного ускорения в станции ВЧ1 составляет  $\frac{d\gamma}{dt} = 0.2 \text{ с}^{-1}$ . Этот темп слишком мал, чтобы полностью избежать развития неустойчивости при приближении релятивистского фактора к  $\gamma_{tr}$ . Чтобы исключить при ускорении протонов прохождение через критическую энергию, для протонной моды должна быть реализована новая оптическая структура колец вместо оптической структуры тяжелоионной моды. В этой оптической структуре критическая энергия должна быть выше максимальной энергии протонов при работе коллайдера на эксперимент.

Максимальная магнитная жесткость поворотных магнитов постоянна  $R_{arc} \cdot B_{bend} = \frac{A \cdot mc\gamma\beta}{eZ} \approx 45 \text{ Тл} \cdot \text{м}$ . В силу того, что отношения массы к заряду  $(A/Z)_p = 1/1 = 1$ , для ионов золота  $(A/Z)_{Au} = 197/79 = 2.2$ . Тем самым, определяется максимально возможная энергия для протонов  $E_{max}^p = 12.4 \text{ ГэВ}$  ( $\gamma_p = 14.3$ ), следовательно критическая энергия должна быть не менее ( $\gamma_{tr} = 15 - 16$ ), что заведомо выше критической энергии для ионной регулярной структуры  $E_{tr}^{Au} = 5.7 \text{ ГэВ}$  ( $\gamma_{tr}^{Au} = 7.1$ ).

В данной главе будут приведено краткое теоретическое обоснование применения метода создания резонансной структуры. Теоретический метод был развит в работе [58], а его применение для современных ускорительных установок рассмотрено в работе [60]. Изучена возможность адаптации регулярной магнитооптической структуры главного кольца NICA к резонансной. А также анализ

полученной структуры с точки зрения компенсации нелинейных эффектов, компенсации хроматичности и динамической апертуры.

### 3.1 Введение суперпериодической модуляции

Здесь будет приведено кратное теоретическое обоснование метода резонансных структур, применяемых для обеспечения вариации критической энергии. Исходя из ур. 1.3 коэффициент расширения орбиты  $\alpha$  зависит как от дисперсионной функции  $D(s)$ , так и радиуса кривизны орбиты  $\rho(s)$ , таким образом вариация критической энергии может быть достигнута путем введения независимой модуляции обеих функций.

Уравнение для дисперсионной функции с бипериодической переменной фокусировкой [58]:

$$\frac{d^2D}{ds^2} + [K(s) + \varepsilon k(s)] D = \frac{1}{\rho(s)}, \quad (3.1)$$

где  $K(s) = \frac{e}{p}G(s)$ ,  $\varepsilon k(s) = \frac{e}{p}\Delta G(s)$ ,  $G(s)$  – градиент магнитооптических линз,  $\Delta G(s)$  – суперпериодическая модуляция градиента,  $p = \beta\gamma m_0 c$  – импульс частицы. Суперпериод определяется как совокупность нескольких периодов. Функция  $K(s)$  имеет периодичность одного периода фокусирующей ячейки  $L_c$ ,  $k(s)$  и  $\rho(s)$  имеют периодичность суперпериода  $L_s = n \cdot L_c$ .

Разложение в ряд Фурье для зеркального суперпериода может быть осуществлено только по косинусам

$$\varepsilon k(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \cos(k\varphi), \quad (3.2)$$

где  $\varphi = \frac{2\pi}{L_s} s$  – угловая продольная координата,  $k$ -ая гармоника:

$$g_k = \frac{1}{B\bar{R}} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta G \cos k\varphi d\varphi, \quad (3.3)$$

где  $B\bar{R}$  – магнитная жесткость.

Радиус кривизны орбиты также может быть разложен в ряд Фурье по косинусам

$$\frac{1}{\rho(\varphi)} = \frac{1}{\bar{R}} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cos n\varphi \right), \quad (3.4)$$

где  $n$ -ая гармоника

$$r_n = \frac{\bar{R}}{\pi} \int_{\pi}^{-\pi} \frac{\cos n\varphi}{\rho(\varphi)} d\varphi. \quad (3.5)$$

Полученные разложения могут быть подставлены в уравнение 3.1, из которого получено необходимое точное решение для дисперсионной функции  $D(s)$ . Таким образом, окончательно для коэффициента уплотнения орбиты одного суперпериода получено выражение в общем виде, разложенное до второго порядка

$$\begin{aligned} \alpha_s = & \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g_k^2}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} + \right. \\ & + \frac{1}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k^2}{1 - kS/\nu} - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{(1 - kS/\nu) [1 - (1 - kS/\nu)^2]} - \\ & \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{r_k g_k}{1 - (1 - kS/\nu)^2} + O(g_k^i, r_k^j, i + j \geq 3) \right\}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $\bar{R}_{\text{arc}}$  – усредненное значение кривизны,  $\nu = \nu_x$  – количество горизонтальных бетатронных колебаний на длине арки,  $S$  – количество суперпериодов на длине арки. В случае отсутствия суперпериодической модуляции и модуляции кривизны орбиты  $g_k = 0, r_n = 0 \forall k, n$ , формула 3.6 принимает вид  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{\text{tr}}^2} = \frac{1}{\nu_x^2}$ , что соответствует случаю регулярной структуры, откуда видно, что  $\gamma_{\text{tr}} \sim \nu_x$ . Для поднятия критической энергии необходимо уменьшить коэффициент  $\alpha_s = \frac{1}{\gamma_{\text{tr}}^2}$ , а значит выражение под знаком суммы в ур. 3.6 должно быть отрицательным. Это реализуемо при условии  $kS/\nu_x > 1$ , когда осуществлена либо модуляция градиентов квадрупольей  $g_k \neq 0$ , либо радиуса  $r_n \neq 0$ .

Ранее все формулы были приведены для суперпериода, а не для всего кольца коллайдера. Введение прямых участков уменьшает степень модуляции дисперсионной функции. Усреднение дисперсии по более длинной орбите автоматически уменьшает ее значение, а значит уменьшает коэффициент уплотнения орбиты для всего ускорителя, результирующее значение критической энергии  $\gamma_{\text{tr}}^{\text{total}}$  увеличивается и определяется выражением:

$$\gamma_{\text{tr}}^{\text{total}} = \gamma_{\text{tr}}^{\text{arc}} \sqrt{\frac{S \cdot L_s + L_{\text{str}}}{S \cdot L_s}}, \quad (3.7)$$

где  $L_s$  – длина суперпериода,  $L_{\text{str}}$  – длина бесдисперсионных прямых секций.

### 3.2 Построение резонансной структуры на основе ячеек ФОДО, ФДО, ОДФДО

Исходя из уравнения 3.6, в случае отсутствия модуляции кривизны орбиты  $r_n = 0$ ,  $\forall n$  для одного суперпериода в первом приближении (при  $k = 1$ ) коэффициент расширения орбиты приобретает вид

$$\alpha_s = \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1 + \frac{1}{4(1 - kS/\nu)} \left( \frac{\bar{R}}{\nu} \right)^4 \frac{g_k^2}{[1 - (1 - kS/\nu)^2]^2} \right\}. \quad (3.8)$$

Таким образом, доступным средством вариации критической энергии, является только модуляция градиента квадрупольных линз по длине суперпериода. Однаковые элементы, расположенные в различных местах арки, объединяют в одно семейство. На рис. 3.1 изображен один суперпериод, который состоит из 3-х ФОДО ячеек, с двумя семействами фокусирующих квадрупольей (QF1 и QF2) и одним семейством дефокусирующих (QD).

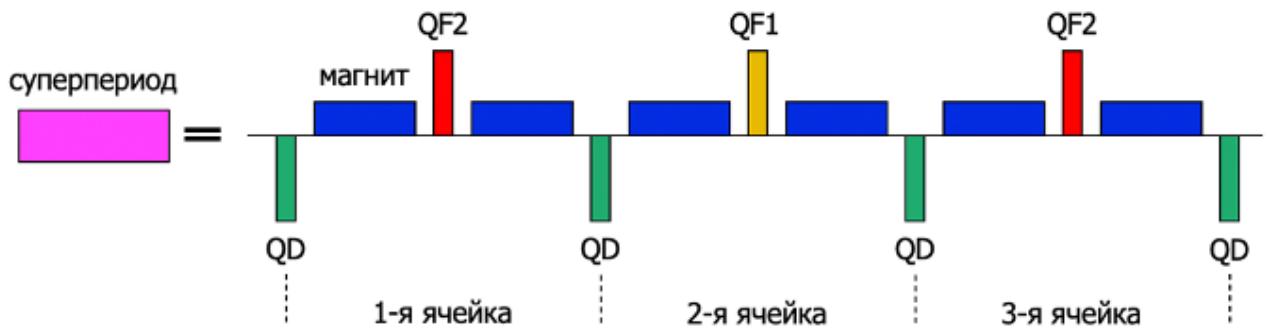


Рисунок 3.1 — Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполя, QD – дефокусирующие квадруполя.

Суперпериод может быть образован на основе синглетных ФОДО, дублетных ФДО, а также триплетных ОДФДО ячеек (рис.3.2 а,б,в). Рассмотрим структуры поворотных арок на 180 градусов без модуляции кривизны (рис.3.2 г, д, е), образованных из соответствующих ячеек. Из полученных суперпериодов также образуется резонансная магнитооптическая структура путем только модуляции градиента (рис.3.2 ж, з, и). Резонансная структура образуется путем вариации параметров регулярной структуры.

Качественное отличие в пространственном распределении Твисс-параметров  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $D_x$  является ключевым для соответствующей оптимизации

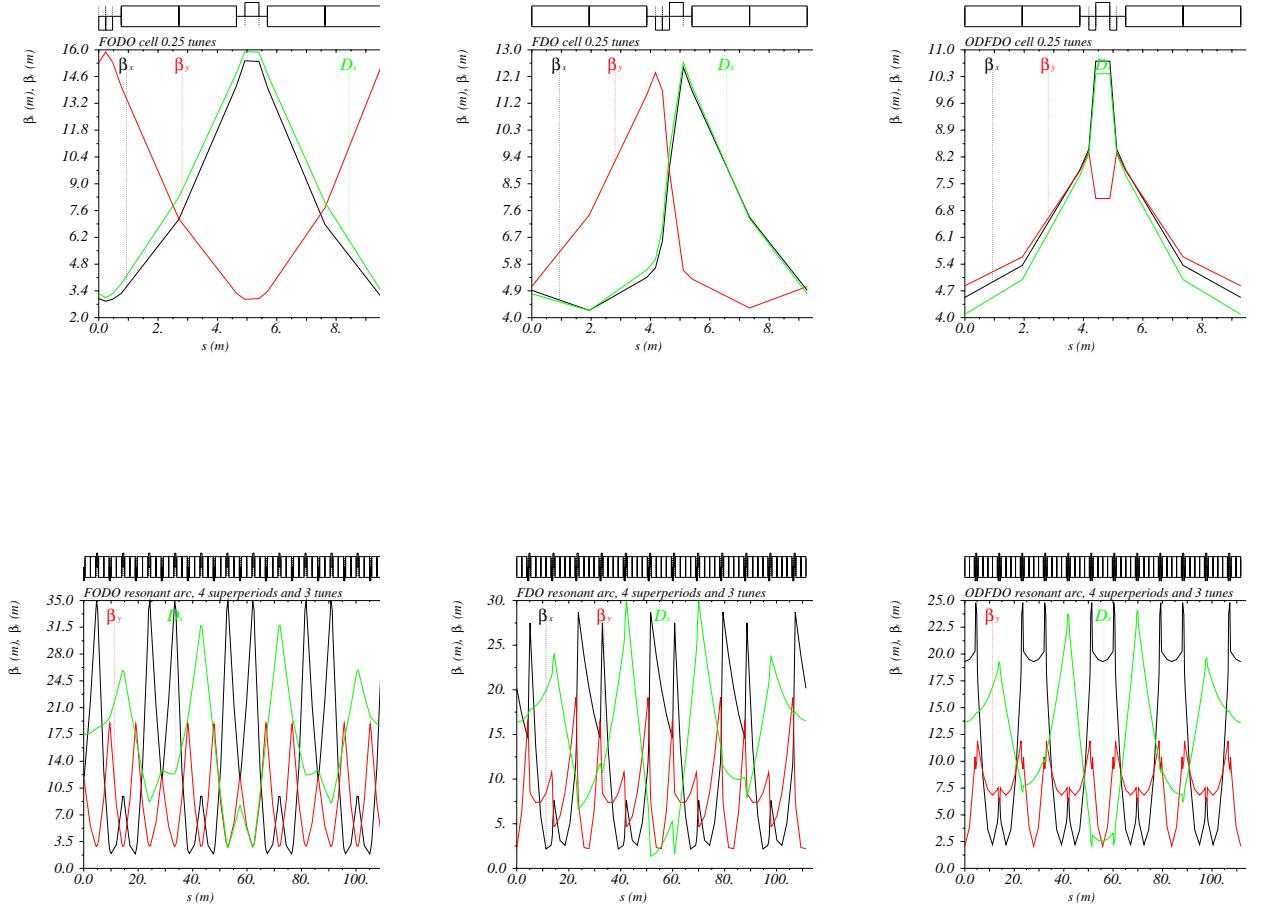


Рисунок 3.2 — Твисс-параметры  $\beta_{x,y}$ ,  $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнлетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная.

структур. Как видно из приведенных структур, суперпериод, основанный на синглентных ФОДО ячейках, может иметь ряд преимуществ.

Хроматичность зависит от величины градиентов в квадрупольях, секступолях, а также местах их расположения [13]

$$\begin{aligned} C_x &= -\frac{1}{4\pi} \oint \beta_x [K_x(s) - S(s)D(s)] ds, \\ C_y &= -\frac{1}{4\pi} \oint \beta_y [K_y(s) + S(s)D(s)] ds. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Отсюда видно, что, во-первых, для подавления хроматических эффектов в ФОДО-ячейке, требуются меньшие градиенты в секступольных линзах. Во-вторых, более простой способ коррекции и тонкой настройки набега бетатронных частот в обеих

плоскостях, а также коэффициента расширения орбиты. Таким образом, является более предпочтительной по сравнению с аналогичными.

### 3.3 Регулярная ФОДО структура с суперпериодической модуляцией градиентов линз

Поскольку квадрупольная фокусирующая структура поворотных арок колайдера NICA состоит из ФОДО ячеек, рассмотрим возможность адаптации регулярной структуры к резонансной. На рис. 3.3 приведены 3 ФОДО ячейки, первая используется в регулярной структуре для тяжёлых ионов и не имеет модуляции, вторая – модулированная, формирующая один суперпериод. В обоих случаях частота бетатронных колебаний для одного суперпериода  $\nu_{x,y} = 0.75$ , таким образом для 4-х суперпериодов частота  $\nu_{x,y \text{ arc}} = 3$ , что удовлетворяет ранее рассмотренному условию  $S = 4, \nu_x = 3$ .

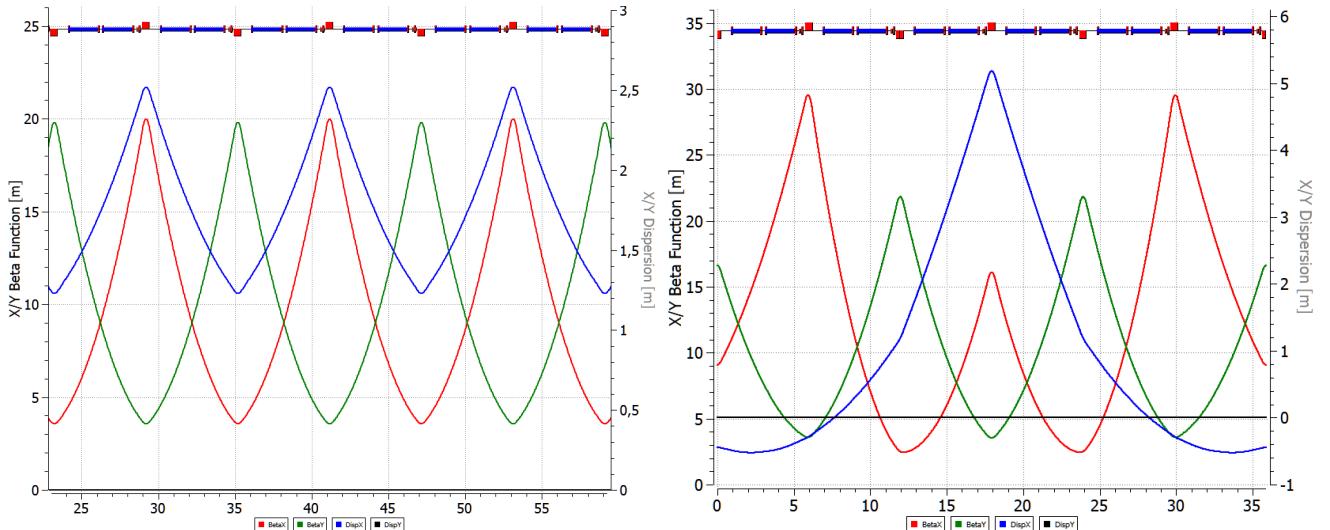


Рисунок 3.3 — Твист-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%.

Глубина модуляции определяется соотношением градиентов двух различных фокусирующих семейств. Для приведенного на правом рисунке рис. 3.3  $G_{QF1} = 27.7$  Тл/м,  $G_{QF2} = 21.0$  Тл/м. Таким образом глубина модуляции:

$$H = \frac{G_{QF1} - G_{QF2}}{G_{QF1}} = 24\% \quad (3.10)$$

Первая гармоника является определяющей, и для 12 ФОДО ячеек реализуемо условие  $S = 4, v_x = 3$ , где 3 ФОДО ячейки объединены в один суперпериод. Таким образом, благодаря набегу бетатронных колебаний кратному  $2\pi$ , в нашем случае  $6\pi$ , арка имеет свойства ахромата первого порядка. Благодаря этому свойству может быть подавлена дисперсия без дополнительных усилий.

Для арки, составленной из 4-х одинаковых суперпериодов с критической энергией на арке  $\gamma_{tr}^{arc} = 10$ , по формуле 3.7 для всего кольца получаем  $\gamma_{tot}^{arc} \approx 15.9$ . Однако, конечная арка будет нерегулярной в силу необходимости подавления дисперсии на краях арки, а значит в конкретном реальном случае значение критической энергии будет несколько отличаться.

### 3.4 Подавление дисперсии

Обеспечение нулевого значения дисперсии на прямых участках необходимо для обеспечения движения частиц вдоль несмешённой равновесной орбиты. Это условие достигается путём подавления дисперсии и её производной на концах поворотной арки. В данной работе рассматриваются четыре подхода к подавлению дисперсии:

1. Полностью регулярная арка. Регулярная арка состоящая из 4-х одинаковых суперпериодов. При набеге фазы на арке кратному  $2\pi$  подавление дисперсии происходит в силу регулярности;
2. Регулярная арка с применением методики отсутствующих магнитов на двух крайних ячейках арки, что показано на рис. 3.4.
3. В структуре с отсутствующими магнитами при переходе к резонансной оптике, подавление дисперсии возможно при помощи крайних суперпериодов. В этом случае при набеге фазы на арке не кратному  $2\pi$  необходимо дополнительно добавить подавители дисперсии на краях арки, а именно двух крайних ФОДО ячеек. Две крайние ФОДО ячейки отличаются наличием и в этих ячейках квадруполи QFE1 и QFE2 также имеют отличные градиенты от основных квадруполей арки и подбираются таким образом, чтобы подавить дисперсию.
4. В структуре с отсутствующими магнитами при переходе к резонансной оптике, также возможно подавление дисперсии всей аркой, при помощи

выбора градиентов квадруполей двух семейств. Этот случай отличается тем, что все квадруполи арки принадлежат первому, либо второму семейству и подавление дисперсии также обеспечивается только 2-мя семействами.

Дефокусирующие же квадруполи во всех случаях принадлежат только одному семейству QD. Рассмотрим представленные случаи более подробно.

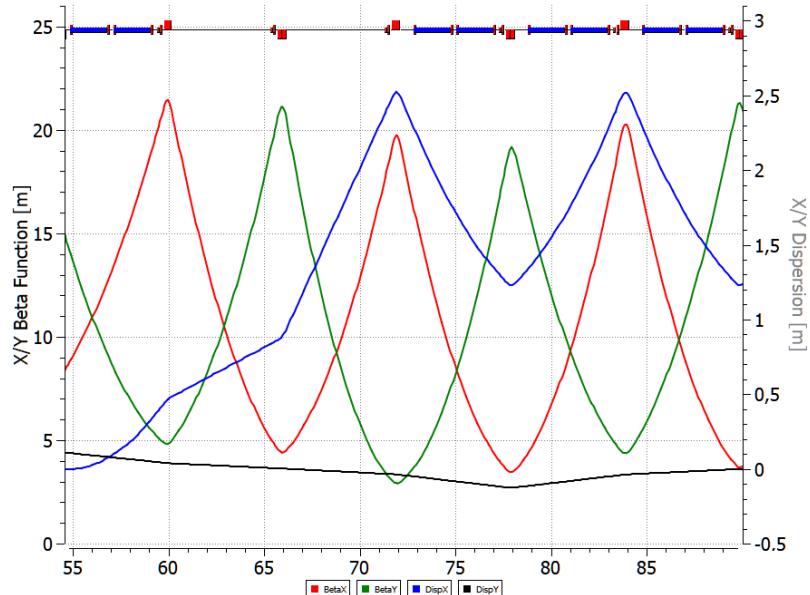


Рисунок 3.4 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

### 3.4.1 Полностью регулярная магнитооптическая структура

Подавление дисперсии легко достигается в регулярных поворотных арках, составленных из одинаковых суперпериодов. В этом случае, если на входе в арку задать нулевые значения дисперсии  $D = 0$  и производной дисперсии  $D' = 0$ , за счёт регулярности арки на выходе также будут нулевые значения дисперсии и её производной, а значит, дисперсия будет отсутствовать на всём прямом участке. Однако в коллайдере NICA наличие "отсутствующих магнитов" в двух крайних ячейках препятствует созданию полностью регулярной арки из четырёх одинаковых суперпериодов.

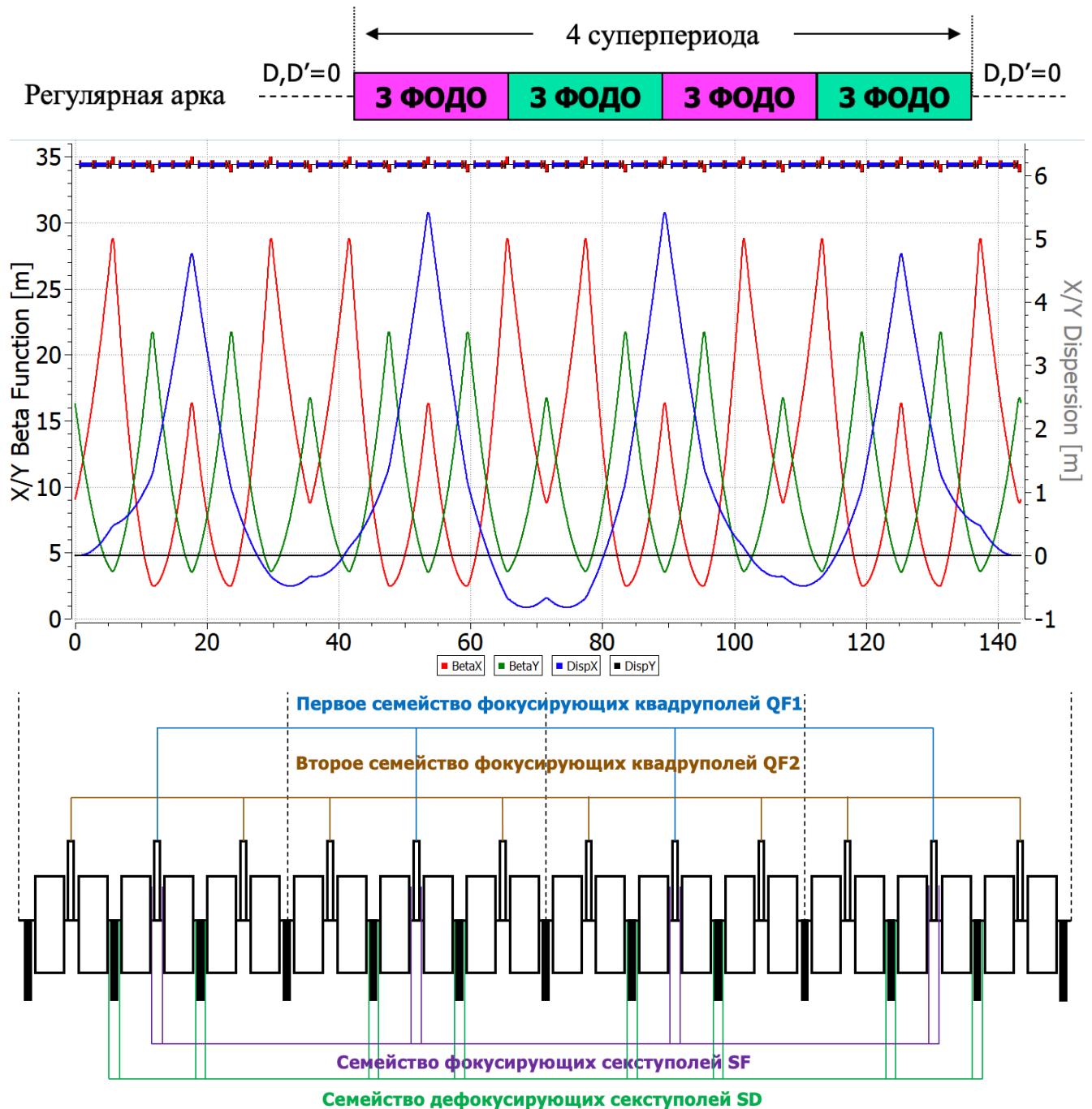


Рисунок 3.5 — Подавление дисперсии в регулярной структуре.

