

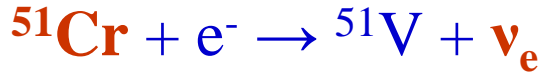
Определение активности нейтринного источника по измерению непрерывного спектра гамма излучения

В.Горбачёв, Ю.Малышкин

Баксанская нейтринная обсерватория ИЯИ РАН

Галлиевые эксперименты с искусственными источниками

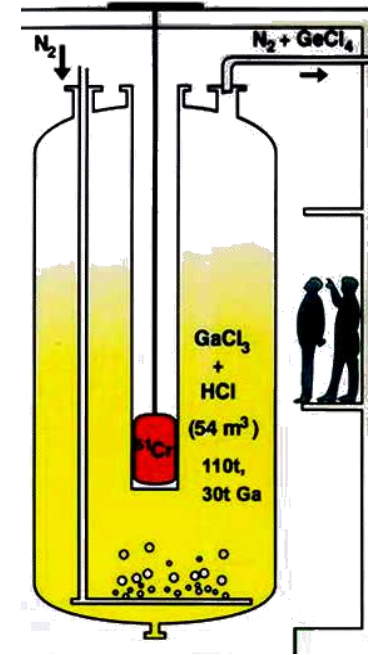
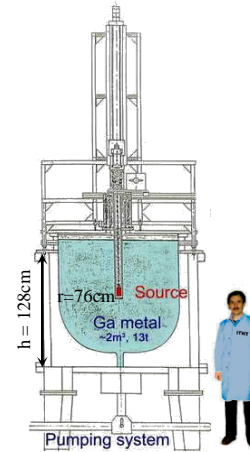
Источники нейтрино:



$E_\nu = 750$ кэВ, 90% (95% захватов на Ga)
430 кэВ, 10%



$E_\nu = 811$ кэВ



GALLEX

Активность источника: Cr1 1.714 ± 0.036 MCi
Cr2 1.868 ± 0.073 MCi

SAGE

Cr 0.517 ± 0.006 MCi
Ar 0.409 ± 0.002 MCi

$R \equiv$ (измеренная / ожидаемая) скорость захвата [Bahcall-97]:

Cr1	0.953 ± 0.11	Cr	0.95 ± 0.12
Cr2	0.812 ± 0.10	Ar	0.791 ± 0.084

$R = 0.87 \pm 0.05$ (2.6 σ) $\chi^2/\text{dof}=1.9/3$, GOF=59%
(Ga аномалия)

Методы измерения активности

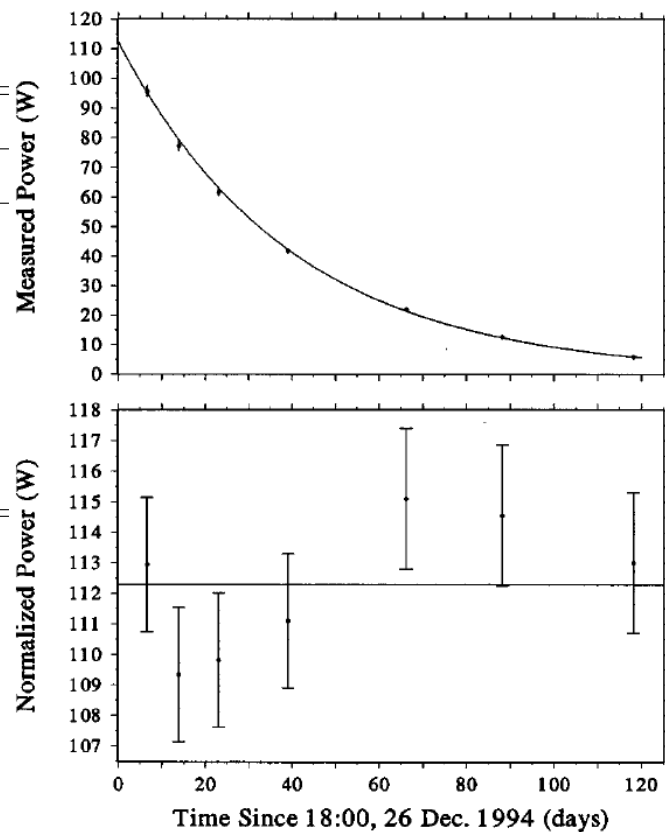
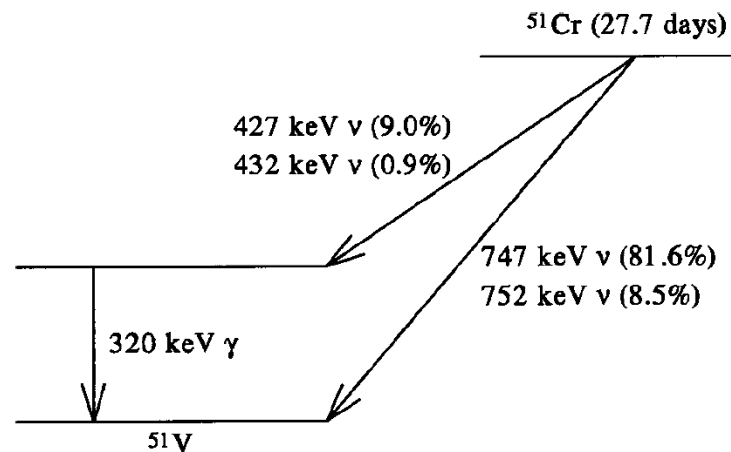
SAGE – ^{51}Cr

