

## ОТЗЫВ

официального оппонента

**о диссертации Ивана Вячеславовича Харука “Применение конструкции смежных классов к изучению теорий с нелинейной реализацией пространственно-временных симметрий”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика**

Спонтанное нарушение симметрии, при котором вакуумные состояния данной системы не инвариантны относительно некоторых генераторов, а лагранжиан инвариантен, является одной из фундаментальных концепций современной физики. В частности, это понятие лежит в основе Стандартной модели и теорий Великого объединения. Согласно теореме Голдстоуна, в спектре систем со спонтанным нарушением присутствуют безмассовые моды с неоднородным законом преобразования относительно тех генераторов, которые оставляют вакуум не инвариантным. В теории поля такие возбуждения называются намбу-голдстоуновскими полями. Выделенность намбу-голдстоуновских полей наиболее ясно обнаруживается в формализме нелинейных реализаций, в котором эти поля отождествляются с параметрами фактор-пространства (“косета”) полной группы симметрии по подгруппе ненарушенных симметрий. Множество таких полей замкнуто относительно действия группы, а остальные поля теории нелинейно преобразуются через себя и намбу-голдстоуновские поля по некоторому универсальному закону. Любая теория со спонтанным нарушением симметрии допускает эквивалентное описание на языке соответствующей нелинейной реализации.

Спонтанно нарушенные симметрии могут быть внутренними, т.е. коммутирующими с группой Пуанкаре, либо пространственно-временными, алгебра которых включает генераторы группы Пуанкаре в качестве подалгебры. Хорошо известные примеры пространственно-временных симметрий - конформная симметрия и суперсимметрия. Характерная черта их нелинейных реализаций состоит в том, что сами координаты пространства-времени (а также грассмановы координаты суперпространства в суперсимметричных теориях) являются косетными параметрами, связанными с теми генераторами трансляций (супертрансляций), которые принадлежат к числу ненарушенных симметрий вакуума. В то время как в случае внутренних симметрий число независимых намбу-голдстоуновских полей строго равно числу спонтанно нарушенных генераторов, т.е. размерности соответствующего фактор-пространства, это не всегда так для симметрий пространственно-временных. Благодаря тому, что преобразования некоторых косетных пара-

метров во втором случае явно содержат координаты пространства-времени, часть таких полей-параметров может быть заменена производными некоторого минимального набора других (“существенных”) намбу-голдстоуновских полей. Это явление было обнаружено около 50 лет тому назад и получило наименование “обратный эффект Хиггса”. Был сформулирован простой алгебраический критерий того, какие из косетных полей-параметров допускают такое представление, и разработан общий ковариантный метод для выражения таких исключаемых параметров через существенные. Он состоит в приравнении к нулю подходящих форм Картана.

В настоящее время этот подход активно применяется при исследованиях теорий, связанных с нелинейными реализациями пространственно-временных симметрий, например, при построении различных вариантов галилеонов и их суперобобщений. Струны в “физической” калибровке также могут рассматриваться как нелинейные реализации симметрий Пуанкаре в объемлющих пространствах, и стандартные действия типа Намбу-Гото возникают в результате исключения косетных параметров группы Лоренца через поперечные координаты струны посредством обратного эффекта Хиггса. Подобная же техника была в своё время использована для интерпретации калибровочных полей и гравитона как обобщённых намбу-голдстоуновских полей. Впоследствии такой подход оказался чрезвычайно полезным для понимания групповой структуры так называемой “М-теории” и тесно связанной с ней супергравитации в 11 измерениях. Этот широкий спектр современных применений спонтанно нарушенных пространственно-временных симметрий и обратного эффекта Хиггса стимулирует желание глубже понять физические и математические основы таких формулировок и выявить их аналогии с гораздо более изученными моделями спонтанно нарушенных внутренних симметрий. В частности, представляет несомненный интерес построение линейных реализаций спонтанного нарушения различных пространственно-временных симметрий как аналогов линейных сигма-моделей внутренних симметрий, установление их связи с нелинейными реализациями, а также выяснение возможностей применения обратного эффекта Хиггса в этом случае.