### 3.4.2 Подавление дисперсии при помощи крайних суперпериодов

В этом случае выбор значения градиентов квадрупольей арки определяется двумя факторами: а) получение необходимого значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr} \sim 15 - 16$ ; б) обеспечение количества бетатронных колебаний на арке  $v_{arc} = 3$  в обеих плоскостях, тем самым удовлетворив резонансному условию при количестве суперпериодов  $S = 4$ . Ис-

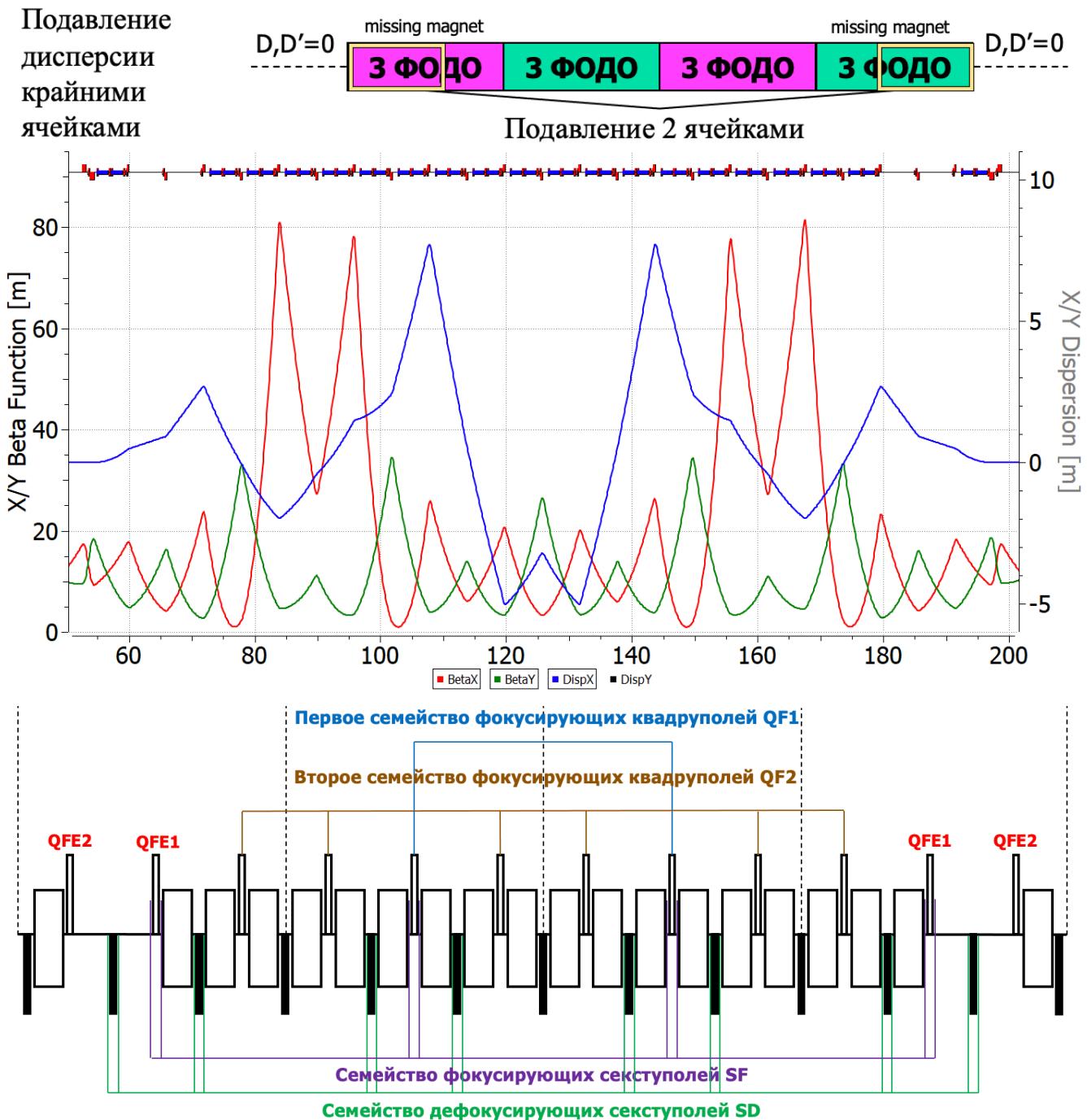


Рисунок 3.6 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

ходя из этих условий модулируем суперпериод с набегом фазы на суперпериоде  $\nu_s = 0.75$  в обоих плоскостях.

Коллайдер также состоит из 2-х арок и 2-х прямых участков, соединяющих арки. В центре прямых участков имеются точки столкновения, где нужно обеспечить малое значение бета-функции для достижения требуемой светимости. В крайнем суперпериоде применяется метод отсутствующих магнитов в 2-х ячейках, тем самым делая арки коллайдера не регулярными и возникает необходимость подавления дисперсии на прямых участках при помощи введения 2-х

дополнительных семейств квадруполей QFE1 и QFE2 на краю арки, параметры Твисса изображены на рис. 3.6. В результате значение критической энергии подобрано таким образом, что  $\gamma_{tr} = 15.6$ , а количество колебаний на арке:  $v_{x, arc} = 3.01$ ,  $v_{y, arc} = 3.01$ .

### 3.4.3 Подавление дисперсии всей аркой, при помощи выбора градиентов квадруполей двух семейств.

Данный способ показывает возможность подавления дисперсии на прямых участках при помощи только двух семейств фокусирующих квадруполей. Тут, как и в первом случае, необходимо выполнить: а) получение значения критической энергии на всем кольце коллайдера, что соответствует  $\gamma_{tr} \sim 15 - 16$ ; б) только при помощи квадруполей двух семейств подавить дисперсию на прямых участках.

Изначально выбирается суперпериод, как и в первом случае, с набегом на суперпериоде  $v_s = 0.75$ . Тем самым получаем значения квадруполей QF1 и QF2 для всей арки, в том числе и на краях. Однако, получается, что дисперсия на прямых участках оказывается не подавлена. Для подавления значения градиентов квадруполей изменяется, но в таком случае набег фазы на арке становится равен  $v_{x, arc} = 2.72178$ ,  $v_{y, arc} = 2.99884$ , то есть в  $x$ -плоскости не кратен  $2\pi$ . В этом случае для достижения требуемого значения критической энергии необходимо обеспечить большую модуляцию градиентов квадруполей, чем в случае подавления дисперсии крайними суперпериодами. Принципиальная схема показана на рис. 3.7. Для полученной нерегулярной арки значение критической энергии  $\gamma_{tr}^{arc} = 10$ .

## 3.5 Исследование динамической апертуры в синхротроне с учётом требуемой модуляции дисперсионной функции для повышения критической энергии

Выбор нечётного значения частоты на арке  $v_{x, arc} = 3$  и чётного значения суперпериодичности арки  $S = 4$  замечателен еще и тем, что позволяет компенсировать нелинейный вклад секступолей внутри арки. Добавление секступолей,

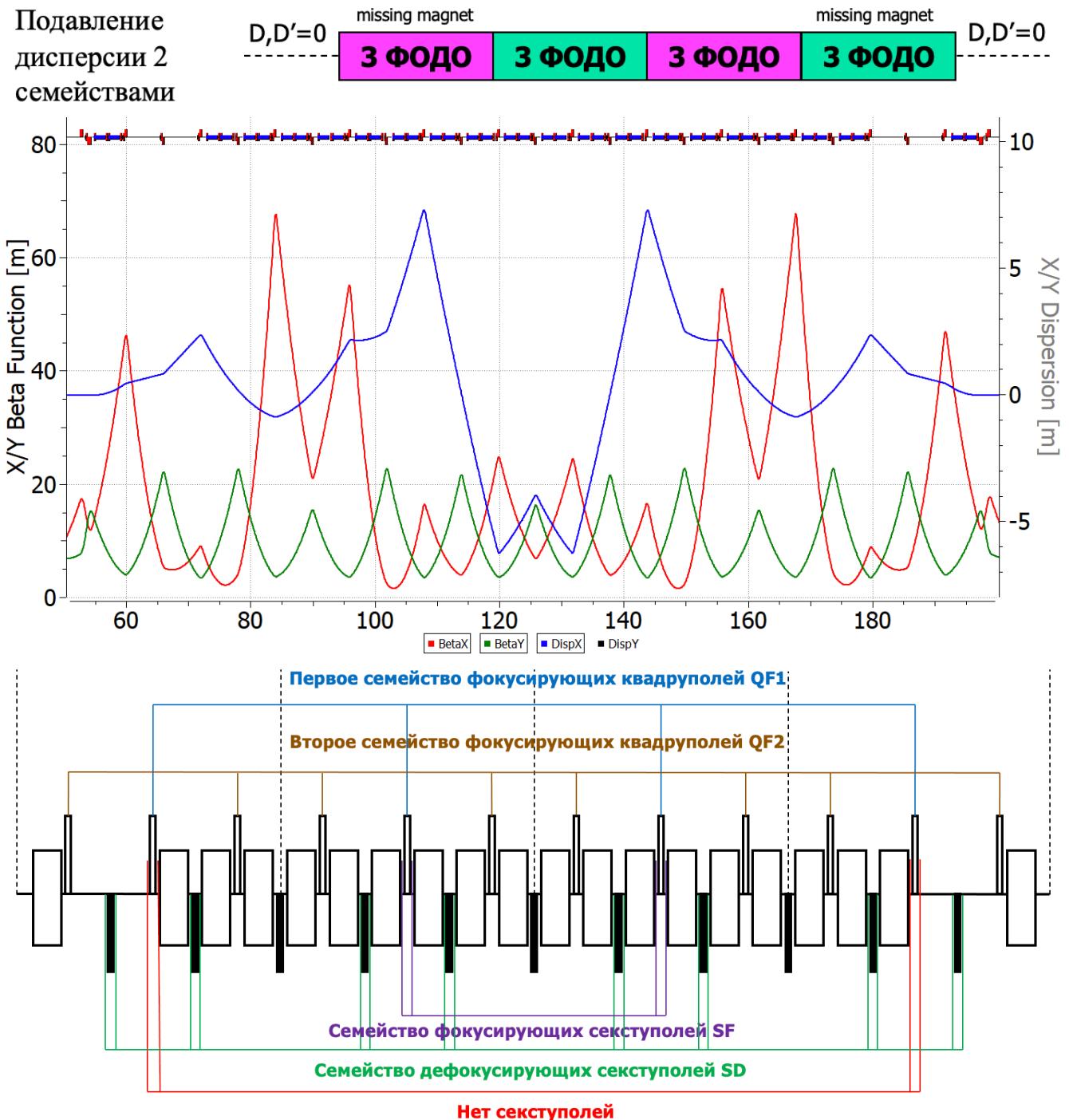


Рисунок 3.7 — Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре.

подавляющих хроматичность внутри арки делает арку ахроматом второго порядка, что убирает зависимость бетатронных колебаний от импульса и способствует сохранению динамической апертуры в большом диапазоне энергий. В этом случае набег фазы радиальных колебаний между ячейками, расположенными в разных половинах арки и разделенных  $S/2$  числом суперпериодов равен:

$$2\pi \cdot \frac{v_{\text{arc}}}{S_{\text{arc}}} \cdot \frac{S_{\text{arc}}}{2} = 2\pi \cdot \frac{v_{\text{arc}}}{2} = \pi + 2\pi n, \quad (3.11)$$

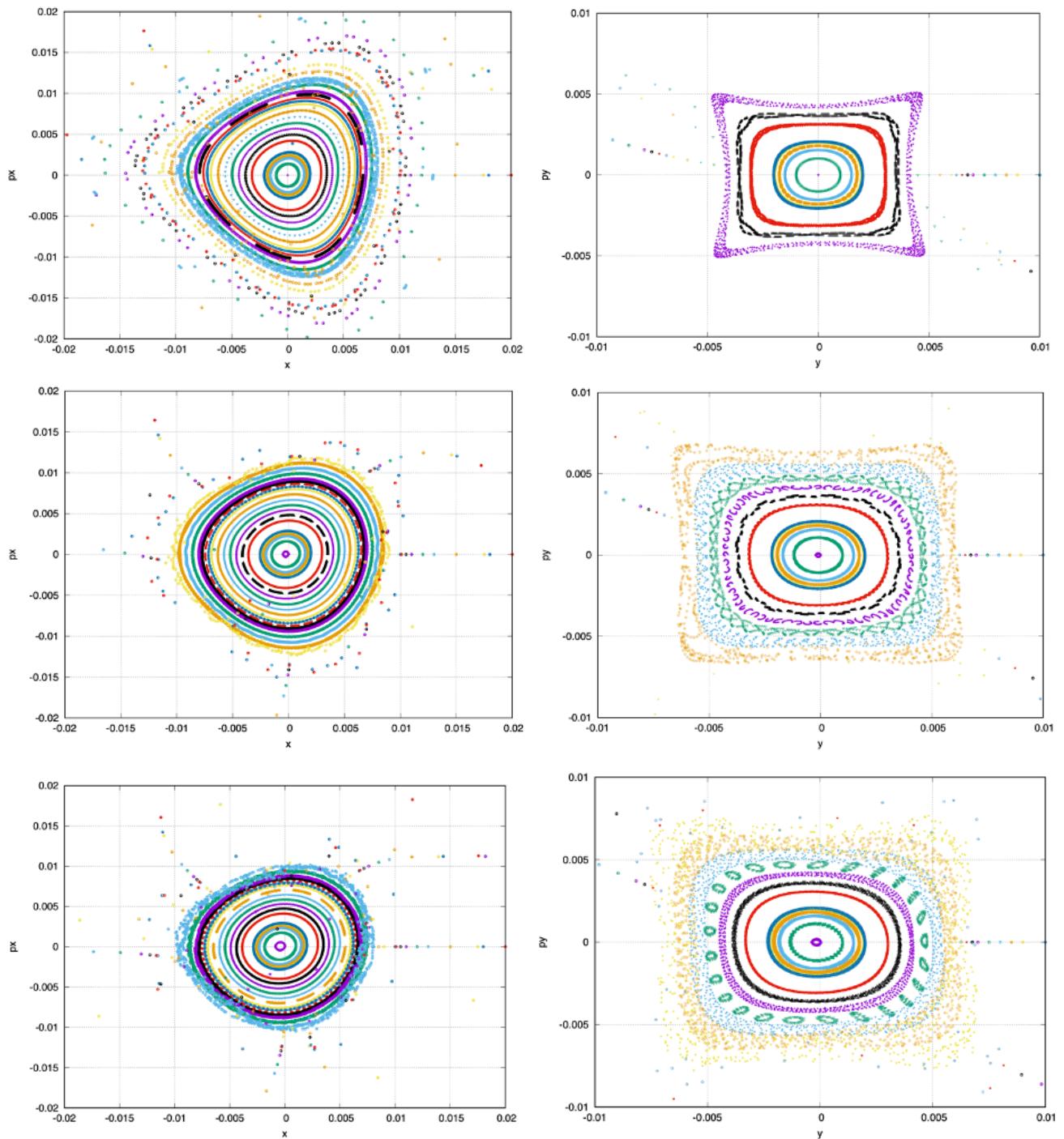


Рисунок 3.8 — Динамическая апертура для случая подавления дисперсии крайними квадрупольями. Слева —  $x$ -плоскость; справа —  $y$ -плоскость.

что соответствует условию компенсации нелинейного влияния секступолей в первом приближении во всей арке. Это замечательное свойство также относится к высшим мультипольям в квадруполях и отклоняющих магнитах. Эта связь через число суперпериодов  $S_{\text{arc}}/2$  называется длинной связью.

Динамическая апертура, рассчитанная для варианта подавления дисперсии с использованием крайних квадрупольных магнитов, представлена на рис. 3.8, а

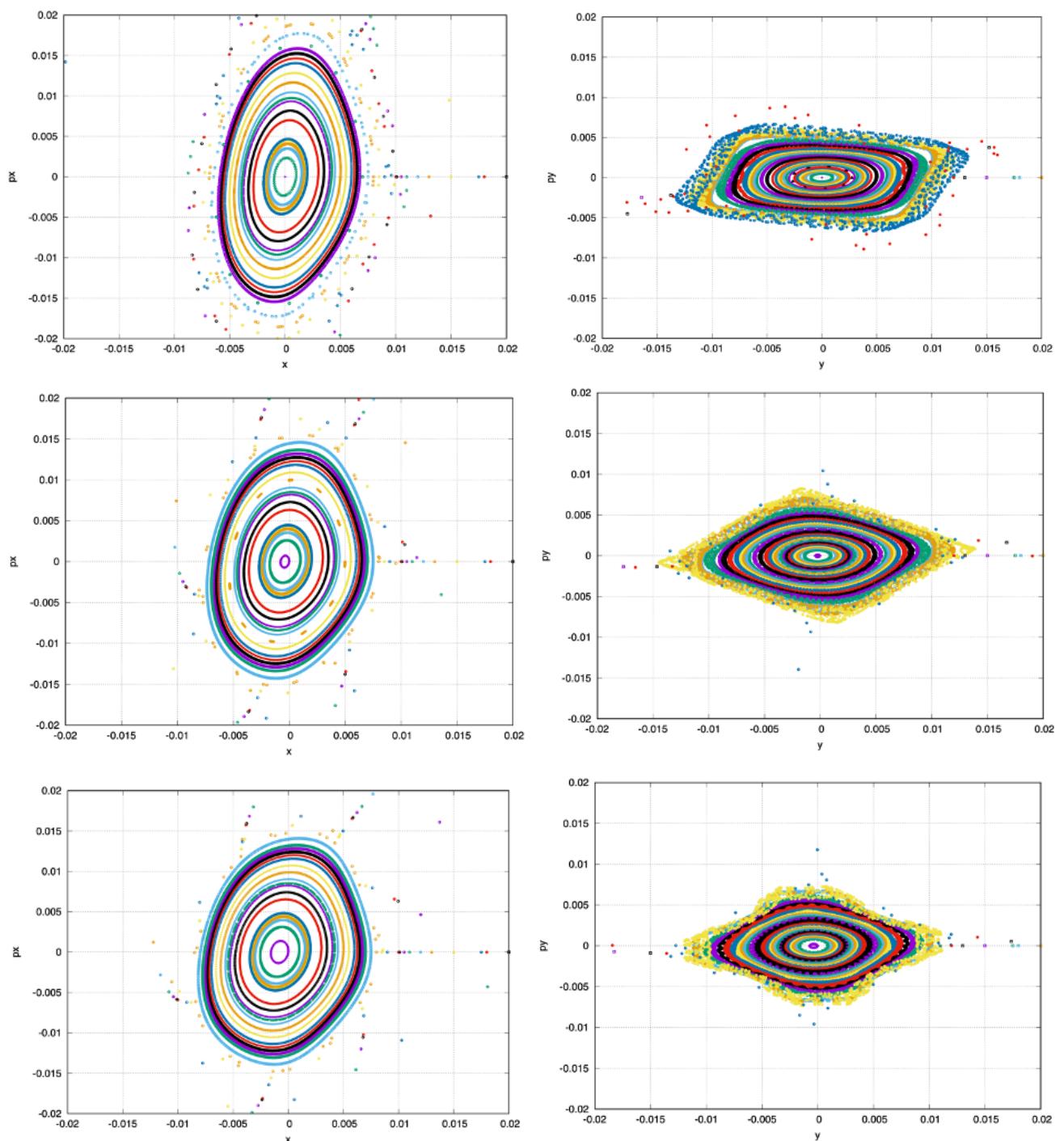


Рисунок 3.9 — Динамическая апертура для случая подавления дисперсии двумя семействами квадрупольей. Слева —  $x$ -плоскость; справа —  $y$ -плоскость.

для варианта подавления дисперсии с использованием двух семейств квадрупольных магнитов — на рис. 3.9.

## Выводы

Рассмотрена методика вариации критической энергии с помощью модуляции градиентов квадрупольных линз в поворотных арках. Такой подход предполагает раздельное питание квадрупольей и позволяет гибко управлять оптическими параметрами установки. Дополнительно учтены условия подавления дисперсии на границах арок в существующей структуре, а также компенсации хроматичности на всём кольце коллайдера. Исследования выполнены применительно к ускорительному комплексу NICA, однако без потери общности могут быть использованы и для других установок.

1. Модуляция дисперсионной функции или радиуса кривизны орбиты приводит к изменению коэффициента уплотнения орбиты и, как следствие, критической энергии установки. Это позволяет повысить критическую энергию выше экспериментальной и, при необходимости, достичь её комплексного значения;
2. Рассмотрены схемы подавления дисперсионной функции в резонансной структуре на краях поворотных арок. Для полностью регулярной структуры это достигается выбором соответствующего набора фазы. При использовании метода отсутствующих магнитов ('missing magnet') регулярность нарушается, и подавление дисперсии может быть реализовано как крайними ячейками, так и с помощью двух семейств квадрупольей;
3. Исследовано влияние нелинейных эффектов на динамическую апертуру в резонансной структуре. Для различных вариаций магнитооптики предложены оптимальные схемы расположения секступолей.

## Глава 4. Возможности изучения ЭДМ легких поляризованных пучков заряженных частиц

Ещё одной фундаментальной задачей является разрешение проблемы барионной асимметрии. Согласно работе А.Д. Сахарова [14] необходимым требованием бариогинеза является в том числе нарушение СР-инвариантности. Источником такого нарушения может являться наличие электрического дипольного момента элементарных частиц. Согласно различным теоретическим моделям, величина ЭДМ может сильно варьироваться, так для нейтрона в Стандартной модели  $|d_n| < 10^{-30} - 10^{-32} \text{ e} \cdot \text{см}$ , а некоторых Суперсимметричных теорий  $|d_n| < 10^{-27} - 10^{-29} \text{ e} \cdot \text{см}$  [19]. Измерение ЭДМ возможно при изучении поведения поляризации пучка в электромагнитных полях. В виду малости значения ЭДМ, а также наличию ненулевого заряда у протона и дейтрана, исследования эффективны только при использовании кольцевых накопительных установок для изучения поляризованного пучка.

Обнаружение ЭДМ может быть осуществлено на основе анализа эволюции спина во внешних электромагнитных полях. При этом принципиальное значение имеет разграничение свойств отдельной частицы, характеризуемой спином, и ансамбля частиц, описываемого вектором поляризации. Возможность изучения спина ансамбля частиц определяется теоремой Эренфеста [82] и состоит в том, что уравнения для средних значений квантовых наблюдаемых величин формально тождественны уравнениям классической механики, если все величины заменить на соответствующие средние значения. Применение этой теоремы к спину как чисто квантовой величине позволяет ввести понятие поляризации пучка, где усреднение может проводиться как по числу частиц, так и по оборотам в кольце. Классическое уравнение, описывающее эволюцию вектора спина было получено Телегди, Баргманном и Мишелем в 1959 году [83], с учётом одноименной прецессии Томаса. Вращение спина обусловлено как магнитным дипольным моментом (МДМ), так и ЭДМ

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{S}}{dt} &= \left( \vec{\Omega}_{\text{MDM}} + \vec{\Omega}_{\text{EDM}} \right) \times \vec{S}, \\
 \vec{\Omega}_{\text{MDM}} &= -\frac{q}{m\gamma} \left\{ (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp + (G + 1) \vec{B}_\parallel - \left( \gamma G + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right\}, \\
 \vec{\Omega}_{\text{EDM}} &= -\frac{q}{2m} \left\{ \vec{\beta} \times \vec{B} + \frac{\vec{E}}{c} - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{\vec{\beta}}{c} (\vec{\beta} \cdot \vec{E}) \right\}, \quad G = \frac{g - 2}{2},
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

где  $\vec{\Omega}_{\text{MDM}}, \vec{\Omega}_{\text{EDM}}$  – угловые частоты обусловленные наличием МДМ и ЭДМ;  $q, m, G$  – заряд, масса и магнитная аномалия;  $\beta$  – нормализованная скорость;  $\gamma$  – Лоренц-фактор;  $d = \eta \frac{q}{2mc} s$  – ЭДМ фактор,  $s$  – спин. Уравнение содержит 2 слагаемых, одно обусловлено наличием МДМ, другое – ЭДМ соответственно [84]. Главным образом, ЭДМ пропорционален силе Лоренца, которая отлична от нуля в элементах с ненулевой кривизной и равняется нулю на прямых участках.