1. Калориметрия:

Выделение тепла в распадах ^{51}Cr :

Type of radiation	Energy (keV)	Fraction of ^{51}Cr decays	Energy released per ^{51}Cr decay (keV)
Gamma	320.0852(9) [22,31]	0.0988(5) [22]	31.624(160)
<i>K</i> capture	5.465 [43]	0.895(5) [44]	4.891(25)
<i>L</i> capture	0.628 [43]	0.0925(50) [44]	0.058(2)
<i>M</i> capture	0.067 [43]	0.0125 (calc)	0.001 (small)
Int. brems.	751 (end point)	$3.8 \times 10^{-4} \times 0.902 (\pm \sim 10\%)$	0.096(10) [34]
Int. brems.	430 (end point)	$1.2 \times 10^{-4} \times 0.0983 (\pm \sim 10\%)$	0.001 (small)
Total			36.671(197)

Origin of uncertainty	Percentage	Magnitude (kCi)
Statistics (112.3 ± 0.8 watts)	0.8	3.9
Calorimeter equilibration	0.6	3.1
Power to activity conversion (4.600 ± 0.025 kCi/W)	0.54	2.8
^{51}Cr half-life (27.702 ± 0.004 days)	0.2	1.0
Contamination (26 December 1994)	0.02	0.10
Contamination (24 April 1994)	0.14	0.72
Total uncertainty (added in quadrature)	1.2	6.0



Измеренная активность
источника (516 кКи):

Методы измерения активности

SAGE – ^{51}Cr

2. По интенсивности фотонной линии 320 кэВ на Ge ППД:

По окончании облучений Ga мишени

падение активности >1000 раз

1) Измерение относительных активностей 44 хромовых стержней

2) Абсолютное измерение активности одного стержня

$$\sum \delta = 4.7\% \quad 510 \pm 24 \text{ кКи}$$

3. По данным реакторной физики

По расчётам переноса нейтронов в известной геометрии

облучательныхборок

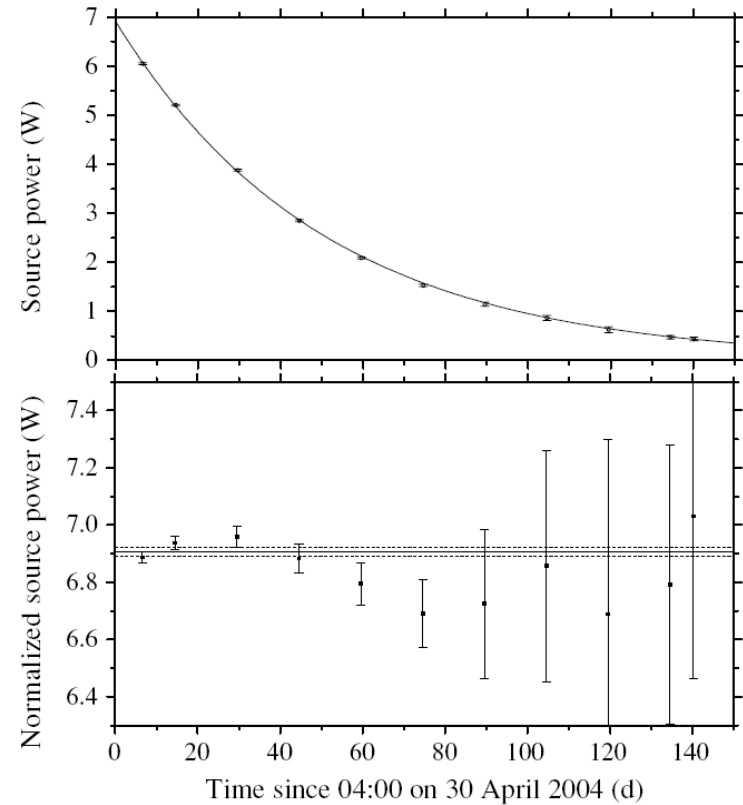
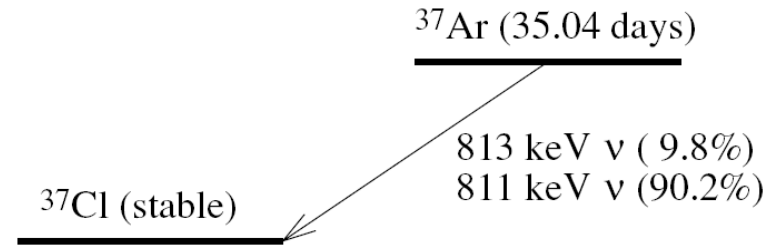
$$\sum \delta = 10\% \quad 554 \pm 55 \text{ кКи}$$

SAGE – ^{37}Ar

1. Калориметрия:

Выделение тепла в распадах ^{37}Ar :

Decay mode	Atomic energy release (keV)	Fraction of ^{37}Ar decays	Energy per ^{37}Ar decay (keV)
<i>K</i> capture	2.8224	0.9017 ± 0.0024	2.5450 ± 0.0068
<i>L</i> capture	0.2702	0.0890 ± 0.0027	0.0240 ± 0.0007
<i>M</i> capture	0.0175	$0.0093^{+0.0006}_{-0.0004}$	0.0002
1s int. brems.	325 (average)	~ 0.0005	$\sim 0.16 \pm 0.02$
2s int. brems.	325 (average)	~ 0.00007	$\sim 0.021 \pm 0.002$
<i>p</i> int. brems.	~ 10 (average)	~ 0.00007	~ 0.0007
Total			2.751 ± 0.021



Методы измерения активности

SAGE – ^{37}Ar

2.

Measurement method	Activity (kCi ^{37}Ar at 04:00 on 30 April 2004)
Volume of gas	409.3 ± 5
Mass of gas	412.3 ± 3
Calorimetry at Zarechny	401.3 ± 4
Calorimetry at Baksan	423.5 ± 9
Proportional counter	405.1 ± 4
Isotopic dilution	410.1 ± 5

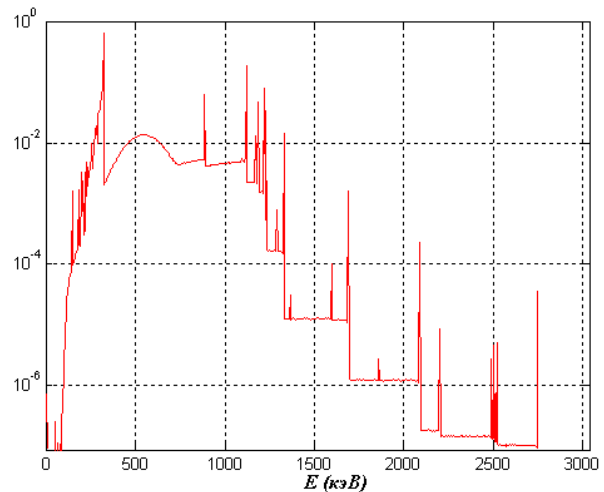
Средняя активность $\bar{A} = 409 \pm 2$ $\chi^2/\text{dof}=7.2/5$, GOF=21%