Диссертационная работа Ивана Харука посвящена анализу этих актуальных вопросов, в частности, на примере теорий со спонтанно нарушенной конформной симметрией. Несмотря на сравнительную изученность таких теорий, автору удалось взглянуть на них с новой точки зрения и придать большую математическую строгость предыдущим исследованиям, развив формализм, применимый, по-видимому, и к другим интересным и актуальным случаям спонтанно нарушенных пространственно-временных симметрий.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав основного содержания, заключения и списка литературы из 81 наименования.

Во **введении** обсуждается основополагающая роль симметрий в современной физике частиц и теории поля, в первую очередь, для построения инвариантных лагранжианов, изложены основные принципы метода нелинейных реализаций, который автор называет “конструкцией смежных классов”, кратко очерчены мотивации, цели и основные результаты предпринятого в диссертации исследования. Описана структура диссертации.

**Первая глава** носит обзорный характер и посвящена изложению конструкции смежных классов, в основном следуя книге [1] и классическим работам [5,6,7,27], в которых математический метод индуцированных представлений был адаптирован для физических нужд построения эффективных лагранжианов. Автор стремится соблюсти необходимую математическую строгость и в то же время показывает, что с практической точки зрения рассматриваемый метод сводится к нескольким достаточно простым универсальным правилам. Главное внимание уделено нелинейным реализациям пространственно-временных симметрий и их отличиям от случая внутренних симметрий. Общее рассмотрение проиллюстрировано на ряде известных примеров, в частности, выводе калибровочных теорий из техники смежных классов, следуя работе [30], в которой впервые была дана интерпретация калибровочных полей как полей намбу-голдстоуновского типа. Объясняется математический смысл обратного эффекта Хиггса на простом примере эффективного лагранжиана, описывающего флуктуации скалярного поля в  $(d+1)$ -мерном пространстве Минковского над вакуумным решением типа доменной стенки. Хотя общая техника требует введения косетных параметров-полей как для спонтанно нарушенных одномерных трансляций, так и для  $d$ -мерных лоренцевых бустов, параметры, связанные с бустами, могут быть ковариантно исключены через производную параметра нарушенных трансляций условием обратного эффекта Хиггса (1.71).

Несколько замечаний по этой главе. При изложении общих принципов метода нелинейных реализаций/смежных классов автор упускает из виду, что одновременно и независимо от работ [5,6] этот метод в применении к физическим задачам был разработан Д.В. Волковым в харьковском препринте, предшествующем обзору [27] того же автора. Также при первом появлении понятия обратного эффекта Хиггса на стр. 42 (2 строка сверху) автор ссылается на основную работу [9], но при этом и на [60], где этот эффект использовался, но не открывался. При обсуждении вывода калибровочных теорий из формализма смежных классов было бы желатель-

но отметить, что все тензорные намбу-голдстоуновские поля не являются независимыми, а могут быть ковариантно исключены через калибровочное векторное поле соответствующими условиями обратного Хиггса. Ещё одно замечание касается предпоследнего абзаца на стр. 33. Среди ссылок на применения в гравитации автор не упоминает классическую работу А.Б. Борисова и В.И. Огиевца [ТМФ 21 (1974) 329], в которой было показано, что гравитация Эйнштейна есть совместная нелинейная реализация двух пересекающихся пространственно-временных симметрий, аффинной и конформной, а гравитон представляет собой соответствующий существенный намбу-голдстоуновский бозон.