Для непосредственного измерения ЭДМ-компоненты, влияние МДМ на спин должно быть нивелировано. Это может быть достигнуто, во-первых, полным занулением МДМ-члена в каждой точке кольца, такой метод получил название *замороженный спин* (*frozen spin*). Либо интегрально, когда элементы одного типа последовательно компенсируются элементами другого типа, такой подход получил название *квази-замороженный спин* (*quasi-frozen spin*) [24].

На сегодняшний день исследование поляризованных пучков заряженных частиц велось в нескольких ускорительных центрах [85]. Первоначально, с мюонами на эксперименте  $g - 2$  в Брукхейвенской Национальной Лаборатории в США (BNL, USA) [86]. Позднее, в 2004 году изложена идея измерения дейтрана с использованием метода замороженного спина коллаборацией srEDM, также в БНЛ [23]. Предлагалось измерение величины абсолютного значения вертикальной компоненты поляризации. В 2008 году, исследования проводились в накопительном кольце COSY (COoler SYnchrotron) в Исследовательском центре “Юлих” (Forschungszentrum Jülich GmbH, Германия) [23].

Новым крупным центром станет комплекс ОИЯИ NICA-Nuclotron в городе Дубна, Россия, с возможностью всестороннего изучения спиновой физики. В том числе уже упомянутое изучение ЭДМ заряженных частиц, коллайдерные эксперименты с симметричными и асимметричными пучками с целью изучения проблемы ”спинового кризиса” [87], а также поиск аксиона [25]. В данной главе будут рассмотрены способы создания квази-замороженного спина в периодических структурах и возможность их реализации. Кроме того, для измерения ЭДМ

предусмотрено измерение частоты, а не абсолютного роста вертикальной компоненты, что получило название "метод частотной области"(frequency domain method – FDM) [88].

Помимо рассмотренного в главах 1–3 коллайдера NICA, в состав ускорительного комплекса входит установка Nuclotron [29]. Данный синхротрон предназначен как для проведения самостоятельных экспериментов на выведенной мишени BM@N, включая исследования динамики и управления поляризацией пучков, так и для использования в качестве инжектора поляризованных пучков протонов и дейtronов в коллайдер NICA. Установка была введена в эксплуатацию в 1990-е годы [89] и в настоящее время может быть модернизирована с использованием современных магнитооптических элементов, производимых в ОИЯИ (г. Дубна) [90]. С целью расширения научных возможностей Nuclotron как самостоятельного ускорителя рассматривается перспектива проведения экспериментов по измерению электрического дипольного момента (ЭДМ) лёгких заряженных частиц. Проведение подобных прецизионных исследований возможно при работе ускорителя в режиме накопительного кольца, обеспечивающем длительное удержание сгустка на орбите и, соответственно, накопление необходимой статистики эксперимента.

Возможность проведения экспериментов по измерению ЭДМ с использованием метода квази-замороженного спина может быть реализована и на установках, изначально не предназначенных для таких исследований. Однако для компенсации вклада МДМ требуется применение элементов с электрическим полем, что, в свою очередь, обуславливает необходимость выделения дополнительного пространства в структуре установки. Одним из возможных решений данной задачи является внедрение обводных каналов, обеспечивающих размещение соответствующих элементов. Подобный подход может быть реализован, в частности, в кольце коллайдера NICA.

В экспериментах по измерению ЭДМ ключевым параметром является достижение длительного времени спиновой когерентности (SCT — Spin Coherence Time), порядка 1000 секунд, как было реализовано в кольце COSY [91]. В течение такого времени когерентный поляризованный пучок удерживается на орбите. Следовательно, при моделировании структуры для экспериментов по измерению ЭДМ необходимо обеспечить минимизацию декогеренции спина, что представляет собой отдельную задачу наряду с поддержанием орбитальной стабильности пучка.

## 4.1 Орбитальная и спиновая динамика в электромагнитных полях

Рассмотрим орбитальное и спиновое движение заряженной частицы во внешних электромагнитных полях в обобщённой форме. Для орбитального вращения в поперечном магнитном поле согласно уравнению Лоренца

$$qc\vec{\beta} \times \vec{B}_\perp = \vec{\Omega}_p^B \times \vec{p}, \quad (4.2)$$

где  $q$  – заряд,  $c$  – скорость света,  $\vec{\beta}$  – вектор относительной скорости,  $\vec{B}_\perp$  – поперечное магнитное поле,  $\vec{p}$  – импульс частицы,  $\vec{\Omega}_p^B$  – вектор угловой скорости (индексы означают, что происходит вращение импульса в магнитном поле). Учтем, что импульс частицы представим в виде  $\vec{p} = \gamma mc\vec{\beta}$ , тогда ур. 4.2а с учетом перестановки векторного произведения получаем

$$qc\vec{\beta} \times \vec{B}_\perp = -mc\gamma\vec{\beta} \times \vec{\Omega}_p^B, \quad (4.3)$$

для угловой скорости

$$\vec{\Omega}_p^B = -\frac{q}{m\gamma}\vec{B}_\perp. \quad (4.4)$$

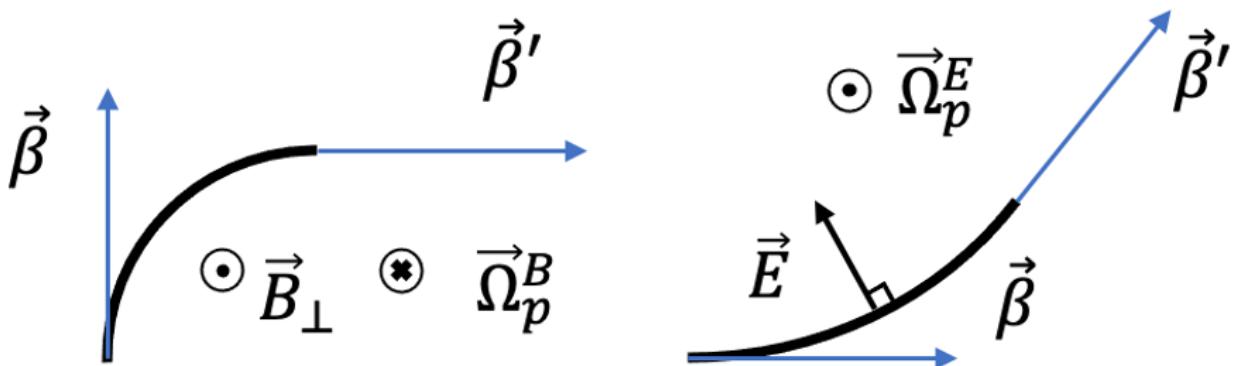


Рисунок 4.1 – Вращение положительно заряженной частицы а) в магнитном поле; б) электростатическом поле.

Для заряженной частицы в электростатическом дефлекторе, выполняющего функцию поворота, всегда соблюдается условие  $\vec{p} \perp \vec{E}$ , тогда происходит движение по окружности (рис.4.1б) и аналогично ур.4.2

$$q\vec{E}_\perp = \vec{\Omega}_p^E \times \vec{p}, \quad (4.5)$$

где  $\vec{E}_\perp$  – электростатическое поле перпендикулярное импульсу,  $\vec{\Omega}_p^E$  – вектор угловой скорости (индексы означают, что происходит вращение импульса в электростатическом поле)

$$q\vec{E}_\perp = mc\gamma\vec{\Omega}_p^E \times \vec{\beta}. \quad (4.6)$$

Для угловой скорости с учётом векторного произведения  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ,  $\vec{\omega} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{(\vec{r}, \vec{r})}$

$$\vec{\Omega}_p^E = \frac{q}{mc} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{\gamma(\vec{\beta}, \vec{\beta})} = \frac{q}{m\gamma} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}_\perp}{c\beta^2}. \quad (4.7)$$

Рассмотрим теперь вращение спинового вектора под действием МДМ, описываемого уравнением Т-БМТ 4.1 относительно вектора импульса

$$\vec{\omega}_p^B = \vec{\Omega}_{MDM}^B - \vec{\Omega}_p^B = -\frac{q}{m\gamma} (\gamma G + 1) \vec{B}_\perp + \frac{q}{m\gamma} \vec{B}_\perp = -\frac{q}{m} G \vec{B}_\perp. \quad (4.8)$$

Величина  $\nu_s^B$  – спин-тюн (*spin-tune*) является скалярной величиной и отражает во сколько раз поворот вектора спина больше поворота вектора импульса

$$\nu_s^B = \frac{|\vec{\Omega}_{MDM}^B - \vec{\Omega}_p^B|}{|\vec{\Omega}_p^B|} = \frac{-\frac{q}{m} G |\vec{B}_\perp|}{-\frac{q}{m\gamma} |\vec{B}_\perp|} = \gamma G. \quad (4.9)$$

Аналогично для вращения в электростатическом поле

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_p^E = \vec{\Omega}_{MDM}^E - \vec{\Omega}_p^E &= \frac{q}{m} \left( G + \frac{1}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} - \frac{q}{mc} \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{\gamma\beta^2} = \\ &= \frac{q}{mc} \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Спин-тюн в электростатическом поле

$$\nu_s^E = \frac{|\vec{\Omega}_{MDM}^E - \vec{\Omega}_p^E|}{|\vec{\Omega}_p^E|} = \frac{\frac{q}{mc} \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) |\vec{\beta} \times \vec{E}|}{\frac{q}{mc} \frac{|\vec{\beta} \times \vec{E}|}{\gamma\beta^2}} = \gamma\beta^2 \left( G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right). \quad (4.11)$$

Примечательно, что спин-тюн как в магнитном поле ур. 4.9, так и электростатическом ур. 4.11 не зависит от величины поля в дефлекторе, а определяется энергией и аномальным магнитным моментом.

## 4.2 Условия реализации структуры с квази-замороженным спином

Сформулируем концепцию квази-замороженной структуры в обобщённом виде. Для этого перейдём от описания вращения спина в электромагнитных полях к рассмотрению конкретных элементов. Первым условием является сохранение замкнутой орбиты, для периодической структуры это условие может быть сформулировано как

$$\Phi_p^{\text{arc}} + \Phi_p^{\text{comp}} = \frac{2\pi}{N}, \quad (4.12)$$

где индекс  $p$  – указывает на импульс,  $\Phi_p^{\text{arc}}$  и  $\Phi_p^{\text{comp}}$  – суммарное вращение импульса в поворотной арке и компенсаторе спинового вращения,  $N$  – периодичность структуры. Для создания накопительного кольца, пригодного как для экспериментов по измерению ЭДМ, так и для исследований на более высоких энергиях, целесообразно использовать арки с чисто магнитным ведущим полем, учитывая ограничение на максимально достижимую напряжённость электростатического поля. В этом случае используется отдельный соответствующий спиновый компенсатор, который не возмущает орбиту. Окончательно, данные утверждения могут быть сформулированы как  $\Phi_p^{\text{arc}} = \frac{2\pi}{N}$  и тогда  $\Phi_p^{\text{comp}} = 0$ . Для того, чтобы эффективная сила Лоренца равнялась нулю в спиновом компенсаторе, должно быть использовано как электрическое, так и магнитное поле. Из ур. 4.12 для углов вращения справедливо

$$\Phi_{pB}^{\text{comp}} + \Phi_{pE}^{\text{comp}} = 0, \quad (4.13)$$

где  $\Phi_{pB}^{\text{comp}}$  и  $\Phi_{pE}^{\text{comp}}$  – суммарные углы вращения в магнитном и электрическом полях спинового компенсатора соответственно. Из ур. 4.1 следует, что максимальная эффективность воздействия электростатического поля достигается при его радиальном направлении относительно вектора импульса.

Второе условие для реализации квази-замороженной структуры – компенсация МДМ-вращения на одном периоде кольца

$$\Phi_s^{\text{arc}} + \Phi_s^{\text{comp}} = 0, \quad (4.14)$$

где  $\Phi_s^{\text{arc}}$  и  $\Phi_s^{\text{comp}}$  – суммарные углы вращения спина в поворотной арке и спиновом компенсаторе соответственно. Компенсация осуществляется благодаря фундаментальному различию вращения в магнитном и электрическом поле. Используя соотношения ур. 4.9, 4.11, получаем уравнения связи для углов в чисто магнитном поле поворотной арки  $\Phi_s^{\text{arc}} = \nu_{B\perp} \Phi_p^{\text{arc}}$  и магнитном  $\Phi_{sB}^{\text{comp}} = \nu_{B\perp} \Phi_{pB}^{\text{comp}}$  и электрическом  $\Phi_{sE}^{\text{comp}} = \nu_E \Phi_{pE}^{\text{comp}}$  полях в спиновом компенсаторе. Тогда для ур. 4.14

$$\begin{aligned} \nu_{B\perp} \Phi_p^{\text{arc}} + \left( \nu_{B\perp} \Phi_{pB}^{\text{comp}} + \nu_E \Phi_{pE}^{\text{comp}} \right) &= \\ = \nu_{B\perp} \left( \Phi_p^{\text{arc}} + \Phi_{pB}^{\text{comp}} \right) + \nu_E \Phi_{pE}^{\text{comp}} &= 0. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Окончательно, согласно первому и второму условиям квази-замороженного спина, для угла вращения в магнитном или электрическом поле в компенсаторе МДМ-вращения выполняется соотношение

$$\Phi_{pE}^{\text{comp}} = -\Phi_{pB}^{\text{comp}} = \Phi_p^{\text{arc}} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} = \frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1}. \quad (4.16)$$

Стоит отметить, что не было упомянуто о физической структуре компенсирующего элемента, а только об интегральных характеристиках представленных компонентов поля.

#### 4.2.1 Эффективная длина элемента, компенсирующего МДМ-вращение

Эффективная длина компенсирующего элемента может быть рассчитана для магнитного и электрического полей

$$L = \Phi_{pB}^{\text{comp}} R_B = \Phi_{pE}^{\text{comp}} R_E, \quad (4.17)$$

где  $R_B$ ,  $R_E$  – радиус кривизны магнитного и электрического поля. Радиус кривизны элемента с электрическим и магнитным полем может быть найден как

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_E}, \quad R_B = \frac{B\rho}{B}, \quad R_E = \frac{\kappa}{E}, \quad (4.18)$$

где  $B\rho = \frac{p_0}{e}$  – магнитная жесткость,  $p_0 = \gamma m \beta c$ ,  $\kappa = \frac{p_0 \beta c}{e}$  – электрическая жесткость. Поскольку для фильтра Вина  $R = \infty$ , то и радиусы кривизны связаны  $R_B = -R_E$ . Для определения радиуса достаточно определить либо магнитное, либо электрическое поле. Более строгое ограничение дается на электрическое поле

$E_{\max} = 10 - 13 \text{ МВ/м}$  [92]. Для минимальной длины в периодической структуре из ур. 4.16, 4.17

$$L_{\min} = \Phi_{pE}^{\text{comp}} R_E = \frac{2\pi}{N} \frac{\gamma^2 G}{G + 1} \frac{\kappa}{E_{\max}} = \frac{2\pi}{N} \frac{G}{G + 1} \frac{mc^2}{e} \frac{\gamma(\gamma^2 - 1)}{E_{\max}}. \quad (4.19)$$

### 4.3 Определение оптимальной энергии эксперимента

Как следует из уравнения Т–БМТ, энергия пучка является ключевым параметром для проведения эксперимента. При измерении ЭДМ достаточно поляриметра с высокой анализирующей способностью, который регистрирует асимметрию рассеяния на образце. Это требование определяет энергию эксперимента и связано с оптимальными условиями поляриметрии. Для протона максимальное сечение рассеяния на углеродной мишени наблюдается при энергии пучка около 270 МэВ, а для дейтрана — при 135 МэВ/нуклон [93; 94]. Отклонение от этих значений приводит к снижению анализирующей способности поляриметра и увеличению времени измерения, необходимого для достижения статистической точности.

### 4.4 Влияние сорта частиц на особенности спиновой динамики

Из уравнений 4.9, 4.11 следует, что сорт частиц оказывает влияние на спиновую динамику. Кроме того, различие в соотношении заряда к массе напрямую влияет на орбитальное движение пучка.

Аномальный магнитный момент частиц также различается: для протона  $G_p = 1.79$ , а для дейтрана  $G_d = -0.14$ . При выводе формул 4.16, 4.19 учитывалось, что углы отклонения могут иметь как положительный, так и отрицательный знак, что позволяет применять полученные соотношения как к протонам, так и к дейтранам. Приведённые различия требуют применения индивидуальных подходов к каждому типу частиц при планировании экспериментов и анализе результатов.

В магнитном поле направление вращения спина определяется знаком аномального магнитного момента и не зависит от энергии пучка. Однако величина относительного угла вращения определяется как энергией, так и абсолютным значением аномального магнитного момента. Для протонов этот эффект особенно значим: вращение спина в поворотной арке должно удовлетворять условию  $\gamma G \cdot \Phi_p^{\text{arc}} < \pi/2$ , чтобы обеспечить возможность накопления ЭДМ для продольно поляризованного пучка. Применение периодических структур с квази-замороженным спином позволяет сохранить условия для измерения ЭДМ протона при числе суперпериодов не менее  $N = 8$ .

Для оценки различий между измерением ЭДМ в квази-замороженной и замороженной структурах в первом порядке используется коэффициент [47]

$$J_0(\Phi_s^{\text{arc}}) = 1 - \frac{\Phi_s^{\text{arc}}{}^2}{4}, \quad (4.20)$$

где  $\Phi_s^{\text{arc}}$  – угол, связанный с МДМ-эффектом поворотной арки одного периода. В табл. 6 приведены основные параметры для различной периодичности структур. Максимальная периодичность, рассматриваемая как  $N = 16$ , обусловлена сложностями проектирования структуры. Показано, что для дейtronов QFS структура близка к FS. Для протонов 16-периодическая структура может предоставить реальную возможность отработки методологии измерения ЭДМ.

Таблица 6 — Значение угла отклонения спина в одном периоде и соответствующий коэффициент, выражающий ослабление ЭДМ-сигнала в квази-замороженной структуре относительно замороженной для разного сорта частиц и периодичности.

Частица	$N$	$\Phi_s^{\text{arc}}, \text{deg}$	$J_0(\Phi_s^{\text{arc}})$
Дейtron d	2	-29.45	0.934
	4	-14.72	0.983
	8	-7.36	0.996
	16	-3.68	0.999
Протон p	8	103.83	0.179
	16	51.91	0.795

Взаимодействие протонов и дейtronов с электростатическим полем обуславливает различия в их спиновой динамике. Для протонов направление прецессии спина определяется энергией и особенно чувствительно вблизи так

называемой магической энергии, соответствующей  $\gamma_{\text{mag}} = \sqrt{\frac{G_p+1}{G_p}} \approx 1.248$  (233 МэВ). Влияние электрического поля на протон значительно меньше, чем на дейтрон, что показано на рис. 4.2. Для дейтронов аналогичной магической энергии не существует.

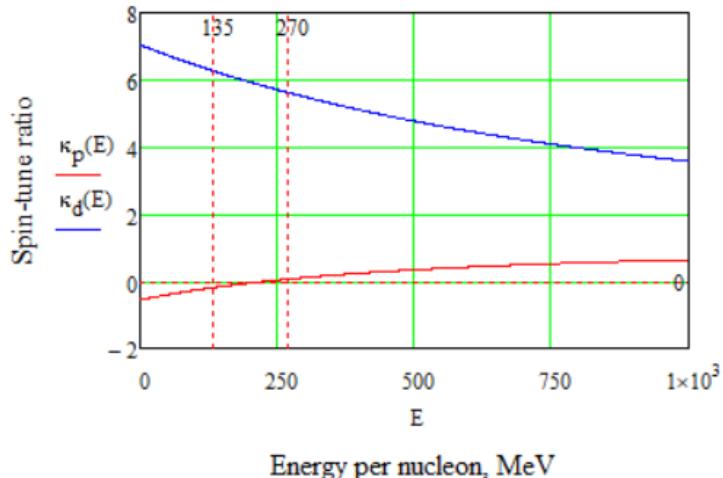


Рисунок 4.2 — Отношение спин-тюнов  $\kappa = \frac{v_{B_\perp}}{v_E}$  попоперечного магнитного и электрического поля для дейтрона и протона.

Эти фундаментальные различия накладывают конкретные требования на проектирование накопительного кольца для исследования обоих типов частиц. В частности, ур. 4.16 показывает, что направление вращения спина протона и дейтрона различается, что требует либо смены полярности полей спинового компенсатора, либо его поворота на угол  $\pi$  вокруг продольной оси. Кроме того, минимальная длина компенсатора, определяемая ур. 4.19, для протонов оказывается больше, чем для дейтронов при оптимальной энергии поляриметра. Это несоответствие может быть компенсировано снижением энергии протонов (рис. 4.3). При длине компенсатора, эквивалентной используемой для дейтронов, энергия протонов должна быть уменьшена до 73 МэВ, что приводит к снижению анализирующей способности примерно в 2–3 раза — достаточно для отработки методики, но недостаточно для получения статистически значимых результатов (табл. 7). Для создания дополнительных электромагнитных полей в роли спинового компенсатора рассматриваются два подхода: использование фильтра Вина или электростатического дефлектора с кикером, которые будут подробно обсуждены далее.

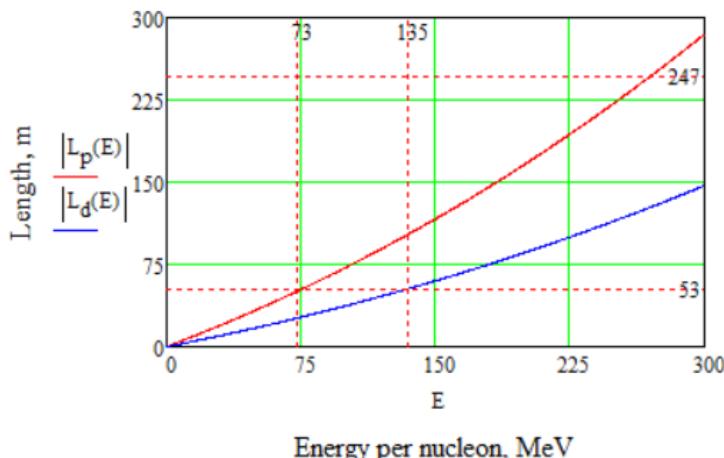


Рисунок 4.3 — Зависимость длины компенсирующего элемента в зависимости от энергии сгустка на нуклон.

Таблица 7 — Параметры частиц, оптимальная энергия эксперимента и соответствующая полная длина спин компенсирующих элементов.

Частицы	$A/Z$	$G$	$\gamma_{\text{exp}}$	$E_{\text{exp}}$ , МэВ/нуклон	$L$ , м
Дейтрон d	2	-0.14	1.144	135	53
Протон p	1	1.79	1.289	270	247
			1.078	73	53

#### 4.4.1 Применение прямого фильтра Вина со скрещенными полями

Прямой Фильтр Вина представляет собой устройство в ускорителях частиц, предназначенное для управления спиновой динамикой без изменения орбитальной траектории пучка. Это достигается за счёт взаимной компенсации перпендикулярных магнитного и электрического полей. В такой конфигурации частицы движутся по прямой линии, одновременно подавляя эффект МДМ, что делает фильтр Вина полезным для экспериментов, требующих точного управления спином. Конструкция фильтра обеспечивает отсутствие отклонения вдоль линии пучка, минимизируя дополнительные требования к пространству на прямых участках кольца и сохраняя классическую последовательность расположения элементов.

На рис. 4.4 представлены принципиальные схемы с квази-замороженным спином для дейтрана, так и для протона. Во-первых, показано, что отклонение спина за один период вследствие МДМ-эффекта в магнитной арке больше для

протона. Во-вторых, направления полей для разных типов частиц противоположны.