Гамма излучение ^{51}Cr

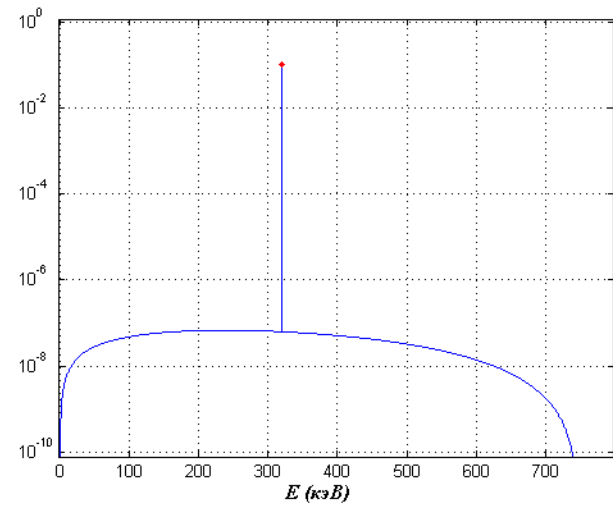
1. 320 кэВ, 10% распадов
2. ВТИ, <430 кэВ, $1.2 \cdot 10^{-4}$ x 0.0983
3. ВТИ, <750 кэВ, $3.8 \cdot 10^{-4}$ x 0.902

Спектр ВТИ:

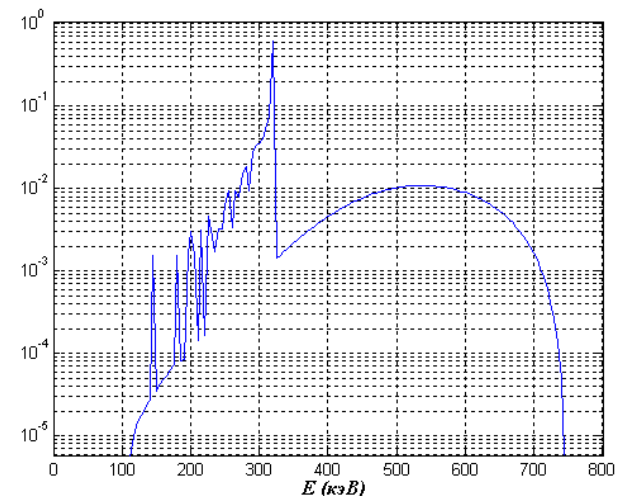
$$y(x) = A \cdot (1-x)^2 \cdot x, \text{ где } x = \frac{E}{Q}$$