**Вторая глава** посвящена изложению нового подхода к конформным теориям, основанного на использовании би-конформного фактор-пространства, в котором изначально вводятся косетные параметры как для генератора трансляций ( $x^\mu$ ), так и для генератора специальных конформных преобразований ( $y^\mu$ ). В стандартном подходе всё разыгрывается на компактифицированном пространстве Минковского (или  $d$ -мерной сфере - в евклидовом варианте), координаты которого отождествляются с косетными параметрами, ассоциированными с генератором трансляций. Такое фактор-пространство не является “однородно-редуктивным”: косетные генераторы не образуют представления подгруппы стабильности, и по этой причине стандартная техника форм Картана для построения инвариантов не работает. Этого недостатка лишено би-конформное пространство, однако желательно каким-то образом избежать удвоения числа координат. Выход, предлагаемый автором, состоит в том, чтобы интерпретировать оба набора координат как описывающих (в евклидовом случае) области вблизи “южного” и “северного” полюсов одной и той же  $d$ -мерной сферы, как естественной арены для описания конформных теорий. “Сшивка” этих областей осуществляется отождествлением второй координаты (с точностью до трансляционных нуль-мод) с результатом действия конформной инверсии на обычную  $x$ -координату. Автор демонстрирует, что самосогласованность этой процедуры требует, чтобы в инвариантном лагранжиане, построенном изначально по универсальным правилам косетных реализаций, вся зависимость от второго набора координат, рассматриваемых как функции  $x^\mu$ , т.е.  $y^\mu = y^\mu(x)$ , оказалась под знаком полной производной. На нескольких известных примерах конформно-инвариантных теорий в ненарушенной фазе продемонстрирована эффективность предлагаемой техники как удобного и общего инструмента построения таких теорий. Далее дано геометрическое обоснование предлагаемого метода на основе рассмотрения более общих групповых многообразий, требующих нескольких координатных карт для своей параметризации и допускающих аналоги кон-

формной инверсии, которые связывают эти карты друг с другом. Последняя тема второй главы - обобщение предложенного метода на случай теорий со спонтанно нарушенной конформной симметрией. Показано, что этот метод приводит к тем же финальным ответам для инвариантов, как и стандартный поход, основанный на исключении намбу-голдстоуновского поля под специальные конформные преобразования через производную дилатона по обратному Хиггсу.

Несколько замечаний по этой главе. В классическом подходе к представлениям конформной группы обычно используются поля на компактифицированном пространстве Минковского, и полный набор неприводимых унитарных представлений индуцируется на этих полях подгруппой Лоренца (см., например, G. Mack, CMP 55 (1977) 1). Было бы желательно этот вывод повторить, хотя бы для простейших представлений, в рамках подхода, развиваемого в диссертации, и явно продемонстрировать возможные упрощения. Общая геометрическая интерпретация в подразделе 2.7 не подкреплена каким-либо нетривиальным примером, отличным от конформной группы. При сравнении своего подхода к теориям со спонтанно нарушенной конформной симметрией с подходом, основанным на применении обратного эффекта Хиггса, автор ограничивается констатацией того факта, что результаты обоих подходов совпадают, без объяснения причины исключительной эффективности второго подхода. Во второй главе довольно много словесных утверждений, не подкреплённых формульно. Например, не приведён явный вид конформных преобразований второй координаты  $y^\mu(x)$ , которые важно знать при проверке ковариантности полученного выражения для этой координаты как конформной инверсии  $x^\mu$ . Изложение результатов страдает определённой непоследовательностью и иногда отсутствием акцентирования на наиболее важных из них.

В **третьей главе** диссертации изучается структура намбу-голдстоуновского сектора в моделях с линейной реализацией спонтанно нарушенных пространственно-временных симметрий, аналогов известной модели Хиггса и её обобщений. Важное отличие от моделей с нарушенными внутренними симметриями состоит в том, что вакуумные решения, нарушающие данную симметрию, могут нетривиально зависеть от пространственно-временных координат. Автор разделяет соответствующие нарушенные генераторы на “строго нарушенные”, которые не аннигилируют вакуум в любой точке, и “частично нарушенные”, которые аннигилируют вакуум в начале координат, но не в остальных точках области определения вакуумного решения. Алгебраический критерий того, является ли данный генератор частично нарушенным, определяется коммутационном соотношением (3.42). Оно совпа-