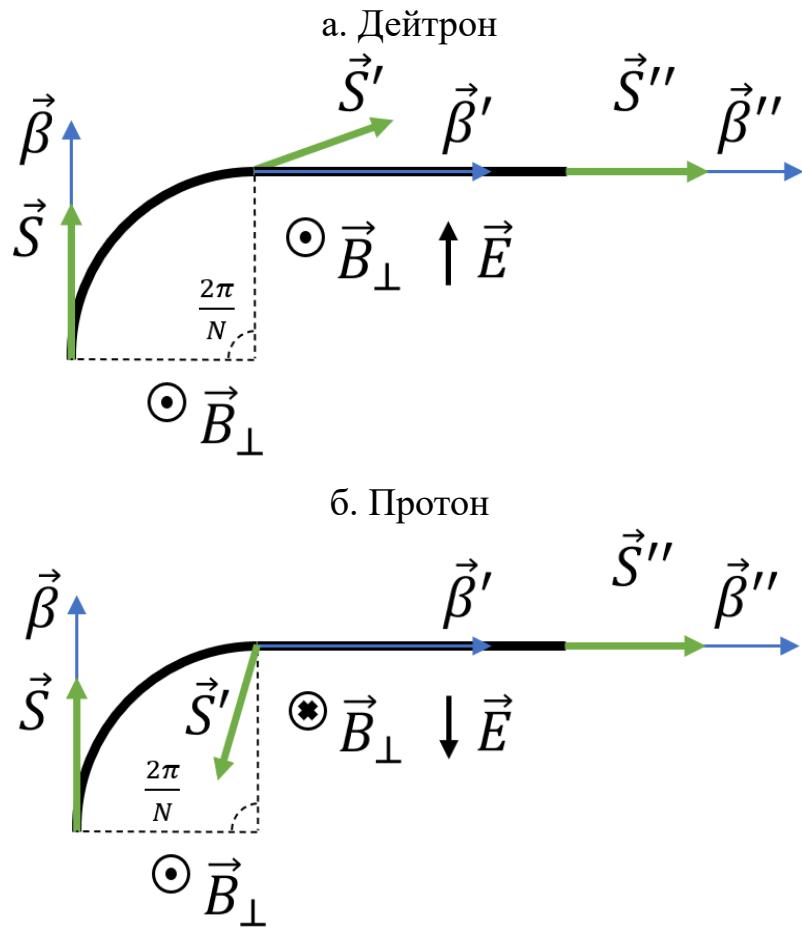


Рисунок 4.4 — Принципиальная схема одного периода структуры с квазизамороженным спином с фильтрами Вина для а. дейтронов, б. протонов.

Адаптивность фильтра Вина заключается в возможности его применения как для дейтронов, так и для протонов. Для дейтронов фильтр применяется непосредственно на оптимальных энергиях, тогда как для протонов в той же структуре требуется изменить полярность полей или повернуть установку на  $\pi$  вдоль продольной оси и использовать на более низких энергиях. Такая гибкость обеспечивает разработку методики изучения спиновой динамики различных типов частиц. В целом, способность фильтра управлять спином частиц без нарушения орбиты делает его перспективным элементом современных прецизионных экспериментов.

#### 4.4.2 Применение электростатического дефлектора и дополнительного киккера

Чисто электростатический дефлектор предназначен для изменения траекторий частиц и спиновой динамики за счёт создания радиального электрического поля с ненулевой кривизной. В отличие от фильтра Вина, дефлектор требует дополнительного киккера для компенсации орбитальных отклонений, что увеличивает общую длину спинового компенсатора.

При введении электростатической арки с кривизной  $\Phi_{pE}^{\text{def}}$  магнитные арки должны дополнительно поворачивать на угол  $\Phi_{pB}^{\text{kick}}$  с помощью киккеров. На рис. 4.5а показано поведение спин-вектора дейтрана при последовательном действии магнитной арки, киккера, электростатической арки с отрицательной кривизной и симметрично расположенного киккера. Для протона изменяются кривизна электростатической арки и киккеров; при измерениях на полной энергии увеличивается их эффективная длина, что представлено на рис. 4.5б. Поворот импульса после прохождения периода должен быть скорректирован на  $\frac{2\pi}{N}$  для соблюдения квази-замороженного условия.

Использование таких элементов актуально при создании обводных секций в дополнение к исходным прямым секциям, что позволяет варьировать конфигурацию установки. При этом необходимо учитывать пространственные зазоры между элементами для обеспечения независимой работы. Основная сложность заключается в том, что каждый тип частиц требует индивидуальной кривизны, определяемой на этапе проектирования структуры. Несмотря на это, электростатический дефлектор с киккером обеспечивает эффективное управление спином и траекторией частиц.

Данный результат показывает, что для реализации квази-замороженного спина принципиально важно наличие отклоняющих полей. При применении чисто электростатических дефлекторов требуется дополнительный внешний магнитный киккер, тогда как в случае фильтра Вина используются скрещенные магнитное и электростатическое поля, при этом интегральная величина поля сохраняется.

Из рассмотренных принципиальных структур следует, что одновременное изучение ЭДМ дейтрана и протона возможно в структуре с фильтрами Вина.

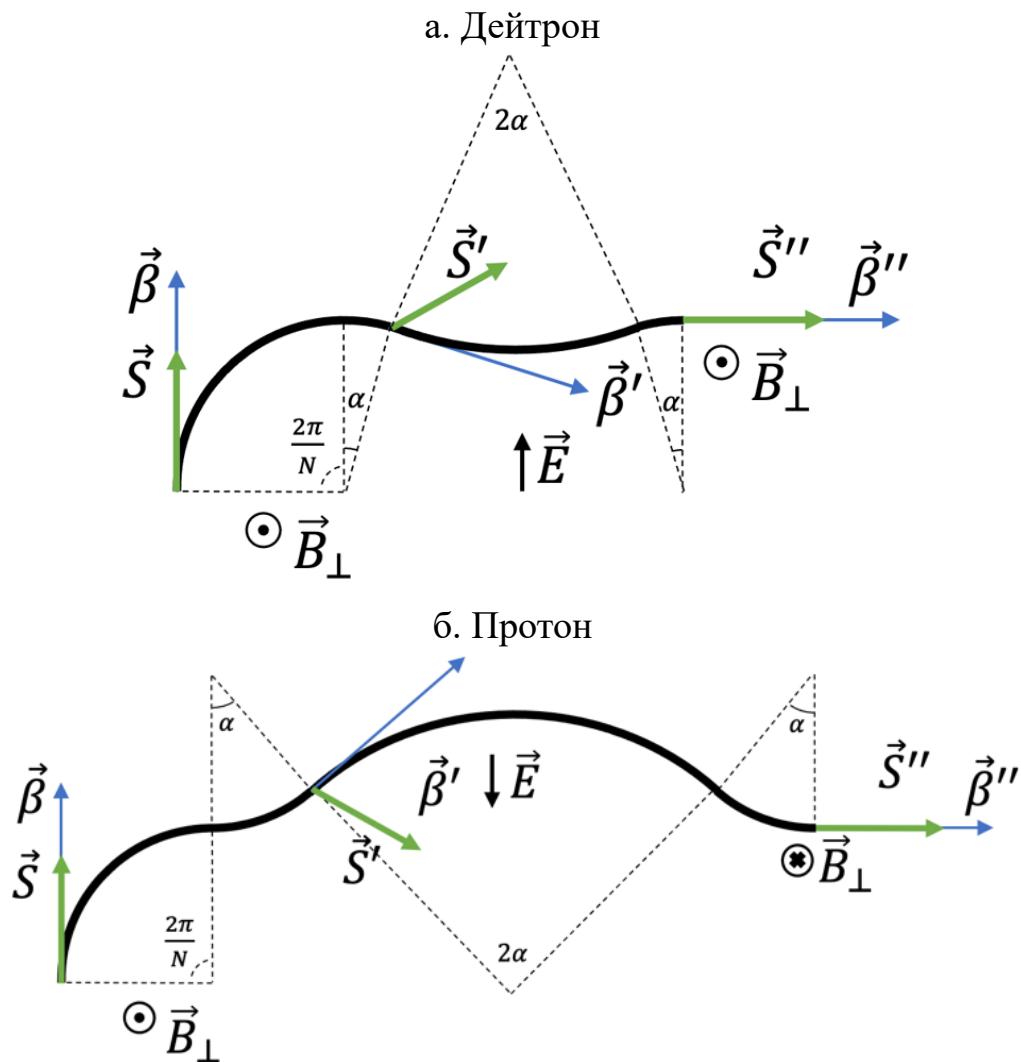


Рисунок 4.5 — Принципиальная схема одного периода квази-замороженной структуры с электростатическими дефлекторами для а. дейтронов, б. протонов.

Длина дефлекторов сопоставима с длиной фильтров Вина, однако при их применении требуются дополнительные кикеры, а кривизна для протонов и дейтронов имеет противоположный знак. Фильтры Вина располагаются на прямых участках, не требуют альтернативного канала, и для изучения протонов достаточно изменить полярность или повернуть элемент на  $\pi$  относительно продольной оси. Применение дефлекторов оправдано в случаях, когда существует возможность естественного орбитального отклонения пучка для создания обводного канала.

## 4.5 Применение концепции квази-замороженного спина в действующих ускорительных установках

Оптимальная энергия ЭДМ эксперимента составляет 270 МэВ, однако никаких ограничений относительно орбитального вращения в арке не сделано. Основным условием является обеспечение поворота импульса на угол  $\Phi_p^{\text{arc}}$  с соответствующим поворотом спина на  $\Phi_s^{\text{arc}}$ , что достигается достаточным интегралом магнитного поля. Величина магнитного поля изменяется произвольно, однако её оптимальное значение с учётом особенностей структуры позволяет минимизировать эффективную длину поворотных арок. Такой подход не только оптимизирует эксперименты на текущем уровне энергии, но и обеспечивает работу с пучками при энергиях, потенциально достигающих нескольких ГэВ. Универсальность метода квази-замороженного спина позволяет интегрировать его в различные установки, включая существующие ускорительные кольца, с соблюдением требований к экспериментам на повышенных энергиях. Применение предложенного подхода рассмотрено для двух установок ОИЯИ: бустера Nuclotron для коллайдера NICA и самого коллайдера.

## 4.6 Использование Nuclotron в качестве бустера лёгких поляризованных частиц в коллайдер NICA

Рассмотрим возможность использования синхротрона Nuclotron для ЭДМ исследований с применением концепции квази-замороженного спина.

В первом варианте предлагается сохранить текущие параметры ускорителя и одновременно создать условия для проведения экспериментов по измерению электрического дипольного момента дейтранона. Для этого на кольце устанавливаются электрические дефлекторы или фильтры Вина, обеспечивающие сохранение направления вектора спина вдоль пучка поляризованных частиц. Параметры Коллайдера, критическая энергия и характеристики электронного охладителя при этом остаются без изменений.

Во втором варианте предусматривается частичное изменение параметров для согласования с коллайдером. Энергия инжекции поляризованных протонов в

коллайдер сохраняется на уровне 2–3 ГэВ. Чтобы избежать прохождения критической энергии после электронного охлаждения, планируется поднять критическую энергию в Коллайдере выше максимальной энергии эксперимента.

#### 4.6.1 Требования к магнитооптической структуре синхротронов Nuclotron-NICA в задаче исследования ЭДМ лёгких ядер

Текущая структура Nuclotron не предусматривает проведение экспериментов по измерению ЭДМ. Рассмотрим возможные способы реализации такой программы на существующей установке и потенциальные варианты её модернизации. В первую очередь необходимо определить ключевые требования с точки зрения спиновой динамики. Основным из них является компенсация вращения, обусловленного МДМ. Для этого может быть применён метод замороженного спина, при котором вектор спина остаётся сонаправленным с импульсом вдоль орбиты, а относительное МДМ-вращение отсутствует. Как следует из уравнения Т-БМТ и проведённого анализа, реализация этой схемы требует использования элементов со скрещёнными электрическим и магнитным полями. Применение чисто магнитных арок делает невозможным компенсацию МДМ-вращения методом замороженного спина.

В качестве альтернативы методу замороженного спина может быть использован метод квази-замороженного спина, основанный на пространственном разделении электрического и магнитного полей с последующей компенсацией МДМ-компоненты. Компенсация осуществляется на прямых участках с использованием электрического поля. В качестве компенсирующих элементов могут применяться электростатические дефлекторы или фильтры Вина со скрещёнными электрическим и магнитным полями.

Следует подчеркнуть, что Nuclotron планируется использовать в качестве бустера для коллайдера NICA. Поэтому наряду с низкоэнергетической опцией, предназначеннной для проведения ЭДМ-экспериментов при энергии порядка сотен МэВ, необходимо обеспечить возможность ускорения поляризованного протонного пучка до энергий порядка нескольких ГэВ. В этих условиях основную роль в процессе ускорения должно играть магнитное поле поворотных диполей, поскольку применение электрического поля для достижения таких энергий неце-

лесообразно. При этом критическая энергия установки должна находиться выше максимальной энергии пучка.

#### 4.6.2 Текущая магнитооптика Nuclotron

Принципиальная схема текущей восьмипериодической структуры Nuclotron с длиной  $L_{NUC} = 251$  м представлена на рис. 4.6а. На рис. 4.7 изображены параметры Твисса для одного периода, неоптимальные с точки зрения подавления дисперсионной функции на прямых участках. Суммарная длина прямых промежутков составляет  $L_{free} = 7 \times 8 = 56$  м. Следовательно, размещение фильтров Вина с длиной  $L_{WF} = 53$  м на прямых участках немодернизированной структуры Nuclotron практически полностью исключает возможность установки дополнительного необходимого оборудования.

Рассмотрим возможность создания обводных каналов в исходной структуре. В качестве компенсирующих элементов предполагаются электростатические дефлекторы, обладающие ненулевым радиусом кривизны. При таком подходе оборудование можно расположить параллельно при наличии достаточного расстояния между полученными каналами. На рис. 4.6б показана принципиальная схема текущей структуры Nuclotron с электростатическими дефлекторами. Максимальное расстояние между каналами может составить порядка 18 см, что недостаточно для параллельного расположения.

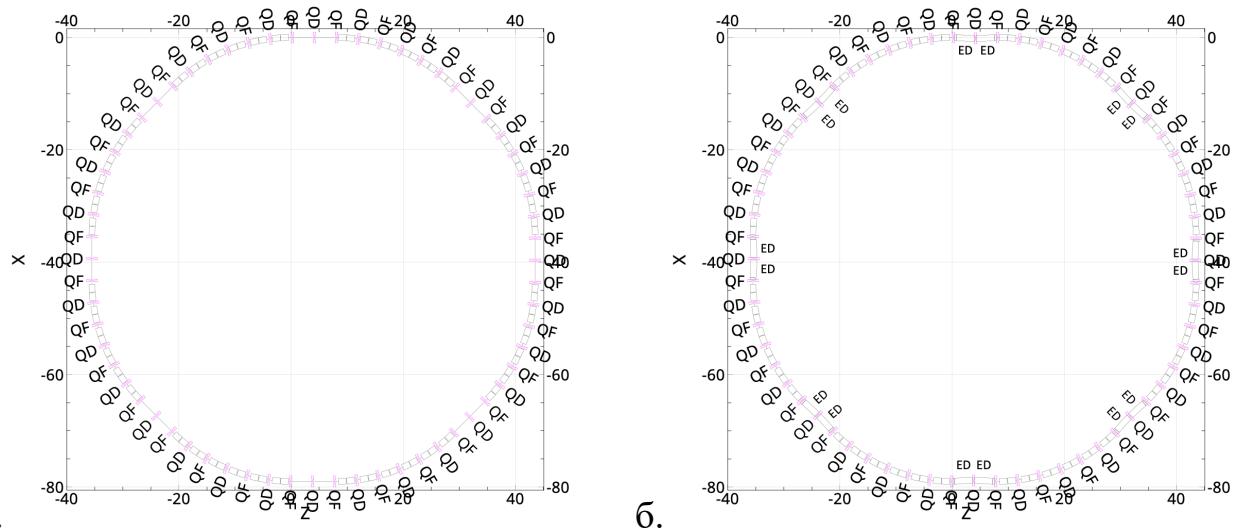


Рисунок 4.6 — Принципиальная схема расстановки структуры Nuclotron с текущим расположением элементов и с введением электростатических дефлекторов.

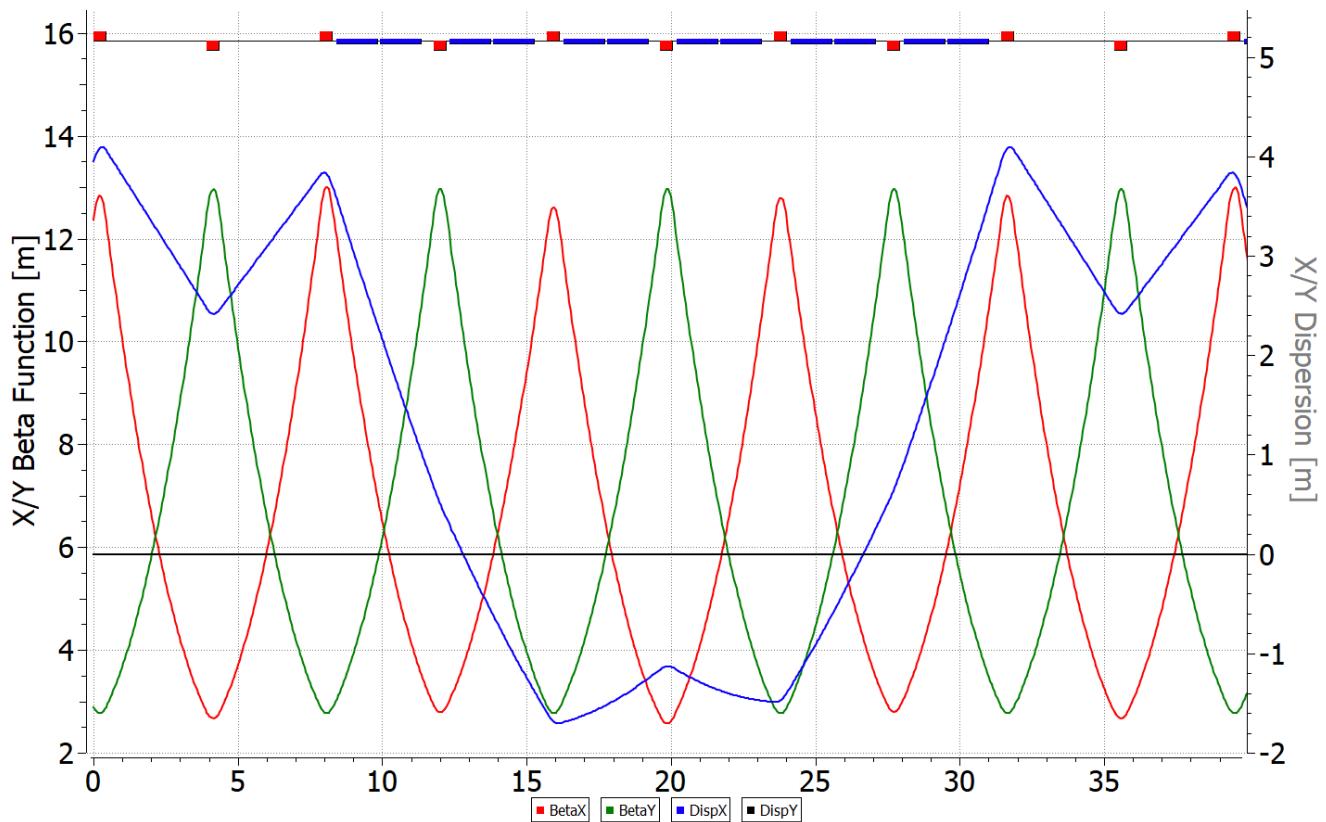


Рисунок 4.7 — Твисс-функции текущей регулярной структуры Nuclotron.

Приведённые факты показывают необходимость увеличения длины прямых участков. Может быть рассмотрена модернизация структура с оптимизированными диполями с максимальным магнитным полем 1.8 Тл. Суммарная длина прямых промежутков должна составить  $L_{\text{free}} + L_{\text{WF}} = 56 + 53 = 109$  м. Оставшееся место будет использовано для расстановки магнитных элементов: диполей, квадрупольей, секступолей. Длина магнитной арки  $L_{\text{arc}} = 17.5$  м, а длина магнитов изменяется от 1.44 м до 1.78 м, при этом их количество сокращается вдвое с 96 до 48. Тогда максимальная энергия протонного пучка может составлять до 6.5 ГэВ. Данная опция удовлетворяет требованию использования Nuclotron в качестве бустера при 2–3 ГэВ, а также возможности его использования на выведенной мишени экспериментов BM@N с понижением энергии с 10 ГэВ до 6.5 ГэВ [95]. Фильтры Вина могут быть расположены на прямых участках, а для дефлекторов неизбежно должны быть реализованы дополнительные каналы.

#### 4.6.3 Модернизированная восьмипериодическая структура

Реализована восьмипериодическая структура на основе простейшей ФОДО ячейки. В такой конфигурации возможно применение обеих опций компенсации МДМ-компоненты: с использованием прямых фильтров Вина либо электростатических дефлекторов в сочетании с киккер-магнитами. В случае применения дефлекторов отсутствует необходимость использования прямых промежутков для ЭДМ эксперимента. Размещение дефлекторов может осуществляться как по краям, так и в центральной части каналов, что показано на рис. 4.8. Расстояние между каналами составляет 47 и 50 см соответственно.

Подавление дисперсии на арке может быть осуществлено выбором кратного количества набега фазы  $\nu_{x,y} = 1$ , что показано на рис. 4.8. Стоит отметить, что наличие электростатических элементов при энергии  $E_{\text{edm}} = 270$  МэВ приводит к искажению дисперсии на длине периода, без возможности компенсации соответствующим магнитным полем. Однако, она может быть дополнительно компенсирована квадруполями арки, при этом набег фазы также искажается, что может приводить к сложностям с подавлением нелинейности. Пример такой компенсации показан на рис. 4.9.

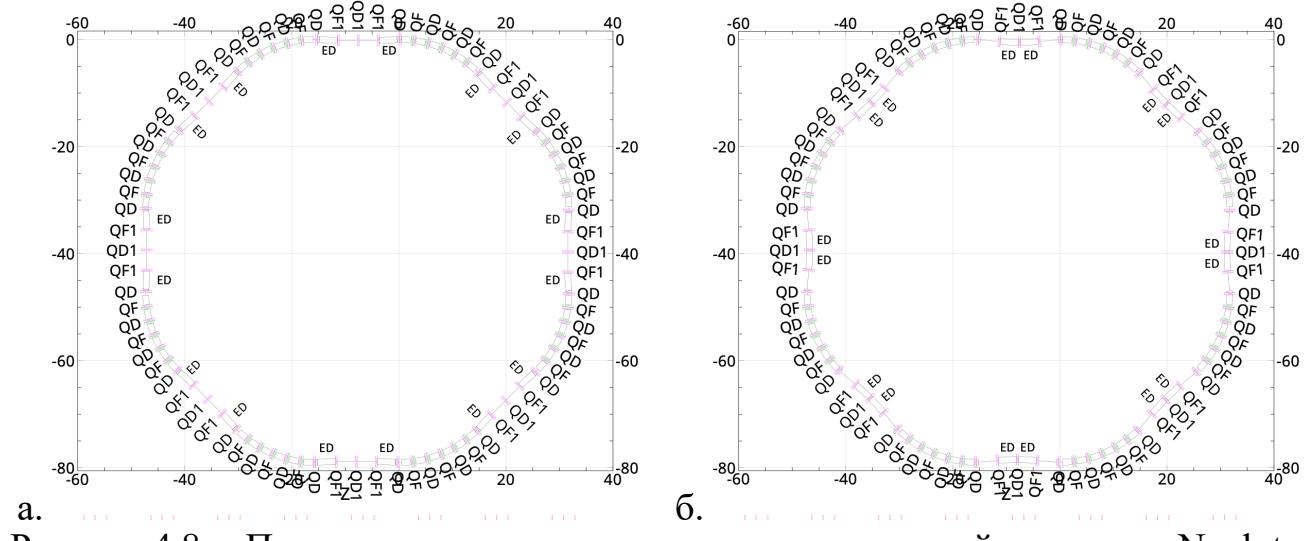


Рисунок 4.8 — Принципиальная схема восьмипериодической структуры Nuclotron с текущей расстановкой при введении электростатических дефлекторов.

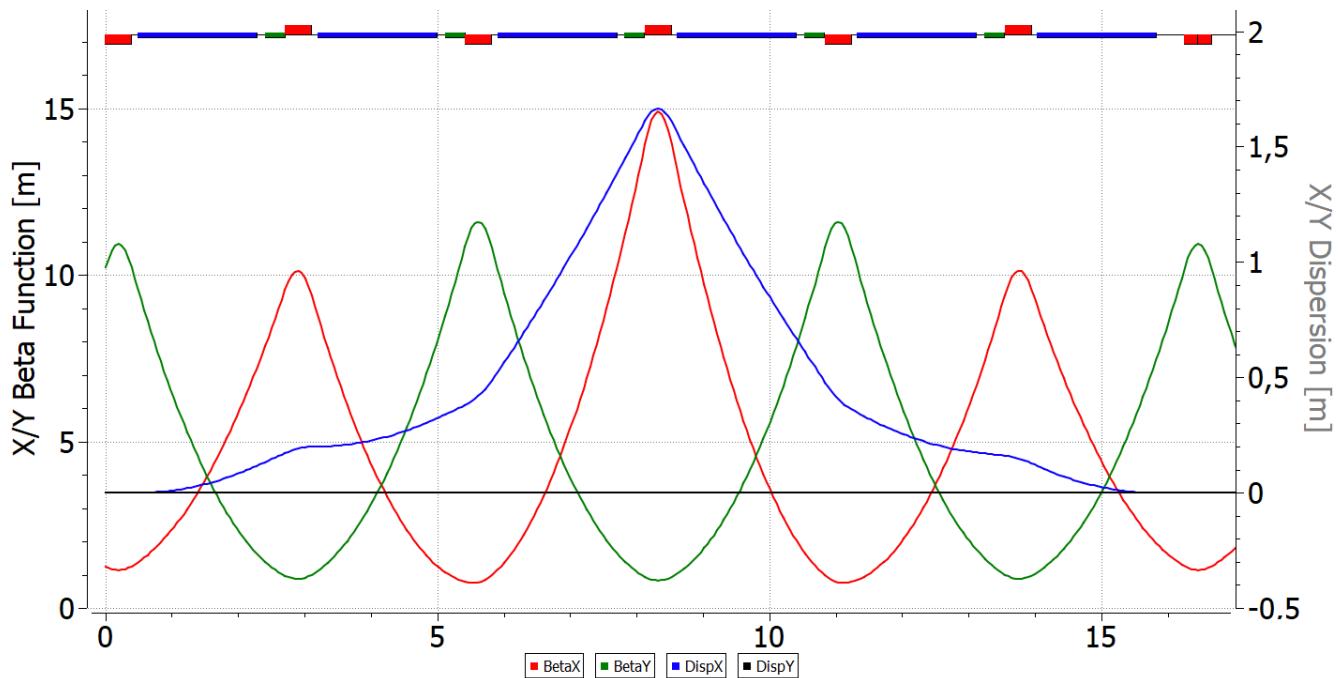


Рисунок 4.9 — Твисс-функции регулярной поворотной арки восьмипериодической модернизированной структуры Nuclotron.