дает с предложенным в работе [9] условием исключаемости соответствующего намбу-голдстоуновского поля обратным эффектом Хиггса. В то время как на языке чистых нелинейных реализаций исключение несущественных намбу-голдстоуновских полей всегда возможно, на языке линейных реализаций такие поля могут входить в лагранжиан с ненулевыми кинетическими и массовыми членами, в зависимости от конкретного выбора вакуумных решений. Однако всегда есть замена к переменным нелинейной реализации, в которых несущественные поля эквивалентно представляются полями, однородно преобразующимися относительно подгруппы стабильности (частный случай такого переопределения - соотношение (3.26)). Если у их партнёров в линейной реализации есть кинетические члены, то они присутствуют и в нелинейной реализации, и у них возможны инвариантные массовые члены. Если же таких кинетических и массовых членов изначально нет, то в нелинейной параметризации они также не появятся, и соответствующие несущественные поля (за вычетом их “обратно-хиггсовской” части) надо трактовать как чисто вспомогательные. Автор называет их “избыточными”. Первая из указанных ситуаций реализуется в первой из рассмотренных автором моделей, вторая - во второй. В разделе (3.4) рассматриваются 2 модели доменных стенок, в которых также проявляется различие между двумя типами несущественных намбу-голдстоуновских полей.

Этот анализ динамического различия между разными типами намбу-голдстоуновских полей, допускающих, с теоретико-групповой точки зрения, ковариантное исключение по обратному эффекту Хиггса, и связи между линейными реализациями спонтанного нарушения в конкретных моделях и их описанием в рамках нелинейных реализаций является, на мой взгляд, центральным местом диссертации. К недостаткам 3 главы надо опять отнести неясность изложения в ней, включая пропуски некоторых логических шагов в рассуждениях, а также излишнюю категоричность в выводах и прескрипциях. Например, автор несколько раз подчёркивает, что в качестве косетных элементов надо обязательно выбирать экспоненты существенных, неисключаемых намбу-голдстоуновских полей. Однако в косет первоначально надо включать все параметры-поля, кроме параметров подгруппы стабильности, действующей линейно и однородно на всех величинах. Только после перехода к нелинейной параметризации данной реализации спонтанного нарушения пространственно-временной симметрии можно заключить, какие из несущественных полей неизбыточные и имеют ненулевые кинчлены, а какие - избыточные и должны трактоваться как вспомогательные. Также стоит подчеркнуть, что процедура, неудачно названная автором “разряжением”, хорошо известна в нелинейных реализациях и состоит в том, что все

геометрические ковариантные объекты в таких теориях могут быть переписаны в терминах неприводимых представлений подгруппы стабильности, так что нелинейные преобразования из косета выглядят как преобразования этой подгруппы, но с параметрами - нелинейными функциями существенных намбу-голдстоуновских полей. Для такого расщепления полей по представлениям подгруппы стабильности естественно использовать минимальные косетные представители, в которых несущественные поля выражены через производные существенных полей по обратному Хиггсу. Реализация этой общей процедуры в конкретных моделях со спонтанно нарушенными пространственно-временными симметриями - новый результат диссертационной работы, хотя стоило бы упомянуть, что это общий феномен, отмеченный ещё в работах [5] - [7].

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

Диссертация И.В. Харука выполнена на хорошем научном уровне и представляет собой значительный вклад в теорию конформных симметрий и спонтанно нарушенных пространственно-временных симметрий. Им предложен новый эффективный и общий метод построения конформных теорий. Автор продемонстрировал глубокие знания геометрических методов теории групп, включая метод форм Картана, а также конформных теорий поля. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в известных российских и международных журналах, в трудах представительных конференций. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

**Научная новизна.** Полученные в диссертации результаты являются новыми и заведомо найдут применения в исследованиях теорий со спонтанно нарушенными симметриями.