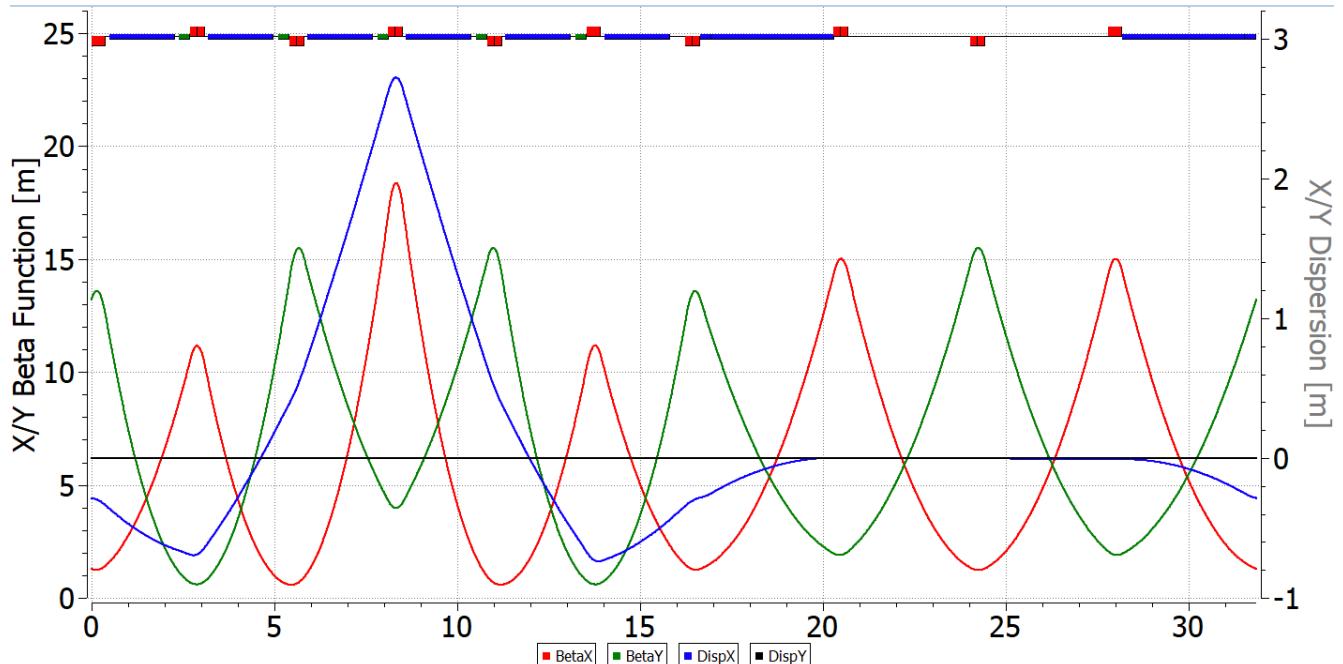


Рисунок 4.10 — Твисс-функции регулярной поворотной арки восьмипериодической модернизированной структуры Nuclotron с дефлекторами.

#### 4.6.4 Модернизированная 16-периодическая структура

Увеличение числа периодов структуры с квази-замороженным спином позволяет приблизить ее свойства к характерным для режима замороженного спина

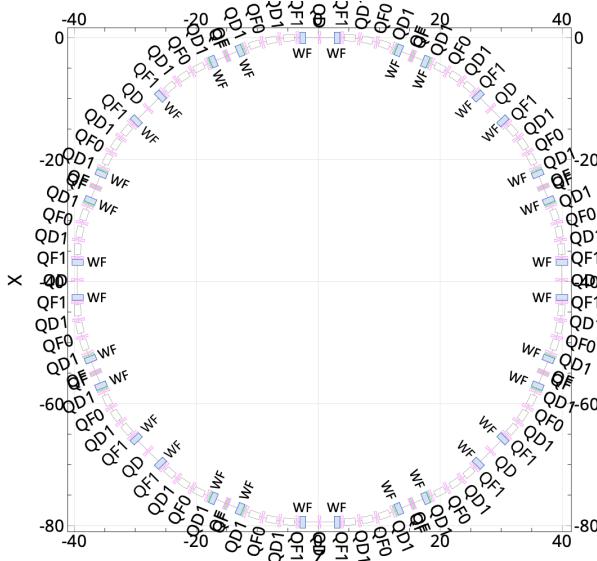


Рисунок 4.11 — Принципиальная схема 16-ти периодической структуры Nuclotron с текущей расстановкой при введении фильтров Вина.

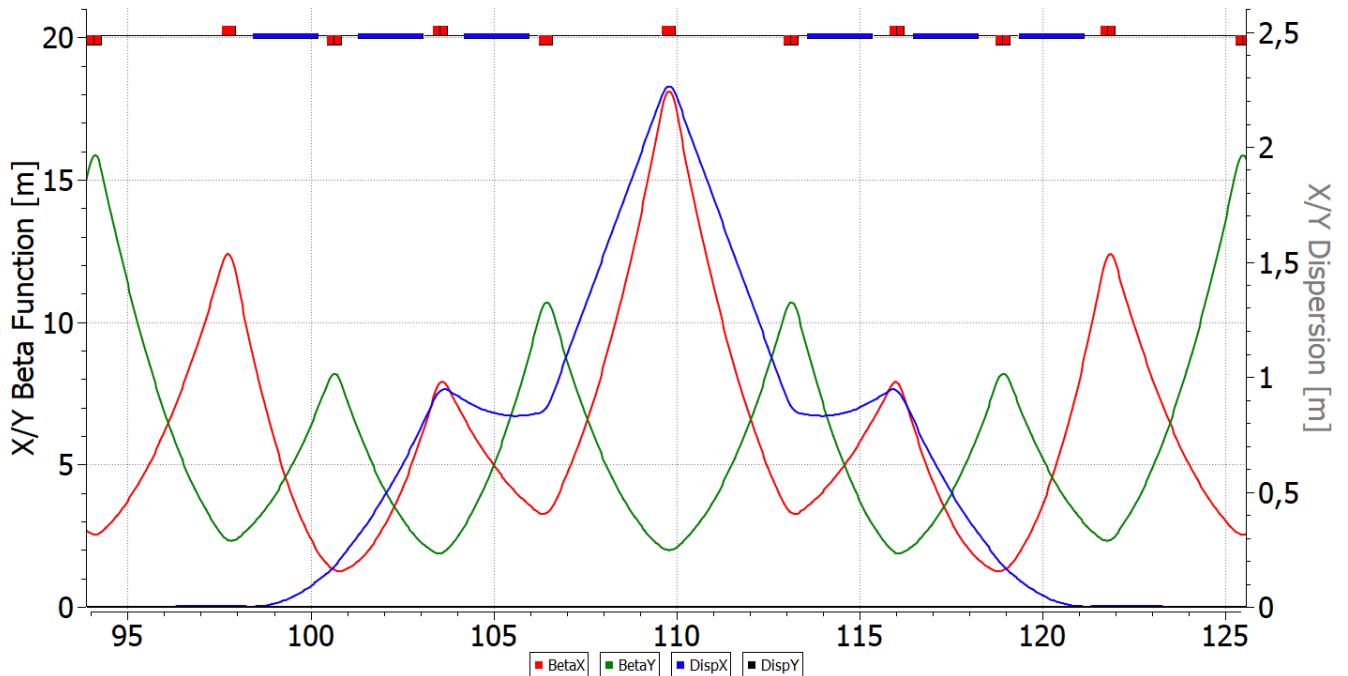


Рисунок 4.12 — Твисс-функции 16-периодической модернизированной структуры Nuclotron без фильтров Вина.

и, как следствие, повысить точность проведения эксперимента. Периодичность структуры особенно значима для излучения ЭДМ протона, что отражено в табл. 6. Для изменения числа периодов, в уже рассмотренной восьмипериодической структуре, магнитная арка может быть раздвинута для создания дополнительного промежутка. Принципиальная схема показана на рис. 4.11, а конкретная магнитооптика без фильтров Вина на рис. 4.12 и с фильтрами Вина на рис. 4.13. Такой подход нарушает регулярность и соответствующая структура

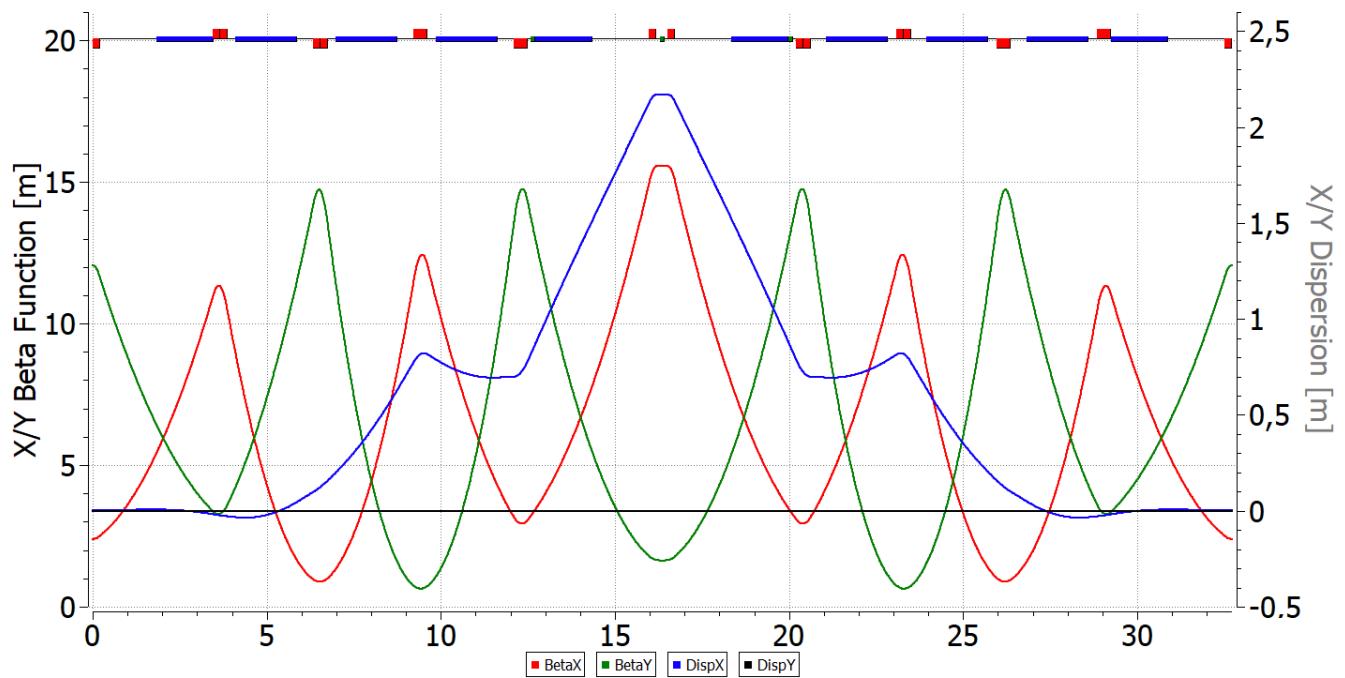


Рисунок 4.13 — Твисс-функции 16-периодической модернизированной структуры Nuclotron с фильтрами Вина.

должна быть рассмотрена как резонансная, подобно представленному в Главе 3. Стоит отметить, что данная структура называется 16-периодической по причине возможности разделения фильтров Вина на большее количество, уменьшая угол отклонения спин-вектора вдвое относительно приведенной выше структуры. Однако, по своей сути, магнитная структура имеет периодичность равную восьми.

При проектировании магнитооптической структуры модернизированного Nuclotron преследовались несколько ключевых целей. Во-первых, суперпериод сформирован таким образом, чтобы центральная ячейка содержала дрейфовый участок без поворотных магнитов в точке максимального значения дисперсионной функции при бесконечной кривизне траектории, что обеспечивает повышение критической энергии. Во-вторых, число суперпериодов, равное восьми, лишь незначительно превышает горизонтальную бетатронную частоту  $\nu_x$ , что упрощает регулировку коэффициента уплотнения орбиты и, как следствие, контроль критической энергии. В-третьих, наличие центрального дрейфа упрощает размещение трёх семейств секступолей, необходимых для компенсации бетатронной и спиновой хроматичностей, а боковые дрейфовые участки обеспечивают удобное размещение фильтров Вина.

Рассмотренные модернизированные структуры Nuclotron приведены в табл. 8.

Таблица 8 — Основные параметры модернизированных структур Nuclotron.

Структура	Длина магнита, м	Количество магнитов	$B\varrho$ , Т·м	Макс. энергия дейtronов, ГэВ	Макс. энергия протонов, ГэВ
Текущая	1.44	96	39.6	10.14	10.97
8-период.	1.78	48	24.4	5.7	6.47
16-период.	1.78	48	24.5	5.7	6.47

#### 4.7 Предпосылки модернизации главного кольца NICA

Для исследования ЭДМ в кольце коллайдера NICA применяется концепция квази-замороженного спина, что обусловлено использованием чисто магнитных поворотных арок. В коллайдерной конфигурации пространство прямых участков занято необходимым оборудованием (охлаждение, ускоряющие ВЧ-станции, диагностика), а также присутствуют точки соударения для проведения экспериментов в детекторах. Для решения указанных ограничений могут быть созданы альтернативные обводные каналы (bypass) с установкой прямых фильтров Вина. Это обеспечивает возможность использования главного кольца NICA в режиме накопителя, а не только коллайдера, без значительной перестройки комплекса и дополнительных затрат, расширяя спектр доступных экспериментов. Коллайдер имеет форму рэйстрака (racetrack) с двумя магнитными поворотными арками и периодичностью  $N = 2$ . Такая конфигурация ограничивает потенциал накопления ЭДМ-компоненты для протонов, сохраняя при этом возможность исследования ЭДМ дейtronов. Дополнительным преимуществом является наличие двух колец, что позволяет проводить эксперименты с пучком в прямом и обратном направлениях.

При проектировании накопительного кольца NICA с обводными каналами необходимо оставить геометрию арок неизменной для полного сохранения исходных функций. Остается возможным только изменение полей в уже установленных элементах. В будущем вся предлагаемая магнитооптика будет рассмотрена для дейtronов с энергией 240 МэВ. Стоит отметить, что расчеты показывают основные параметры магнитного поля основных диполей арки  $B_{\text{dip}} = 0.132$  Тл, а также магнитную жесткость  $B\varrho = 3.252$  Тл·м. Ненулевая дисперсия в поворотной арке подавлена по её краям. Таким образом, прямой участок имеет нулевую дисперсию по всему периметру. Общая длина оригинального кольца NICA  $L_{\text{acc}} = 503.04$  м,

длина одной арки составляет  $L_{\text{arc}} = 142.15$  м, следовательно, остаётся доступным  $(L_{\text{acc}} - 2L_{\text{arc}})/2 = 109.6$  м для организации обводного канала.

Для орбитального отклонения рассматривались дипольные магниты, чтобы обеспечить поворот на угол  $\alpha = 9^\circ$ . Сила диполя  $B_{\text{BP}} = 1$  Тл при длине  $L_{\text{dip}}^{\text{BP}} = 50$  см. Альтернативный прямой участок находится на расстоянии 1 м от исходного, поэтому длина обводного участка  $L_{\text{BP}} = 1/\sin\alpha \sim 6.4$  м. Принципиальная схема обходных каналов показана на рис. 4.14.

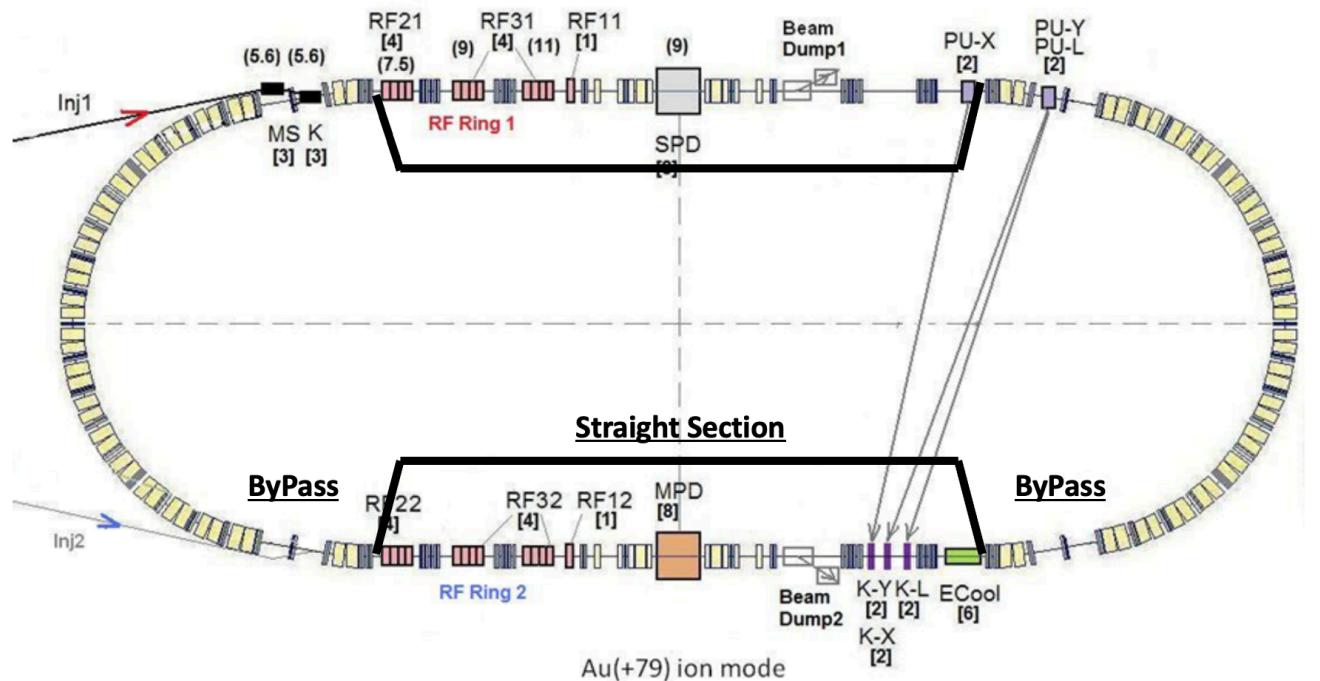


Рисунок 4.14 — Принципиальная схема обходных каналов bypass в существующем комплексе NICA.

Отклоняющие магниты искажают дисперсионную функцию. Таким образом, было необходимо использовать по меньшей мере 2 фокусирующих квадруполя на обводном канале для подавления дисперсии на выходе. Это поможет обеспечить нулевую дисперсию на всем прямолинейном участке. Чтобы гарантировать периодичность и симметрию бета-функций, можно использовать один, либо три дефокусирующих квадруполя. Будут рассмотрены два случая, с адаптированными прямыми участками, состоящими из ФОДО ячеек. Это сделано для простоты моделирования в регулярной идеальной структуре. Наконец, мы рассмотрим реальный случай магнитооптики.

#### 4.7.1 Первичная схема с 3 квадруполями

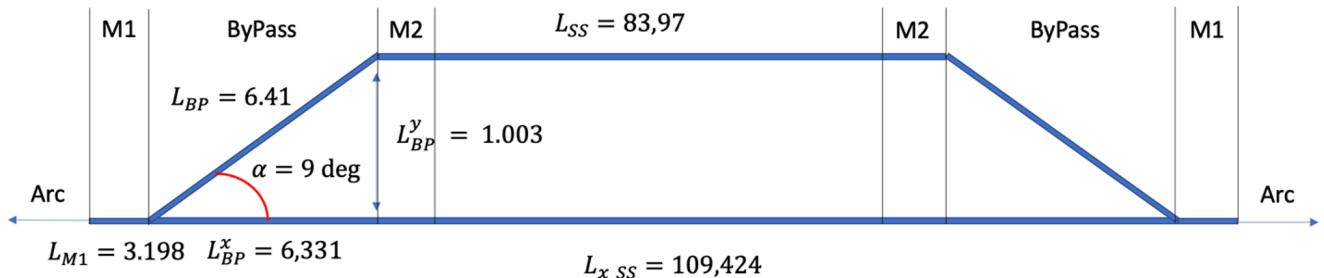


Рисунок 4.15 — Принципиальная схема bypass с 3 квадруполями.

В приведённом случае отклоняющая секция состоит из минимально возможных 3 квадрупольей: 2 фокусирующих QBP1 и 1 дефокусирующий QBP2. Согласование арки обеспечивается тремя квадруполями QM1, QM2, QM3 (секция согласователя Matching M1). Согласование отклоняющей секции с прямым участком симметрично осуществляется такими же квадруполями QM1, QM2, QM3. Принципиальная схема показана на рис. 4.15. Это возможно в силу изначально заложенной симметрии между аркой и прямым участком. Тогда общая длина всего ускорителя составит  $L_{3\text{quad}}^{\text{acc}} = 503.46$  м.

На рисунке 4.16 приведены Твисс-функции, черными линиями указаны границы отклоняющего участка. Максимум бета-функции  $\beta_y$  расположен в центре канала и может принимать большее значение, по сравнению с  $\beta_x$ . По этой причине можно рассмотреть случай с 5 квадруполями в обводном канале.

#### 4.7.2 Модернизированная схема с 5 квадруполями

По сравнению с рассмотренным случаем, отклоняющий канал состоит из 5 квадрупольей, которые представлены 2 семействами: фокусирующим QBP1 и дефокусирующим QBP2. Он становится длиннее  $L_{5\text{quad}}^{\text{BP}} = 9.35$  м и отклоняется на 1.46 м., что показано на рис. 4.17. Теперь секции согласования M1 и M2 по-прежнему идентичны, но представлены двумя квадруполями QM1 и QM2 для обеспечения регулярности Твисс-функций. Однако, полная длина ускорителя становится больше исходного  $L_{5\text{quad}}^{\text{acc}} = 510.02$  м. На рис. 4.18 показано, что максимум  $\beta_y$  становится меньше в центре. Стоит отметить, что максимум дисперсионной

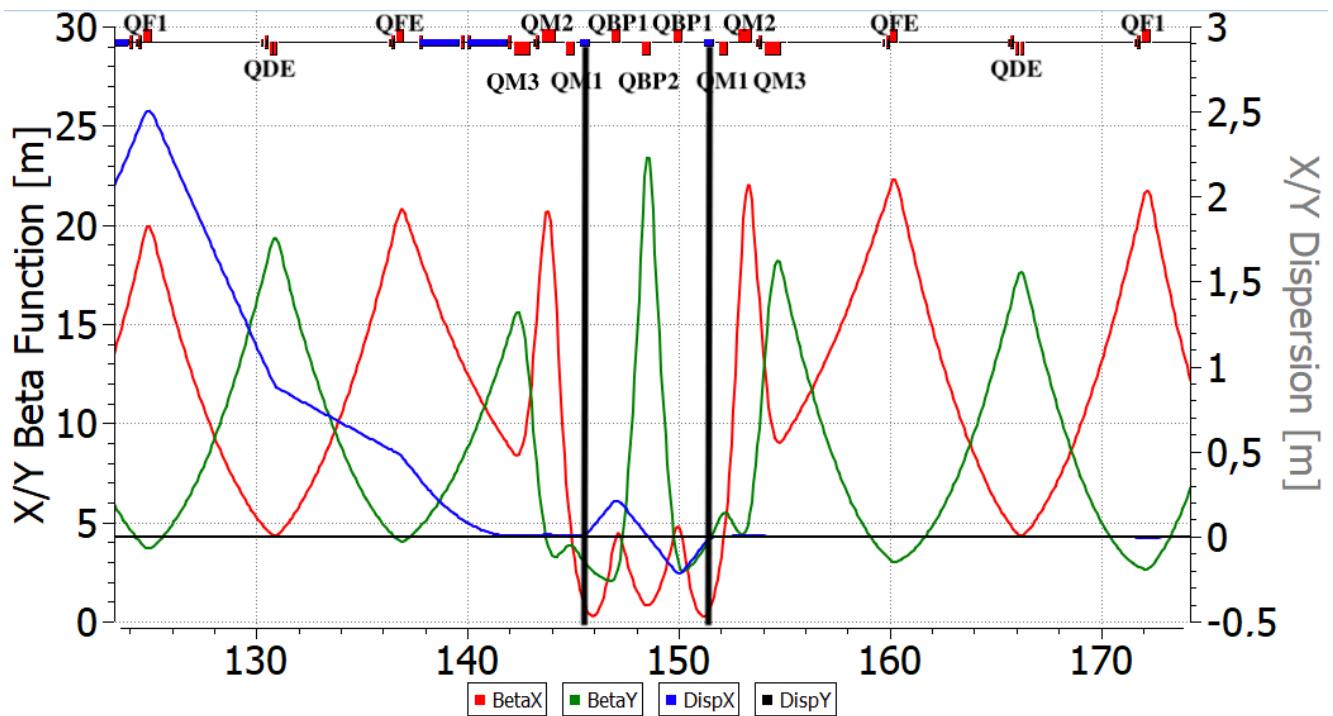


Рисунок 4.16 — Твисс-параметры для bypass с 3 квадрупольями. Черными линиями показано расположение дефлекторов.

функции стал увеличился от  $D_x^{3\text{quad}} \sim 0.2$  м до  $D_x^{5\text{quad}} \sim 0.5$  м. Таким образом, этот случай должен быть адаптирован к реальному.

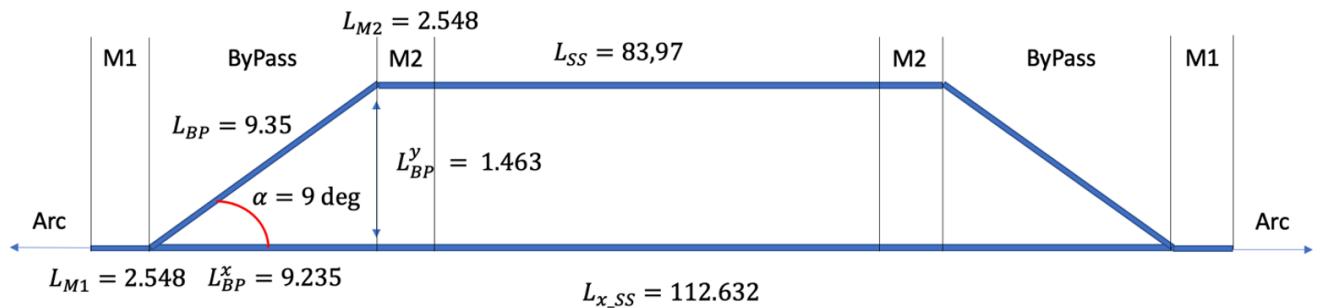


Рисунок 4.17 – Принципиальная схема bypass с 5 квадрупольями.

#### 4.7.3 Адаптированный вариант

Основываясь на рассмотренных примерах можно, наконец, получить максимально адаптированную к реальным длинам установки структуру. Теперь рассмотрим полностью регулярный прямой участок, который стал короче  $L_{\text{SS}}^{\text{BP}} = 80.71$  м (рис. 4.19). Отклоняющий канал состоит из 5 квадруполей и отклоняет пул-

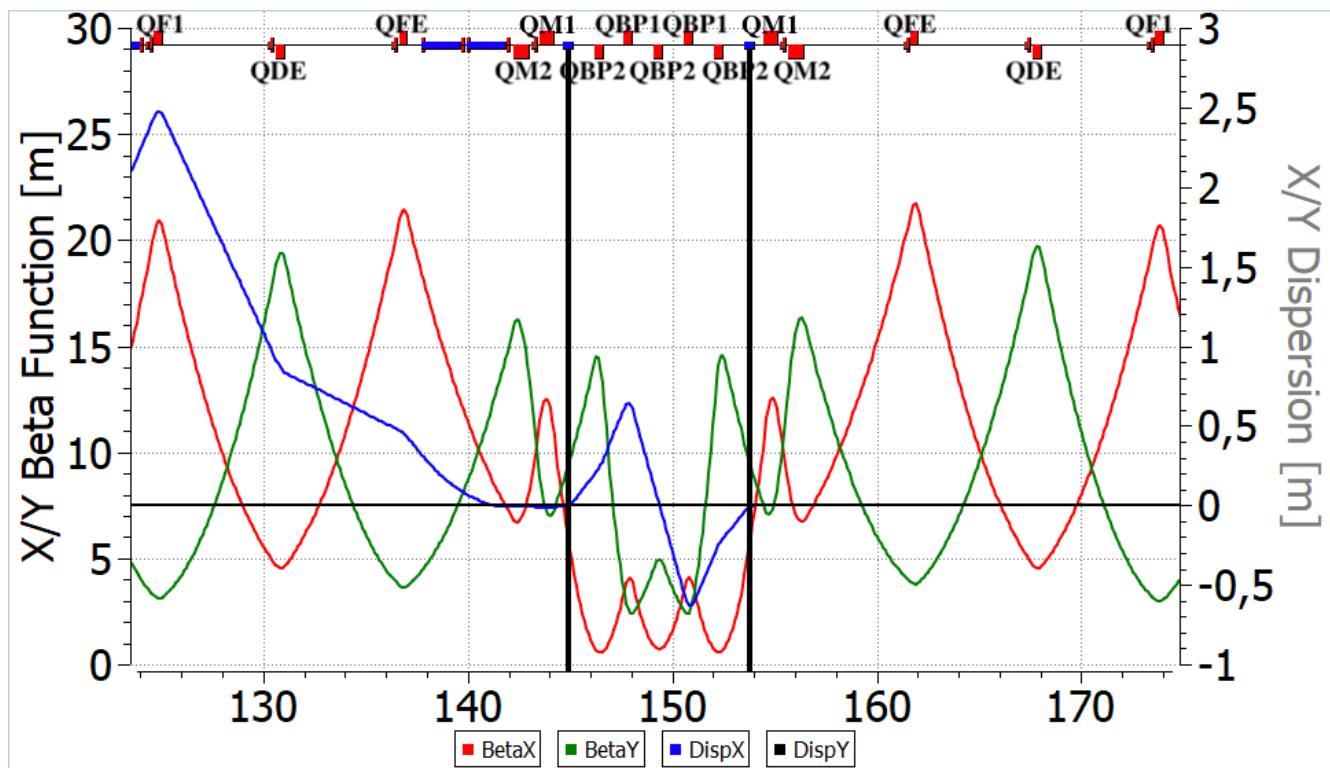


Рисунок 4.18 — Твисс-параметры для bypass с 5 квадрупольями. Черными линиями показано расположение дефлекторов.

чок на 1.46 м. Однако, для согласования использовались разные секции M1 и M2, чтобы компенсировать асимметрию между поворотной аркой и прямым участком. Наконец, твисс-функция половины bypass NICA, представлена на рис. 4.20. В центре прямой секции расположены фильтры Вина. Все расчеты выполнены при помощи программ OptiM [34] и COSY Infinity [37].

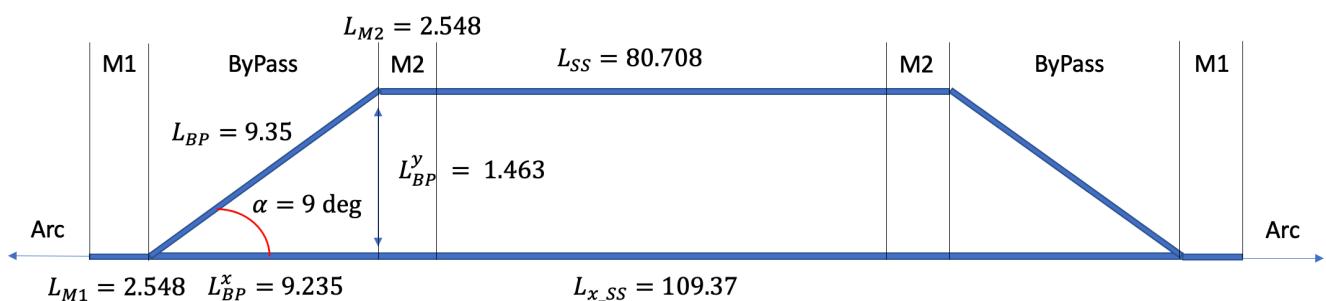


Рисунок 4.19 — Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с bypass.

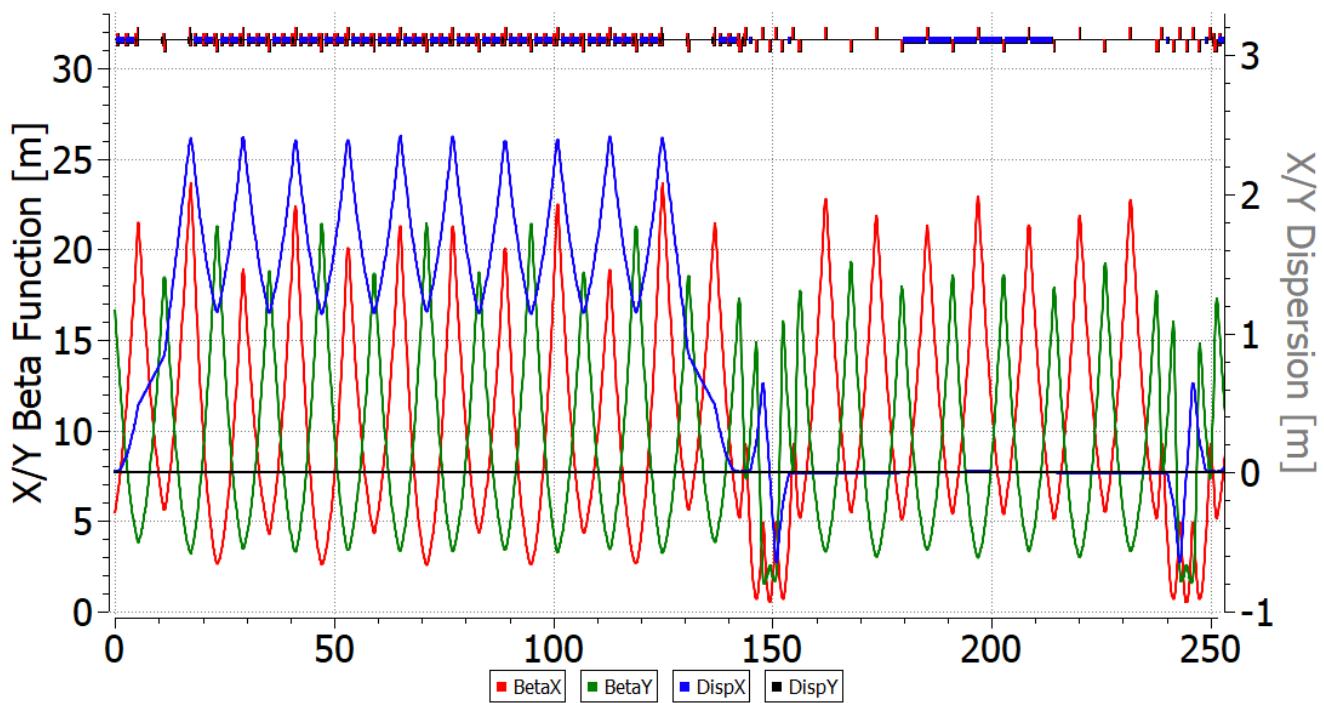


Рисунок 4.20 — Твисс-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с bypass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке.

#### 4.8 Спин-орбитальный трекинг в магнитном кольце со скрещенными Е+В элементами

Траектория спина показана на рис. 4.21 в одной половине модернизированного кольца bypass NICA и состоит из: поворотной арки, отклоняющего канала, прямого сегмента и двух секций согласователя (M1 и M2). Рассматривается вертикально поляризованная частица с небольшим начальным отклонением. Как видно, фильтры Вина на прямом участке компенсируют вращение спина в арке и восстанавливают его до исходного значения.

Орбитальное движение частиц в трехмерном пространстве оказывает влияние на спиновую динамику, и, согласно ур. 4.1, спин различных частиц, прецессирует с отличными частотами вокруг инвариантной оси. При значительном разбросе нарушается спиновая когерентность, тем самым ограничивая возможность измерения ЭДМ. Для обеспечения спиновой когерентности необходимо использовать нелинейные элементы, секступоли, расположенные в местах с ненулевой дисперсией, на поворотных арках. Так как секступоли также влияют и на бетатронную хроматичность, мы рассматриваем возможность одновременного подавления обоих эффектов.

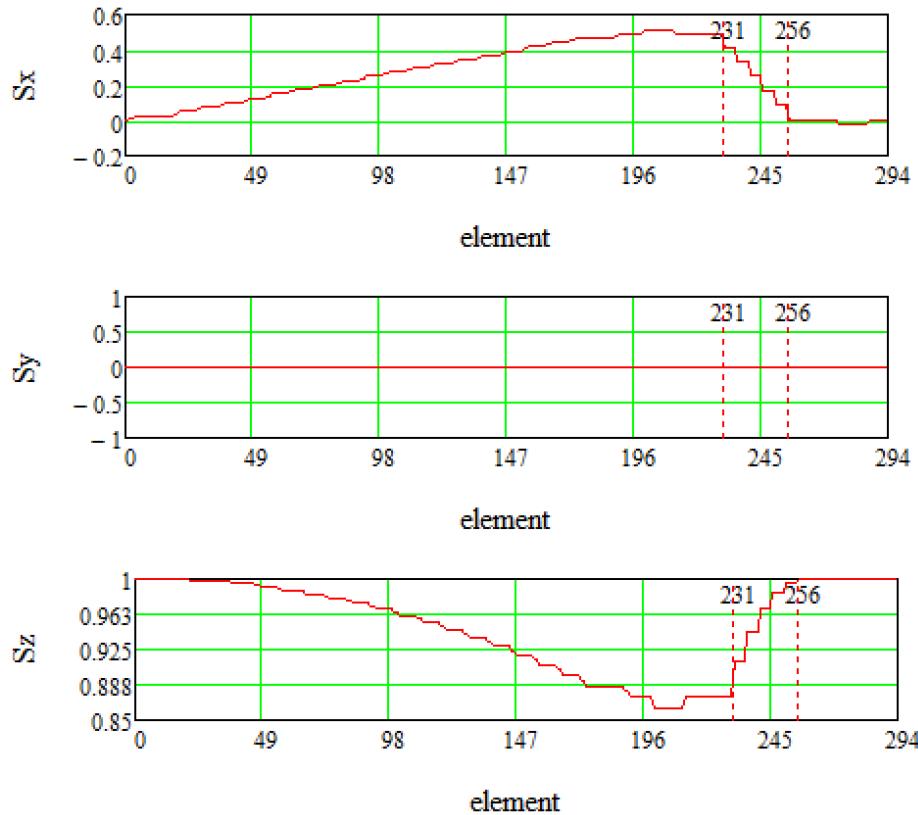


Рисунок 4.21 — Траектория спина в половине модернизированного кольца bypass NICA. Арка и прямая секция с фильтрами Вина (границы обозначены красными пунктирными линиями). Вертикально поляризованная частица  $\vec{S} (0,0,1)$ . Показана зависимость  $S_x$ ,  $S_y$  и  $S_z$  от номера элемента (длины).

#### 4.8.1 Декогеренция спина

Сдвиг распределения равновесного уровня энергии из-за бетатронного движения и ненулевого коэффициента уплотнения импульса второго порядка основан на синхронном принципе [96] и определяется с помощью:

$$\Delta\delta_{eq} = \frac{\gamma_s^2}{\gamma_s^2\alpha_0 - 1} \left[ \frac{\delta_0^2}{2} \left( \alpha_1 + \frac{3\beta_s^2}{2\gamma_s^2} - \frac{\alpha_0}{\gamma_s^2} + \frac{1}{\gamma_s^4} \right) + \left( \frac{\Delta L}{L} \right)_\beta \right]. \quad (4.21)$$

Для определения относительного удлинения орбиты из-за бетатронных колебаний:

$$\left( \frac{\Delta L}{L} \right)_\beta = \frac{\pi}{2L} [\varepsilon_x \nu_x + \varepsilon_y \nu_y], \quad (4.22)$$

где индекс  $s$  означает синхронную частицу,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  – эмиттансы,  $\nu_x, \nu_y$  – частота бетатронных колебаний,  $\delta_0$  – относительный разброс импульса,  $\alpha_0, \alpha_1$  – два первых порядка коэффициента уплотнения импульса. Разные частицы имеют различный импульс, и существует необходимость в использовании понятия эффективной энергии пучка:

$$\gamma_{\text{eff}} = \gamma_s + \beta_s^2 \gamma_s \Delta \delta_{eq}. \quad (4.23)$$

Разброс по энергии происходит вследствие удлинения орбиты [97]:

$$\frac{\Delta C_\Sigma}{C_0} = -2\pi (J_x \xi_x + J_y \xi_y) + \delta_0 (\alpha_0 + \alpha_1 \delta_0 + \alpha_2 \delta_0^2 + \dots), \quad (4.24)$$

где  $\xi_x, \xi_y$  – хроматичность в  $x, y$  плоскостях. Исходя из представленных уравнений, для коррекции орбитального движения могут быть использованы секступоли для компенсации натуральной хроматичности, а также коэффициента уплотнения орбиты.

#### 4.8.2 Секступольная коррекция

Достижение спиновой когерентности является отдельной сложной задачей, и такие эксперименты были проведены на ускорителе COSY в Юлихе, Германия, чтобы получить время когерентности (Spin Coherence Time) SCT на уровне 1000 с [98]. Секступоли располагаются в местах с ненулевой дисперсией на поворотных арках. В минимумах и максимумах дисперсионной  $D_{x,y}$  и бета  $\beta_{x,y}$  функциях оказывают наибольшее воздействие и физически располагаются рядом с квадрупольными линзами. Твисс-функции арки NICA являются регулярными и показаны на рис. 4.22.

Для коррекции бетатронной хроматичности достаточно использовать только 2 семейства секступолей: одно вблизи фокусирующих квадрупольей, другое – рядом с дефокусирующими. Натуральная хроматичность рассматриваемого накопительного кольца bypass NICA равна  $\nu_{x,y} = -17/ - 17$ . Рис. 4.23 изображает частоту прецессии спина после проведения оптимизации (красная линия показывает натуральную хроматичность, синяя – скорректированную, подавленную до нуля). Для этого случая также был осуществлен спин-трекинг в течение  $3 \times 10^6$

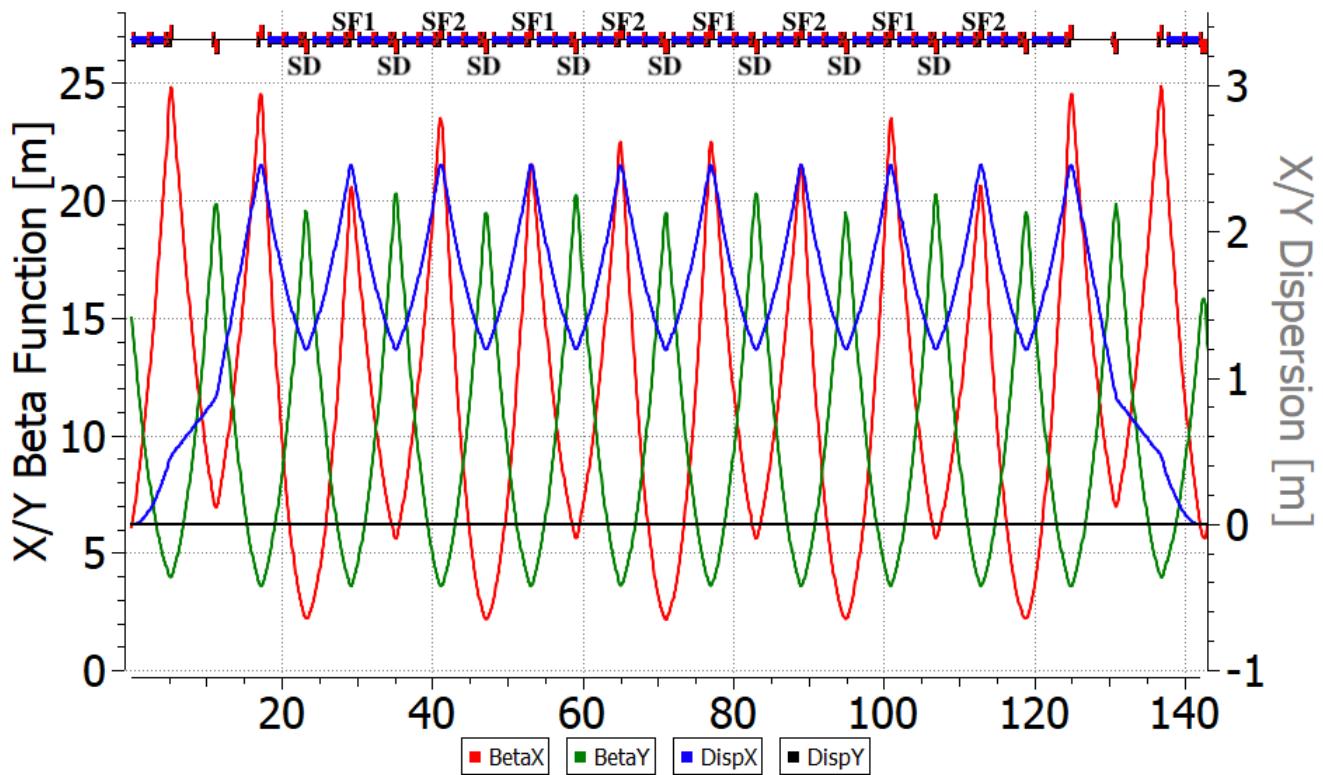


Рисунок 4.22 — Твисс-параметры bypass NICA для дейтронного режима в OptiM.

Также показано расположение секступольных семейств.

оборотов для частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x, y, d$  с начальной ориентацией спина  $\vec{S}_0$  под углом 45 градусов в плоскости  $y - z$ , что показано на рис. 4.24.

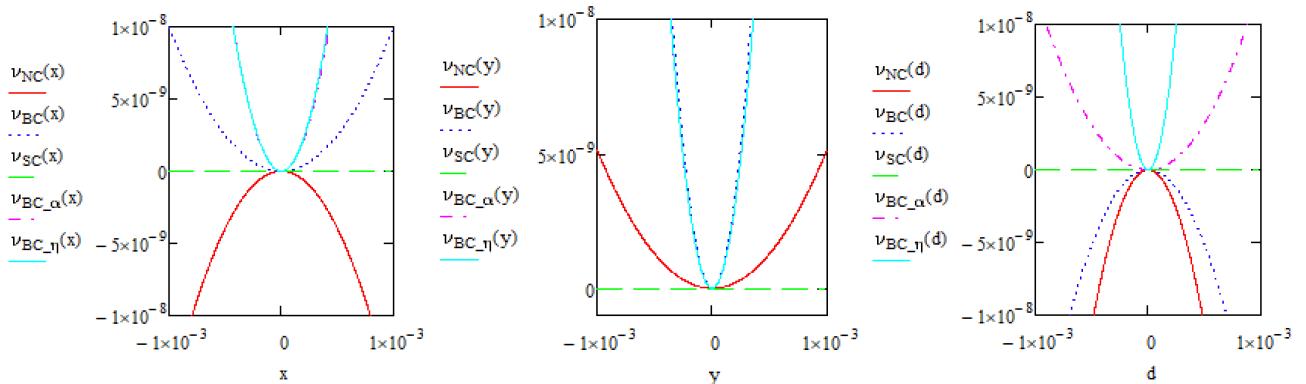


Рисунок 4.23 — Зависимость частоты прецессии спина от координат  $x, y, d$  для различных случаев оптимизации. NC — натуральная хроматичность (красная линия); BC — нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC — спиновая когерентность (зеленая линия);  $BC_\alpha$  — нулевая хроматичность и  $\alpha_1 = 0$  (фиолетовая линия);  $BC_{\text{eta}}$  — нулевая хроматичность и ноль  $\eta_1 = 0$  (светло-голубая линия).