**Достоверность** результатов, полученных соискателем, базируется в первую очередь на корректности и общепризнанности применяемых методов, уже показавших свою адекватность в предыдущих работах по тематике диссертации. Эти результаты докладывались на многих конференциях, как международных, так и российских.

**Использование результатов.** Результаты диссертации, могут быть использованы в исследованиях, проводимых в Физическом институте РАН, Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, Математическом институте РАН, Институте теоретической и экспериментальной физики, Институте ядерных исследований РАН, а также в других научных учреждениях, где проводятся исследования по современной математической и теоретической физике, включая различные варианты конформных теорий, AdS/CFT дуальность, суперсимметрию и другие близкие направления.

Теперь о недостатках. Замечания по главам уже были приведены выше.

Общее впечатление от диссертации таково, что она написана довольно неровно с точки зрения ясности и последовательности изложения, я бы сказал, “на скорую руку”. Во многих случаях изложение предполагает, что читатель в полной мере знаком со специфической терминологией. Например, отсутствует точное определение вириального тока в конформных теориях. Однако все эти замечания не могут снизить ценности полученных в диссертации результатов и не влияют на общую высокую оценку её научного уровня.

Всё сказанное позволяет заключить, что диссертация “Применение конструкции смежных классов к изучению теорий с нелинейной реализацией пространственно-временных симметрий” полностью удовлетворяет требованиям пункта 8 Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Иван Вячеславович Харук несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика.

“ 3 ” сентября \_\_\_\_\_ 2019 г.

Официальный оппонент

доктор физ.-мат. наук,

профессор, начальник сектора

Иванов Евгений Алексеевич,

Международная межправительственная организация

Объединённый институт ядерных исследований (ОИЯИ),

Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова,

141 980 Дубна М/о, ул. Жолио-Кюри 6.

тел.: +7 496 21 65 539, e-mail: eivanov@theor.jinr.ru

Подпись д.ф.-м.н., профессора Е.А. Иванова заверяю, учёный секретарь  
ЛТФ ОИЯИ Андреев Александр Васильевич

**Иванов Евгений Алексеевич**, доктор физико-математических наук, профессор,  
отрасль науки – физико-математические науки, специальность -01.04.02,  
теоретическая физика

Список избранных работ по теме защищаемой диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет

1. "Quantum  $SU(2|1)$  supersymmetric Calogero-Moser spinning systems",  
S. Fedoruk, E. Ivanov, O. Lechtenfeld, S. Sidorov, JHEP 1804 (2018) 043
2. "Generic HKT geometries in the harmonic superspace approach",  
S. Fedoruk, E. Ivanov, A. Smilga, J. Math. Phys. 59 (2018) 083501
3. "Quaternion-Kähler  $N=4$  supersymmetric mechanics",  
E. Ivanov, L. Mezincescu, JHEP 1712 (2017) 016.
4. "One-loop divergences in 6D,  $N=(1, 0)$  SYM theory",  
I.L. Buchbinder, E.A. Ivanov, B.S. Merzlikin, K.V. Stepanyantz, JHEP 1701 (2017) 128
5. "The low-energy  $N=4$  SYM effective action in diverse harmonic superspaces",  
I.L. Buchbinder, E.A. Ivanov, I.B. Samsonov, Phys.Part.Nucl. 48 (2017) no.3, 333.
6. "Ultraviolet behavior of 6D supersymmetric Yang-Mills theories and harmonic superspace", G. Bossard, E. Ivanov, A. Smilga, JHEP 1512 (2015) 085.
7. "Supergraph analysis of the one-loop divergences in 6D,  $N=(1,0)$  and  $N=(1,1)$  gauge theories" I.L. Buchbinder, E.A. Ivanov, B.S. Merzlikin, K.V. Stepanyantz, Nucl.Phys. B921 (2017) 127-158.