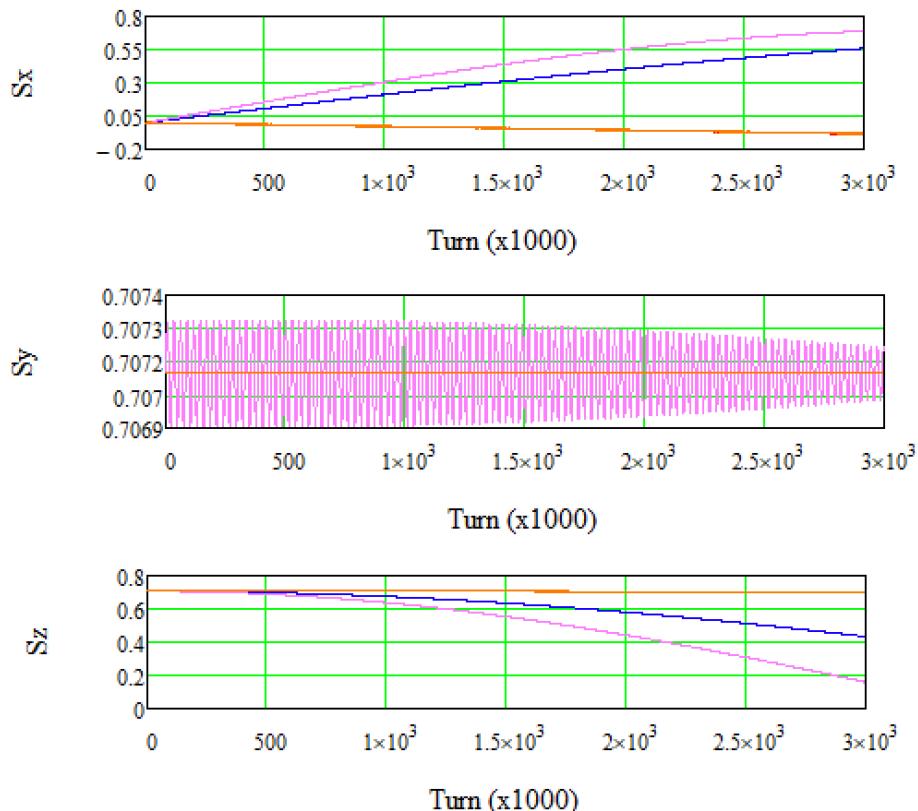


Рисунок 4.24 — Спиновый трекинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности.

С целью достижения спиновой когерентности перейдем к рассмотрению частоты прецессии спина. COSY Infinity [37] не может работать вблизи нулевого значения частоты прецессии спина. Так как это может привести к ошибке из-за резонанса, необходимо произвести отстройку до уровня  $v_s \sim 10^{-4}$ . Однако, нужно учитывать, что к частицам предъявляется требование синхронной прецессии. Основным параметром является частота вращения спина, которая в общем случае зависит от координат и энергии. Можно видеть, что доминирующим компонентом является квадратичный член в разложении частоты спиновой прецессии. Это видно на рис. 4.23 для обоих случаев – как для натуральной хроматичности, так и скорректированной хроматичности. По этой причине секступоли могут быть выбраны другим способом, чтобы достичь спиновой когерентности, путем подавления вторых порядков.

Из ур. 4.21, 4.24 следует, что применение двух линейно независимых семейств секступолей является недостаточным для независимой вариации трех параметров орбитального движения. Таким образом, возникает необходимость использования третьего семейства для подавления зависимости от энергетиче-

ской компоненты. Однако, в регулярных структурах  $\beta$ -функция и дисперсия не позволяют использовать 3 линейно независимых семейства. Введение линейно-зависимых семейств SF1, SF2, SD показано на параметрах Твисса. В этом методе мы не влияем на хроматичность, просто отслеживаем её значение  $\nu_{x,y} = -13/-18$ . Этого недостаточно для обеспечения стабильного орбитального движения. Тем не менее, приведенный случай показывает достижение спиновой когерентности, нет зависимости частоты спиновой прецессии от координат и энергии (рис. 4.23: зеленая линия). Результаты спинового трекинга частиц подтверждают это утверждение. На рис. 4.25, частота вращения спина  $\nu_s \sim 10^{-7}$ , количество оборотов  $3 \times 10^6$  или 3 с. Частицы с различным начальным отклонением прецессируют с одинаковой спиновой частотой. Однако, в этом случае градиент секступольного поля принимает большое значение, что может вызвать нелинейные эффекты (табл. 9).

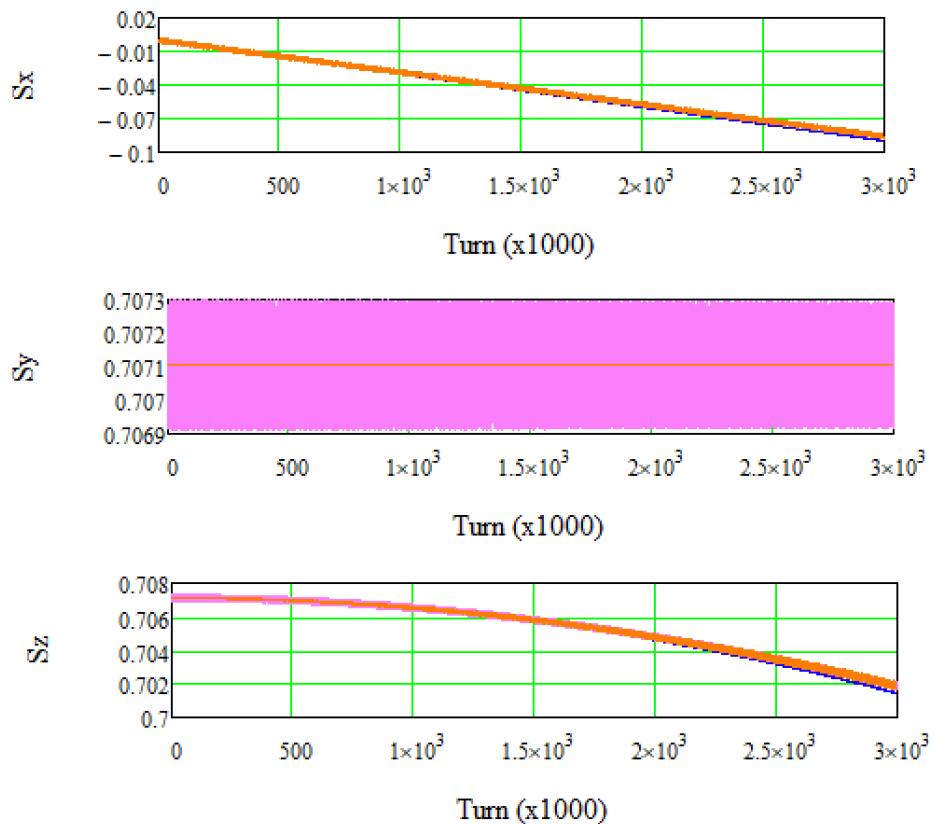


Рисунок 4.25 — Спиновый трекинг частиц с различным начальным отклонением в координатах  $x$ ,  $y$ ,  $d$  с использованием 3-х семейств секступолей для получения спиновой когерентности.

### 4.8.3 Коррекция высших порядков

Как мы можем видеть, чистая коррекция бетатронной хроматичности не позволила получить нулевой разброс частоты вращения спина. Одновременно, достижение спиновой когерентности путем подавления квадратичного члена частоты спиновой прецессии не подавляет хроматичность. Исходя из ур. 4.24, значение  $\delta_0\alpha_0$  может быть усреднено с использованием ВЧ для смешивания. Таким образом, чтобы гарантировать нулевое удлинение орбиты, необходимо подавить горизонтальную и вертикальную хроматичность  $\xi_x, \xi_y$  вместе со значением  $\alpha_0$  до нуля. Это также возможно при использовании только независимых 3-х семейств секступолей. Представленный способ не позволяет добиться спиновой когерентности в рассматриваемой структуре. На рис. 4.23 (фиолетовая линия) показана ненулевая зависимость частоты прецессии спина от координат. Анало-

Таблица 9 — Сравнение параметров с различной вариацией оптимизации оптимизацией.

Параметр	Без оптимизации	Хроматичность	Спиновая когерентность	Хроматичность + $\alpha_1$	Хроматичность + $\eta_1$
Значение хроматичности	-17/-17	0/0	-13/-18	0/0	0/0
Коэф. $\alpha_1$	0.2	-0.4	$-0.37 \times 10^{-2}$	$\sim -10^{-12}$	-0.85
Коэф. $ K_x $	$0.16 \times 10^{-1}$	$0.55 \times 10^{-1}$	$0.27 \times 10^{-13}$	$0.55 \times 10^{-1}$	$0.56 \times 10^{-1}$
Коэф. $ K_y $	$0.51 \times 10^{-2}$	$0.76 \times 10^{-1}$	$0.12 \times 10^{-12}$	$0.78 \times 10^{-1}$	$0.78 \times 10^{-1}$
Коэф. $ K_z $	$0.43 \times 10^{-1}$	$0.20 \times 10^{-1}$	$0.13 \times 10^{-12}$	$0.13 \times 10^{-1}$	$1.6 \times 10^{-1}$
# семейств секступолей	Без секступолей	2	3	3	3
Макс. поле секступолей [ $\text{m}^{-3}$ ]	-	2.7	19.4	4.9	104.2

гичное справедливо, если мы следуем ур. 4.21 и подавляем значение  $\eta_1$  вместе с коррекцией хроматичности (рис. 4.23 светло-синяя линия). Кроме того, максимальное значение секступольного градиента слишком велико и не может быть реализовано.

Окончательно, были рассмотрены различные случаи оптимизации секступолями. Квадратичные члены в разложении по частоте спиновой пресцессии являются наиболее важными и представляют зависимость от координат и энергии. Все основные параметры, которые подвергались мониторингу, приведены в табл. 9. Согласно результатам проведенного исследования, одновременное достижение как бетатронной хроматичности, так и спиновой когерентности является невозможным в случае применения трех семейств секступолей в регулярной структуре. Более того, максимальное значение коэффициента секступолей неудовлетворительно и может привести к нелинейным неустойчивостям. Стоит отметить, что регулярная дисперсионная функция на поворотной арке не позволяет найти три линейных независимых семейства, в силу их расположения в одних и тех же минимумах/максимумах  $\beta$ -функции, дисперсии  $D$ . Однако, дисперсионная функция может быть промодулирована таким образом, чтобы получить в чистом виде три линейных независимых семейства секступолей. Также одним из возможных решений проблемы является использование охлажденного пучка на уровне  $\frac{dp}{p} \approx 10^{-5}$ , что может помочь свести к минимуму  $\gamma$ -эффективное и, наконец, обеспечить спиновую когерентность одновременно с подавленной бетатронной хроматичностью.

## Выводы

Рассмотрена спин-орбитальная динамика элементарных частиц в синхротронах, функционирующих в режиме накопительного кольца.

1. Исследована спиновая динамика в электрических и магнитных полях. Изучено поведение спина в электростатических дефлекторах, а также фильтрах Вина для реализации квази-замороженного спина;
2. Рассмотрены варианты модернизации кольца для проведения независимых ЭДМ-экспериментов с сохранением функции бустера. Предложены 8-ми и 16-ти периодические структуры с реализованной концепцией

квази-замороженного спина. Наибольшие преимущества демонстрирует структура с использованием фильтров Вина, применимая для исследований ЭДМ как дейtronов, так и протонов при меньшей энергии;

3. Метод создания обводных каналов (*bypass*) позволяет формировать альтернативные прямые участки, расширяя область применения синхротрона для прецизионных фундаментальных экспериментов;
4. Исследована возможность формирования когерентного пучка в регулярной структуре, что является необходимым условием применения метода частотной области при изучении ЭДМ. Подавление хроматичности и достижение когерентности с применением лишь двух семейств секступолей оказываются невозможными. Для этого требуется как минимум три независимых семейства, расположенных в максимумах бета- и дисперсионных функций. Реализация такого подхода связана с внесением нерегулярности в структуру, что, например, может быть достигнуто в резонансной структуре.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа внутрипучкового рассеяния, а также стохастического охлаждения показано, что варьирование коэффициента проскальзывания (slip-factor) в резонансной структуре способно увеличить эффективность стохастического охлаждения. Особенно эффективным может быть использование комбинированной структуры. Однако, эффекты ВПР для приведенных структур оказались в несколько раз большими и в конечном счёте недостаточными, делая предпочтительной регулярную структуру для тяжелоионного эксперимента с минимально модулированным Твисс-функциями;
2. Для коллайдерных экспериментов с поляризованными протонами резонансная структура позволяет поднять критическую энергию выше энергии эксперимента, путем искажения дисперсионной функции. Такой подход не требует существенных затрат и делает возможным реализацию дуальной структуры для двух физических программ;
3. В новой конфигурации кольца проведено численное моделирование продольной динамики с учётом высших порядков разложения по импульсу и влияния импеданса. Экспериментальные данные пересечения критической энергии на синхротроне У-70 подтвердили соответствие численных оценок для различных интенсивностей сгустка;
4. Использование процедуры скачка критической энергии ограничено его величиной, а также темпом изменения градиентов в квадруполях арки по сравнению с темпом ускорения пучка. Рассмотрено влияние гармонического и барьерного ВЧ на особенности рассмотренного скачка. Приведены оценки продольной микроволновой неустойчивости, показывающие существенное ограничение на параметры сгустка;
5. Исследована спиновая динамика для изучения ЭДМ заряженных частиц. Показана потенциальная возможность реализации концепции квазизамороженного спина с введением обводных каналов и сохранением исходного назначения установки на основе моделирования. На прямых участках предложено использовать фильтры Вина для компенсации поворота спина под действием МДМ в магнитной арке;

6. Рассмотрена модернизированная структура синхротрона Nuclotron с сохранением функции бустера поляризованного пучка в коллайдер NICA. В предложенных 8/16-периодичных структурах возможно проведение независимых прецизионных экспериментов по исследованию ЭДМ дейтрана и протона.

Проведенные исследования показывают особенности применения ускорительной техники для фундаментальных экспериментов.

В качестве ближайших исследований влияния критической энергии на параметры пучка предполагается изучение метода скачка критической энергии, включающее детальное рассмотрение продольной динамики с учётом точных данных по импедансу кольца с использованием экспериментально измеренных данных на действующем коллайдере.

Одновременно для будущей реализации концепции дуальной структуры для легких и тяжелых частиц планируется введение схемы раздельного питания квадрупольей на установке коллайдера NICA для создания резонансной структуры с целью исключения прохождения критической энергии для протонного пучка во всем диапазоне энергий ускоренного пучка.

В части поляризованных пучков важной задачей, вытекающей из результатов диссертации, будет применение методики измерения ЭДМ. Она включает в себя вопрос достижения высокого времени когерентности, необходимой для детектирования сигнала с использованием поляриметра.

В части развития магнитооптической структуры комплекса NICA-Nuclotron будут рассмотрены возможности создания отдельного кольца с замороженным или квази-замороженным спином.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Сеничеву Ю.В. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит коллег Аксентьева А. Е., Мельникова А. А. и Паламарчук П.И. за помощь в регулярных обсуждениях. Сотрудников ОИЯИ Лебедева В. А. за плодотворные дискуссии, Сыресина Е. М. и Ладыгина В. П. за поддержку в изучении установки Nuclotron-NICA.

Автор также благодарит академика РАН Иванова С. В. за возможность участия в сеансе на синхротроне У-70, а также сотрудников НИЦ "Курчатовский институт ИФВЭ Калинина В. А., Пашкова П. Т., Ермолаева А. Д. за всестороннюю помощь в проведении экспериментальных наблюдений.

**Словарь терминов и аббревиатур**

**Transition energy** : критическая энергия;

**Slip-factor** : коэффициент проскальзывания;

**MCF** : (momentum compaction factor) коэффициент уплотнения орбиты;

**NICA** : Nuclotron-based Ion Collider fAcility;

**IBS** : (Intra-beam scattering) внутрипучковое рассеяние;

**ppb** : (particles per bunch) количество частиц в пучке;

**ppp** : (particles per period) количество частиц в периоде;

**ВЧ** : высокочастотная (станция);

**Barrier Bucket** : барьерная ВЧ;

**SC** : (Space Charge) пространственный заряд;

**МДМ** : магнитный дипольный момент;

**ЭДМ** : электрический дипольный момент;

**Т-БМТ** : Томас-Баргаманн-Мишель-Телегди;

**SCT** : (Spin Coherence Time) время спиновой когерентности;

**QFS** : (Quasi-frozen spin) квази-замороженный спин;

**FS** : (Frozen spin) замороженный спин;

**WF** : фильтры Вина;

**bypass** : обводные каналы.

## Список литературы

1. The Quark - Hadron Phase Transition in the Early Universe: Isothermal Baryon Number Fluctuations and Primordial Nucleosynthesis / G. M. Fuller, G. J. Mathews, C. R. Alcock // Phys. Rev. D. — 1988. — Т. 37. — С. 1380. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.37.1380>.
2. From hadrons to quarks in neutron stars: a review / G. Baym, T. Hatsuda, T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song, T. Takatsuka // Rept. Prog. Phys. — 2018. — Т. 81, № 5. — С. 056902. — arXiv: [1707.04966 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1707.04966). — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aaae14>.
3. Heavy quarks and jets as probes of the QGP / L. Apolinário, Y.-J. Lee, M. Winn // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2022. — Т. 127. — С. 103990. — arXiv: [2203.16352 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/2203.16352). — URL: <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2022.103990>.
4. The Luminosity Upgrade at RHIC / G. Robert-Demolaize // 6th International Particle Accelerator Conference. — 2015. — FRXC1. — URL: <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2015-FRXC1>.
5. Intrabeam Scattering / M. Martini, F. Antoniou, Y. Papaphilippou // ICFA Beam Dyn. Newslett. — 2016. — Т. 69. — С. 38—59. — URL: <https://inspirehep.net/literature/1507570>.
6. An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarised muons on polarised protons / J. Ashman [и др.] // Nuclear Physics B. — 1989. — Т. 328, № 1. — С. 1—35. — URL: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(89\)90089-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(89)90089-8).
7. Status on lattice calculations of the proton spin decomposition / K.-F. Liu // APPS Bulletin. — 2022. — Т. 32, № 1. — С. 8. — URL: <https://doi.org/10.1007/s43673-022-00037-4>.
8. Determination of deuteron beam polarizations at COSY / D. Chiladze [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. — 2006. — Т. 9. — С. 050101. — arXiv: [nucl-ex/0511052](https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0511052). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.9.050101>.
9. Spin physics at saturne 2 / R. A. Kunne // Adriatico Research Conference on Polarization Dynamics in Nuclear and Particle Physics. — 03.1992. — URL: <https://ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/titleDetail/DE93633260.xhtml>.

10. Inclusive double-helicity asymmetries in neutral-pion and eta-meson production in  $\vec{p} + \vec{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 200$  GeV / A. Adare [и др.] // Phys. Rev. D. — 2014. — Т. 90, вып. 1. — С. 012007. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.012007>.
11. Prospects for spin physics at RHIC / G. Bunce, N. Saito, J. Soffer, W. Vogelsang // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2000. — Т. 50. — С. 525—575. — arXiv: [hep-ph/0007218](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0007218). — URL: <https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.50.1.525>.
12. Physics of Intensity Dependent Beam Instabilities / K. Y. Ng // U.S. Particle Accelerator School (USPAS 2002). — 04.2002. — URL: <https://doi.org/10.1142/5835>.
13. Accelerator Physics (Fourth Edition) / S.-Y. Lee. — World Scientific Publishing Company, 2018. — URL: <https://doi.org/10.1142/11111>.
14. Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe / A. D. Sakharov // Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1967. — Т. 5. — С. 32—35. — URL: <https://doi.org/10.1070/PU1991v034n05ABEH002497>.
15. Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson / J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay // Phys. Rev. Lett. — 1964. — Т. 13, вып. 4. — С. 138—140. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.13.138>.
16. A Theory of Spontaneous  $T$  Violation / T. D. Lee // Phys. Rev. D. — 1973. — Т. 8, вып. 4. — С. 1226—1239. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.8.1226>.
17. CP Violation and the CKM Matrix / A. Höcker, Z. Ligeti // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2006. — Т. 56, Volume 56, 2006. — С. 501—567. — URL: <https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.56.080805.140456>.
18. CP-nonconserving effects in quantum chromodynamics / V. Baluni // Phys. Rev. D. — 1979. — Т. 19, вып. 7. — С. 2227—2230. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.19.2227>.
19. Electric Dipole Moment (EDM) searches for leptons and hadrons / J. Pretz // PoS. — 2024. — Т. HQL2023. — С. 010. — URL: <https://doi.org/10.22323/1.462.0010>.
20. On the Possibility of Electric Dipole Moments for Elementary Particles and Nuclei / E. M. Purcell, N. F. Ramsey // Phys. Rev. — 1950. — Т. 78, вып. 6. — С. 807—807. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.78.807>.

21. Experimental Limit to the Electric Dipole Moment of the Neutron / J. H. Smith, E. M. Purcell, N. F. Ramsey // Phys. Rev. — 1957. — Т. 108, вып. 1. — С. 120—122. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.120>.
22. Measurement of the Permanent Electric Dipole Moment of the Neutron / C. Abel [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Т. 124, вып. 8. — С. 081803. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.081803>.
23. A New method of measuring electric dipole moments in storage rings / F. J. M. Farley [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Т. 93. — С. 052001. — arXiv: [hep-ex/0307006](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0307006). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.052001>.
24. Quasi-frozen Spin Method for EDM Deuteron Search / Y. Senichev [и др.] // 6th International Particle Accelerator Conference. — 2015. — MOPWA044. — URL: <https://accelconf.web.cern.ch/IPAC2015/doi/JACoW-IPAC2015-MOPWA044.html>.
25. Spin of Protons in NICA and PTR Storage Rings as an Axion Antenna / N. N. Nikolaev // JETP Letters. — 2022. — Т. 115, № 11. — С. 639—643. — URL: <https://doi.org/10.1134/S0021364022600653>.
26. New physics searches with heavy-ion collisions at the CERN Large Hadron Collider / R. Bruce [и др.] // J. Phys. G. — 2020. — Т. 47, № 6. — С. 060501. — arXiv: [1812.07688 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1812.07688). — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6471/ab7ff7>.
27. The RHIC design overview / H. Hahn [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2003. — Т. 499. — С. 245—263. — URL: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(02\)01938-1](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01938-1).
28. Reliability of J-PARC accelerator system over the past decade / K. Yamamoto [и др.] // JPS Conf. Proc. / под ред. N. Saito. — 2021. — Т. 33. — С. 011016. — URL: <https://doi.org/10.7566/JPSCP.33.011016>.
29. Status of NICA Complex / A. V. Butenko [и др.] // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2024. — Т. 21, № 3. — С. 212—217. — URL: <https://doi.org/10.1134/S154747712470002X>.
30. Spin Physics Detector at NICA / V. P. Ladygin // JPS Conf. Proc. — 2022. — Т. 37. — С. 011012. — arXiv: [2203.14704 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/2203.14704). — URL: [doi.org/10.7566/JPSCP.37.011012](https://doi.org/10.7566/JPSCP.37.011012).

31. ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОЕКТ ОБЪЕКТА «КОМПЛЕКС NICA» : тех. отч. / В. Матвеев, В. Кекелидзе, Р. Ледницки, Б. Гикал ; ОИЯИ. — 28.12.2018. — URL: [https://nica.jinr.ru/documents/TDR\\_spec\\_Fin0\\_for\\_site\\_short.pdf](https://nica.jinr.ru/documents/TDR_spec_Fin0_for_site_short.pdf).
32. The MPD detector at the NICA heavy-ion collider at JINR / K. Abraamyan [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2011. — Т. 628, № 1. — С. 99—102. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.06.293> ; VCI 2010.
33. MADX. — URL: <https://madx.web.cern.ch/>.
34. <http://www-bdnew.fnal.gov/pbar/organizationalchart/lebedev/OptiM/optim.htm>. — URL: <https://blond.web.cern.ch/>.
35. Bmad: A relativistic charged particle simulation library / D. Sagan // Nucl. Instrum. Meth. — 2006. — Т. A558, № 1. — С. 356—359. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2005.11.001> ; Proceedings of the 8th International Computational Accelerator Physics Conference.
36. BLonD. — URL: <https://blond.web.cern.ch/>.
37. COSY Infinity. — URL: <https://www.cosyinfinity.org>.
38. Features of dual-purpose structure for heavy ion and light particles / S. D. Kolokolchikov, Y. V. Senichev, A. E. Aksentyev, A. A. Melnikov // Nuclear Science and Techniques. — 2025. — Т. 36, № 11. — С. 210. — URL: <https://doi.org/10.1007/s41365-025-01791-4>.
39. Магнито-оптическая Структура Коллайдера NICA с Высокой Критической Энергией / С. Колокольчиков, Ю. Сеничев // Ядерная физика и инжиниринг. — 2022. — Т. 13, № 1. — С. 27—36. — URL: <https://doi.org/10.56304/S2079562922010171>.
40. Особенности Прохождения и Повышения Критической Энергии Синхротрона / С. Колокольчиков, Ю. Сеничев // Ядерная физика и инжиниринг. — 2023. — Т. 14, № 6. — С. 587—592. — URL: <https://doi.org/10.56304/S2079562923010153>.

41. Transition Energy Crossing in Harmonic RF at Proton Synchrotron U-70 / S. D. Kolokolchikov, Y. V. Senichev, V. A. Kalinin // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — T. 87, № 9. — C. 1355—1362. — URL: <https://doi.org/10.1134/S106377882410020X>.
42. Transition Energy Crossing in NICA Collider of Polarized Proton Beam in Harmonic and Barrier RF / S. D. Kolokolchikov, A. E. Aksentev, A. A. Mel'nikov, Y. V. Senichev // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — T. 87, № 10. — C. 1449—1454. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778824100211>.
43. Longitudinal Dynamic in NICA Barrier Bucket RF System at Transition Energy Including Impedances in BLonD / S. Kolokolchikov, Y. Senichev, A. Aksentev, A. Melnikov, V. Ladygin, E. Syresin // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2024. — T. 21, № 3. — C. 419—424. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1547477124700389>.
44. Acceleration and crossing of transition energy investigation using an RF structure of the barrier bucket type in the NICA accelerator complex / S. Kolokolchikov, Y. Senichev, A. Melnikov, E. Syresin // Journal of Physics: Conference Series. — 2023. — T. 2420, № 1. — C. 012001. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2420/1/012001>.
45. Transition Energy Crossing of Polarized Proton Beam at NICA / S. Kolokolchikov, Y. Senichev, A. Aksentev, A. Melnikov, E. Syresin, V. Ladygin // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — T. 87, № 3. — C. 212—215. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778824700054>.
46. Quasi-frozen spin concept of magneto-optical structure of NICA adapted to study the electric dipole moment of the deuteron and to search for the axion / Y. Senichev, A. Aksentev, S. Kolokolchikov, A. Melnikov, V. Ladygin, E. Syresin, N. Nikolaev // Journal of Physics: Conference Series. — 2023. — T. 2420, № 1. — C. 012052. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2420/1/012052>.
47. Consideration of an Adapted Nuclotron Structure for Searching for the Electric Dipole Moment of Light Nuclei / Y. V. Senichev, A. E. Aksentev, S. D. Kolokolchikov, A. A. Melnikov, V. P. Ladygin, E. M. Syresin // Physics of Atomic Nuclei. — 2023. — T. 86, № 11. — C. 2434—2438. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778823110418>.

48. Проектирование Каналов Bypass в Ускорительном Комплексе NICA для Экспериментов с Поляризованными Пучками по Поиску ЭДМ / С. Колокольчиков, А. Аксентьев, А. Мельников, Ю. Сеничев, В. Ладыгин, Е. Сыресин // Ядерная физика и инжиниринг. — 2024. — Т. 15, № 5. — С. 457—463. — URL: <https://doi.org/10.56304/S2079562924050257>.
49. ByPass optics design in NICA storage ring for experiment with polarized beams for EDM search / S. Kolokolchikov, A. Aksentyev, A. Melnikov, Y. Senichev, E. Syresin, V. Ladygin // Journal of Physics: Conference Series. — 2024. — Т. 2687, № 2. — С. 022026. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2687/2/022026>.
50. NICA Facilities for the Search for EDM Light Nuclei / Y. Senichev, A. Aksentyev, S. Kolokolchikov, A. Melnikov, N. Nikolaev, V. Ladygin, E. Syresin // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — Т. 87, № 4. — С. 436—441. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778824700534>.
51. Spin Coherence and Betatron Chromaticity of Deuteron Beam in “Quasi-Frozen” Spin Regime / S. Kolokolchikov, A. Aksentiev, A. Melnikov, Y. Senichev // Physics of Atomic Nuclei. — 2023. — Т. 86, № 12. — С. 2684—2688. — URL: <https://doi.org/10.1134/S106377882311025X>.
52. Spin coherence and betatron chromaticity of deuteron beam in NICA storage ring / S. Kolokolchikov, A. Aksentyev, A. Melnikov, Y. Senichev // Journal of Physics: Conference Series. — 2024. — Т. 2687, № 2. — С. 022027. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2687/2/022027>.
53. NICA cooling program / G. Trubnikov, A. Sidorin, N. Shurkhno // Cybern. Phys. — 2014. — Т. 3, № 3. — С. 137—146. — URL: <https://inspirehep.net/literature/1826533>.
54. Physics and Technique of Stochastic Cooling / D. Mohl, G. Petrucci, L. Thorndahl, S. Van Der Meer // Phys. Rept. — 1980. — Т. 58. — С. 73—119. — URL: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(80\)90140-4](https://doi.org/10.1016/0370-1573(80)90140-4).
55. The Status of stochastic cooling / D. Mohl // Nucl. Instrum. Meth. A / под ред. I. Meshkov. — 1997. — Т. 391. — С. 164—171. — URL: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00360-4](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00360-4).

56. Stochastic Cooling In Hadron Colliders / F. Caspers, D. Möhl // 17th International Conference on High-Energy Accelerators. — 1998. — C. 398—401. — URL: <https://inspirehep.net/literature/920888>.
57. Stochastic cooling at Fermilab / M. Church // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1997. — T. 391, № 1. — C. 172—175. — URL: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00358-6](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00358-6).
58. Theory of “Resonant”lattices for synchrotrons with negative momentum compaction factor / Y. V. Senichev, A. N. Chechenin // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2007. — T. 105, № 5. — C. 988—997. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063776107110118>.
59. Advanced HESR Lattice with Non-Similar Arcs for Improved Stochastic Cooling / Y. Senichev // Proc. COOL’07 (Bad Kreuznach, Germany, Sep. 2007). — JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 2007. — P. 102—105. — URL: <https://jacow.org/cl07/papers/TUA2C07.pdf>.
60. Construction of “resonant”magneto-optical lattices with controlled momentum compaction factor / Y. V. Senichev, A. N. Chechenin // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2007. — T. 105, № 6. — C. 1141—1156. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063776107120060>.
61. Revision of Intrabeam Scattering with Non-Ultrarelativistic Corrections and Vertical Dispersion for MAD-X : тех. отч. / F. Antoniou, F. Zimmermann ; CERN. — Geneva, 2012. — URL: <https://cds.cern.ch/record/1445924>.
62. Применение методов охлаждения пучков в проекте NICA / С. Костромин, И. Мешков, А. Сидорин, А. Смирнов, Г. Трубников, Н. Шурхно // Письма в ЭПАЯ. — 2012. — Т. 9, 4-5(174—175). — С. 537—562.
63. Transition crossing / E. Métral, D. Möhl // Fifty years of the CERN proton synchrotron / под ред. S. Gilardoni, D. Manglunki. — 2011. — Т. 1, CERN-2011-004. — С. 59. — URL: <http://dx.doi.org/10.5170/CERN-2011-004>.
64. Gamma transition jump schemes / T. Risselada // CERN Accelerator School: Course on General Accelerator Physics. — 1992. — С. 313—327.
65. Compensation of space-charge effects at transition by an asymmetric Q-jump: a theoretical study : тех. отч. / D. Möhl ; CERN. — Geneva, 1969. — URL: <https://cds.cern.ch/record/310594>.

66. Gamma-Transition-Jump Scheme of the CPS / W. Hardt // 9th International Conference on High-Energy Accelerators. — 1975. — C. 434—438. — URL: <https://inspirehep.net/literature/920423>.
67. Beam Cooling at COSY and HESR : PhD thesis / Stockhorst H. — 2016.
68. DISPERSION SUPPRESSION WITH MISSING MAGNETS IN A FODO STRUCTURE - APPLICATION TO THE CERN ANTI-PROTON ACCUMULATOR. / B. Autin // IEEE Trans. Nucl. Sci. — 1979. — T. 26. — C. 3493—3495. — URL: <https://doi.org/10.1109/TNS.1979.4330077>.
69. Coasting beam longitudinal coherent instabilities / J. L. Laclare // CERN Accelerator School: Course on General Accelerator Physics. — 1992. — C. 349—384.
70. Measuring inductive component of longitudinal coupling impedance in IHEP PS using gamma-transition jump / P. T. Pashkov // 19th Russian Accelerator Conferences. — 10.2004.
71. Space Charge Effect at Transition Energy and the Transfer of R.F. System at Top Energy / J. Wei, S. Y. Lee. — 2021. — URL: <https://inis.iaea.org/records/ada0qb1020>.
72. Ускорительный комплекс ИФВЭ / С. А. Черный // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1991. — Т. 22, № 5. — С. 1067.
73. Formation of Polarized Proton Beams in the NICA Collider-Accelerator Complex / E. M. Syresin [и др.] // Physics of Particles and Nuclei. — 2021. — Т. 52, № 5. — С. 997—1017. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063779621050051>.
74. Barrier Station RF1 of the NICA Collider. Design Features and Influence on Beam Dynamics / A. Malyshev [et al.] // Proc. RuPAC'21 (Alushta, Russia). — JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 09/2021. — P. 373—375. — (Russian Particle Accelerator Conference ; 27). — URL: <https://jacow.org/rupac2021/papers/wepsc15.pdf>; <https://doi.org/10.18429/JACoW-RuPAC2021-WEPS15>.
75. Beam Loss Reduction by Barrier Buckets in the CERN Accelerator Complex / M. Vadai. — CERN, Geneva, 2021. — URL: <https://repository.cern/records/n5ff3-0p591>.

76. Luminosity of an Ion Collider / I. N. Meshkov // Physics of Particles and Nuclei. — 2019. — Т. 50, № 6. — С. 663—682. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063779619060042>.
77. Исследование устойчивости интенсивных протонных пучков, в коллайдере NICA / П.Р.Зенкевич. — 2019.
78. The New Lattices for the Booster of Moscow KAON factory. Т. 2. — 1980. — URL: <https://inspirehep.net/literature/330400>.
79. A slow-cycling proton driver for a neutrino factory / H. Schonauer [и др.] // Conf. Proc. C / под ред. J. L. Laclare, W. Mitaroff, M. Regler, C. Petit-Jean-Genaz, J. Poole. — 2000. — Т. 0006262. — С. 966—968. — URL: <https://inspirehep.net/literature/530067>.
80. Beam dynamics newsletter, no 11. — 1996. — URL: <https://inspirehep.net/literature/423747>.
81. Status of J-PARC main ring synchrotron / T. Koseki // Particle Accelerator Conference (PAC 07). — 2007. — С. 736—738. — (IEEE Nucl.Sci.Symp.Conf.Rec.) — URL: <https://doi.org/10.1109/PAC.2007.4440758>.
82. Bemerkung über die angenäherte Gültigkeit der klassischen Mechanik innerhalb der Quantenmechanik / P. Ehrenfest // Zeitschrift für Physik. — 1927. — Т. 45, № 7. — С. 455—457. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF01329203>.
83. Precession of the Polarization of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field / V. Bargmann, L. Michel, V. L. Telegdi // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Т. 2, вып. 10. — С. 435—436. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.2.435>.
84. Derivation of Generalized Thomas-Bargmann-Michel-Telegdi Equation for a Particle with Electric Dipole Moment / T. Fukuyama, A. J. Silenko // Int. J. Mod. Phys. A. — 2013. — Т. 28. — С. 1350147. — arXiv: [1308.1580 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1308.1580). — URL: <https://doi.org/10.1142/S0217751X13501479>.
85. Storage ring to search for electric dipole moments of charged particles: Feasibility study / F. Abusaif [и др.]. — Geneva : CERN, 06.2021. — arXiv: [1912.07881 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1912.07881). — URL: <https://doi.org/10.23731/CYRM-2021-003>.

86. The muon EDM in the g-2 experiment at Fermilab / R. Chislett // EPJ Web Conf. / под ред. G. D'Ambrosio, M. Iacovacci, M. Passera, G. Venanzoni, P. Massarotti, S. Mastroianni. — 2016. — Т. 118. — С. 01005. — URL: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201611801005>.
87. Transparent Spin Method for Spin Control of Hadron Beams in Colliders / Y. N. Filatov, A. M. Kondratenko, M. A. Kondratenko, Y. S. Derbenev, V. S. Morozov // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Т. 124, вып. 19. — С. 194801. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.194801>.
88. Frequency domain method of the search for the deuteron electric dipole moment in a storage ring with imperfections / Y. Senichev, A. Aksentev, A. Ivanov, E. Valetov. — 2017. — arXiv: [1711.06512 \[physics.acc-ph\]](https://arxiv.org/abs/1711.06512).
89. The Status of the Dubna Relativistic Heavy Ion Accelerator Facility / A. Baldin, A. Kovalenko ; CERN bulletin. — 14/93. — Geneva, 1993.
90. The technology behind the production of different NICA Collider magnets / S. Korovkin, Y. Bespalov, V. Borisov, H. Khodzhibagyan, S. Kostromin, D. Nikiforov, M. Petrov // 27th Russian Particle Accelerator Conference. — 10.2021. — URL: <https://doi.org/10.18429/JACoW-RuPAC2021-MOPSA14>.
91. AGS proposal: Search for a permanent electric dipole moment of the deuteron nucleus at the  $10^{-29}$  e cm level / D. Anastassopoulos [и др.]. — 2008. — URL: <https://inspirehep.net/literature/1865067>.
92. Controlling Systematic Uncertainties in Search for an EDM in the Storage Ring / A. Aggarwal, A. Magiera // Acta Phys. Polon. B. — 2020. — Т. 51. — С. 373. — URL: <https://doi.org/10.5506/APhysPolB.51.373>.
93. A new beam polarimeter at COSY to search for electric dipole moments of charged particles / F. Müller [и др.] // JINST. — 2020. — Т. 15, № 12. — P12005. — arXiv: [2010.13536 \[physics.ins-det\]](https://arxiv.org/abs/2010.13536). — URL: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/15/12/P12005>.
94. Deuteron beam polarimeter at Nuclotron internal target / Y. T. Skhomenko [и др.] // EPJ Web Conf. / под ред. S. Bondarenko, V. Burov, A. Malakhov. — 2019. — Т. 204. — С. 10002. — URL: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201920410002>.

95. Nuclotron at JINR: Operation Experience and Recent Development / A. Kovalenko [и др.] // 13th International Conference on Heavy Ion Accelerator Technology. — 2016. — MOPA19. — URL: <https://accelconf.web.cern.ch/DOI/HIAT2015/JACoW-HIAT2015-MOPA19.html>.
96. Spin Tune Decoherence Effects in Electro- and Magnetostatic Structures / Y. Senichev, R. Maier, D. Zyuzin, N. Kulabukhova // 4th International Particle Accelerator Conference. — 2013. — C. 2579—2581.
97. Spin Chromaticity of Beam: Orbit Lengthening and Betatron Chromaticity / Y. Senichev, A. Aksentyev, A. Melnikov // Physics of Atomic Nuclei. — 2021. — T. 84, № 12. — C. 2014—2017. — URL: <https://doi.org/10.1134/S1063778821100367>.
98. How to Reach a Thousand-Second in-Plane Polarization Lifetime with 0.97-GeV/c Deuterons in a Storage Ring / G. Guidoboni [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — T. 117, вып. 5. — C. 054801. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.054801>.

## Список рисунков

1	Схематическое изображение нарушение Р- и Т-симметрии ненулевым электрическим дипольным моментом. . . . .	8
1.1	Регулярная ФОДО структура коллайдера NICA. . . . .	23
1.2	Резонансная магнитооптическая структура коллайдера NICA с повышенной критической энергией. . . . .	24
1.3	Резонансная магнитооптическая структура коллайдера NICA с реальной и комплексной критической энергией в арках. . . . .	24
1.4	Зависимость времени стохастического охлаждения от энергии для разных структур. . . . .	25
1.5	Зависимость постоянной времени разогрева пучка из-за внутрипучкового рассеяния в регулярной, резонансной и комбинированной структурах от энергии пучка. . . . .	26
2.1	Твист-параметры $\beta_{x,y}$ , $D_x$ . Сверху – для ячеек для синглетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная. . . . .	31
2.2	а) Синхротронная частота и темп изменения огибающей сепараторы в окрестности критической энергии от номера оборота; б) изменение первого и второго порядков коэффициента проскальзывания $\eta_0$ , $\eta_1\delta$ в окрестности критической энергии от номера оборота. . . . .	34
2.3	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 13 ГэВ для трёх моделей без скачка и учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1\delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	35
2.4	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 7 до 9 ГэВ без скачка, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	38
2.5	Твист-параметры $\beta_x, \beta_y, D_x$ для суперпериода У-70 а) регулярная структура; б) структура с модулированной дисперсией. . . . .	39

2.6	а) Поднятие критической энергии при процедуре скачка; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ . . . . .	40
2.7	а) Скачок критической энергии на сеансе У-70. Зеленая линия – сигнал с фазового датчика, фиолетовая – градиент в обмотках дополнительных квадрупольей, голубая – сигнал с пикового детектора; б) Продольная линейная плотность сгустка относительно фазы ВЧ в момент скачка. . . . .	40
2.8	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 12.9 ГэВ для трёх моделей со скачком, без учёта импеданса. Синяя – учёт только первого порядка $\eta = \eta_0$ , ‘simple’ solver, оранжевая – $\eta = \eta_0$ , ‘exact’ solver, зеленая – $\eta = \eta_0 + \eta_1 \delta$ , ‘exact’ solver. . . . .	41
2.9	Зависимость а) длины сгустка, б) разброса энергии внутри сгустка, в) продольного эмиттанса от номера оборота в окрестности критической энергии при изменении энергии от 6.9 до 8.9 ГэВ со скачком, с учётом различного вида импеданса и интенсивностей. . . . .	41
2.10	Изменение длины сгустка в ходе ускорительного цикла на сеансе У-70. . . . .	43
2.11	Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз. . . . .	44
2.12	Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии. . . . .	45
2.13	Зависимость бетатронной частоты в $x$ , $y$ – плоскости от критического значения Лоренц-фактора $\gamma_{tr}$ при модуляции дисперсионной функции изменением градиента в фокусирующих линзах. . . . .	45
2.14	Динамическая апертура ( $x$ –плоскость слева, $y$ –плоскость справа) для различных (а-г) рабочих точек с $\frac{dp}{p} = 0$ . . . . .	46
2.15	а) Принципиальная схема поднятия критической энергии на NICA в гармоническом ВЧ с темпом $(d\gamma/dt)_{RF2} = 30 \text{ с}^{-1}$ при процедуре скачка на $\Delta\gamma_{tr} = 0.09$ с темпом $d\gamma_{tr}/dt = 8.5 \text{ с}^{-1}$ ; б) соответствующее изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0 = \pm 1 \times 10^{-3}$ . . . . .	48
2.16	Изменение первого порядка коэффициента скольжения $\eta_0$ при процедуре скачка с использованием барьерного ВЧ. . . . .	49

2.17 Слева – импеданс пространственного заряда; справа – напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости. . . . .	50
2.18 Схема скачка критической энергии. Синяя линия – фактическая критическая энергия ускорителя $\gamma_{tr}$ , красная линия – энергия референсной частицы. . . . .	51
2.19 Нормализованная форма сигнала от ВЧ барьера. . . . .	52
2.20 Разложение сигнала от ВЧ барьераного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Слева – форма ВЧ барьераов, справа – амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера. . . . .	52
2.21 Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $2 \times 10^5$ . . . . .	53
2.22 Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева – начальное распределение, справа – распределение после $6 \times 10^3$ оборотов. . . . .	54
2.23 Зависимость количества частиц в барьераном ВЧ и разброса по импульсам от длины между удерживающими барьерами с точки зрения продольной микроволновой неустойчивости. . . . .	56
2.24 Изменение поляризации во время процедуры скачка критической энергии: (а) ускорение на этапе 2, (б) скачок на этапе 3. . . . .	57
 3.1 Суперпериод, состоящий из 3-х ФОДО ячеек. QF1, QF2 – фокусирующие квадруполи, QD – дефокусирующие квадруполи. . . . .	63
3.2 Твисс-параметры $\beta_{x,y}$ , $D_x$ . Сверху – для ячеек для сигнлетной ФОДО, дублетной ФДО, триплетной ОДФДО ячеек; посередине – регулярная структура; снизу – резонансная. . . . .	64
3.3 Твисс-параметры 3-х ячеек. Слева – регулярная структура без модуляции, справа – модулированная с введением суперпериодичности, глубина модуляции 24%. . . . .	65
3.4 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	67
3.5 Подавление дисперсии в регулярной структуре. . . . .	68
3.6 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	69
3.7 Подавление дисперсии в тяжелоионной структуре. . . . .	71

3.8	Динамическая аппретура для случая подавления дисперсии крайними квадруполями. Слева – $x$ -плоскость; справа – $y$ -плоскость. . . . .	72
3.9	Динамическая апертура для случая подавления дисперсии двумя семействами квадруполей. Слева – $x$ -плоскость; справа – $y$ -плоскость. . . . .	73
4.1	Вращение положительно заряженной частицы а) в магнитном поле; б) электростатическом поле. . . . .	78
4.2	Отношение спин-тюнов $\kappa = \frac{v_{B_\perp}}{v_E}$ поперечного магнитного и электрического поля для дейтрона и протона. . . . .	84
4.3	Зависимость длины компенсирующего элемента в зависимости от энергии сгустка на нуклон. . . . .	85
4.4	Принципиальная схема одного периода структуры с квази-замороженным спином с фильтрами Вина для а. дейтронов, б. протонов. . . . .	86
4.5	Принципиальная схема одного периода квази-замороженной структуры с электростатическими дефлекторами для а. дейтронов, б. протонов. . . . .	88
4.6	Принципиальная схема расстановки структуры Nuclotron с текущим расположением элементов и с введением электростатических дефлекторов. . . . .	91
4.7	Твисс-функции текущей регулярной структуры Nuclotron. . . . .	92
4.8	Принципиальная схема восьмипериодической структуры Nuclotron с текущей расстановкой при введении электростатических дефлекторов. . . . .	93
4.9	Твисс-функции регулярной поворотной арки восьмипериодической модернизированной структуры Nuclotron. . . . .	94
4.10	Твисс-функции регулярной поворотной арки восьмипериодической модернизированной структуры Nuclotron с дефлекторами. . . . .	94
4.11	Принципиальная схема 16-ти периодической структуры Nuclotron с текущей расстановкой при введении фильтров Вина. . . . .	95
4.12	Твисс-функции 16-периодической модернизированной структуры Nuclotron без фильтров Вина. . . . .	95
4.13	Твисс-функции 16-периодической модернизированной структуры Nuclotron с фильтрами Вина. . . . .	96
4.14	Принципиальная схема обводных каналов bypass в существующем комплексе NICA. . . . .	98

4.15 Принципиальная схема bypass с 3 квадруполями. . . . .	99
4.16 Твисс-параметры для bypass с 3 квадруполями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	100
4.17 Принципиальная схема bypass с 5 квадруполями. . . . .	100
4.18 Твисс-параметры для bypass с 5 квадруполями. Черными линиями показано расположение дефлекторов. . . . .	101
4.19 Принципиальная схема адаптированной структуры кольца NICA с bypass. . . . .	101
4.20 Твисс-функции для половины адаптированной структуры кольца NICA с bypass. Фильтры Вина, расположенные на прямом участке. . . . .	102
4.21 Траектория спина в половине модернизированного кольца bypass NICA. Арка и прямая секция с фильтрами Вина (границы обозначены красными пунктирными линиями). Вертикально поляризованная частица $\vec{S}$ (0,0,1). Показана зависимость $S_x$ , $S_y$ и $S_z$ от номера элемента (длины). . . . .	103
4.22 Твисс-параметры bypass NICA для дейtronного режима в OptiM. Также показано расположение секступольных семейств. . . . .	105
4.23 Зависимость частоты прецессии спина от координат x, y, d для различных случаев оптимизации. NC – натуральная хроматичность (красная линия); BC – нулевая (бетатронная) хроматичность (синяя пунктирная линия); SC – спиновая когерентность (зеленая линия); $BC_\alpha$ – нулевая хроматичность и $\alpha_1 = 0$ (фиолетовая линия); $BC_{\text{eta}}$ – нулевая хроматичность и ноль $\eta_1 = 0$ (светло-голубая линия). . . . .	105
4.24 Спиновый трекинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 2 семейств секступолей для получения нулевой бетатронной хроматичности. . . . .	106
4.25 Спиновый трекинг частиц с различным начальным отклонением в координатах x, y, d с использованием 3-х семейств секступолей для получения спиновой когерентности. . . . .	107

## Список таблиц

1	Основные параметры магнитооптических структур коллайдера NICA. . . . .	27
2	Основные параметры кольца и ВЧ для синхротрона У-70 . . . . .	35
3	Результаты численного моделирования прохождения критической энергии, в том числе с учётом влияния различных импедансов для различных интенсивностей. . . . .	37
4	Изменение рабочей точки в процессе процедуры скачка критической энергии на У-70. . . . .	40
5	Результаты численного моделирования прохождения критической энергии скачком с учетом влияния различных импедансов для различных интенсивностей. . . . .	42
6	Значение угла отклонения спина в одном периоде и соответствующий коэффициент, выражающий ослабление ЭДМ-сигнала в квази-замороженной структуре относительно замороженной для разного сорта частиц и периодичности. . . . .	83
7	Параметры частиц, оптимальная энергия эксперимента и соответствующая полная длина спин компенсирующих элементов. . . . .	85
8	Основные параметры модернизированных структур Nuclotron. . . . .	97
9	Сравнение параметров с различной вариацией оптимизации оптимизацией. . . . .	108