Спектр за пределами защиты с предполагаемыми примесями



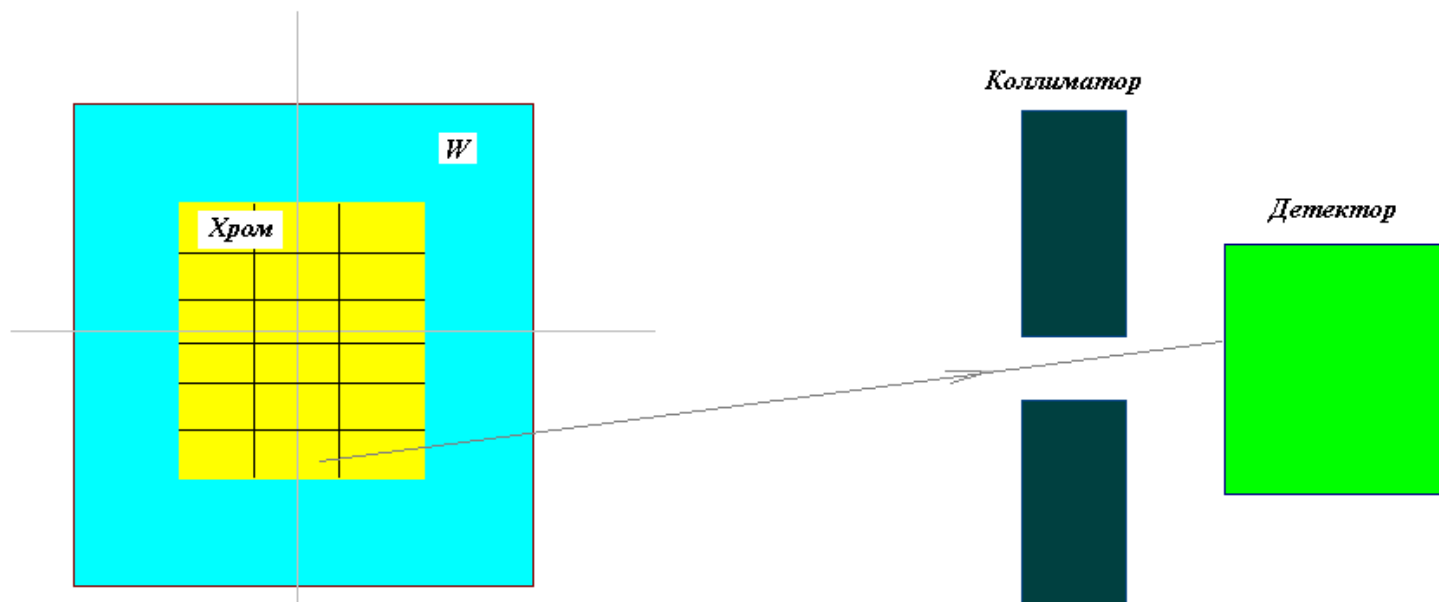
Спектр излучения в источнике



Спектр за пределами защиты

Как будем измерять

Разбиваем (мысленно) источник на N частей
(например, с равномерной активностью – но не обязательно):



Источник: **Cr**, 7.2 г/см^3 , цилиндр $\varnothing 8.6 \times 9.5 \text{ см}$

Защита: **W** сплав, 16.6 г/см^3 , толщина 2.5 см

В детекторе регистрируем сигнал –
сумму сигналов от всех частей:

$$S(E) = \sum_{i=1}^N S_i(E)$$

Сигнал в детекторе:

$$S(E) = \sum_{i=1}^N A(E, x_i) \cdot \varepsilon(E, x_i)$$

$A(E, x_i)$ – активность i -й части источника по фотонам с энергией E

x_i – координата i -й части источника

$\varepsilon(E, x_i)$ – эффективность регистрации в детекторе фотона с энергией E от элемента x_i

Замечание. Если кусок источника после разбиения ещё достаточно велик:

Значения $\varepsilon(E, x_i)$ усредняем по малым участкам i -го куска источника (N^* штук):

$$s_i = \sum_{j=1}^{N^*} A_{ij} \varepsilon_{ij} \quad \text{где} \quad A_{ij} = \frac{A_i}{N^*}$$

Тогда

$$s_i = A_i \cdot \frac{1}{N^*} \sum_{j=1}^{N^*} \varepsilon_{ij} = A_i \cdot \varepsilon_i$$

Т.е. ε_i равна среднему арифметическому по разбиениям:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{N^*} \sum_{j=1}^{N^*} \varepsilon_{ij}$$

Суммарная активность источника по фотонам с энергией E равна сумме активностей частей:

$$A_0(E) = \sum_{i=1}^N A(E, x_i)$$

Искомая активность источника (по распадам):

$$A_{Tot} = \frac{A_0(E)}{f(E)}$$

$f(E)$ – выход фотонов с энергией E

Т.е. для решения нужно найти величины $A(E, x_i)$ активностей частей источника

$$S(E) = \sum_{i=1}^N A(E, x_i) \cdot \varepsilon(E, x_i)$$

$S(E)$ – сигнал в детекторе – находится в измерениях

$\varepsilon(E, x_i)$ – эффективности – вычисляются из геометрии

Неизвестны только $A(E, x_i)$

**Вводим замену
(для удобства):**

$$\varepsilon_i'(E) \equiv \varepsilon(E, x_i) \cdot f(E) \quad \text{и} \quad B_i \equiv A(E, x_i) \cdot \frac{1}{f(E)}$$

Здесь B_i – абсолютная активность i -го участка, не зависит от E !

Тогда сигнал будет равен:

$$S(E) = \sum_{i=1}^N B_i \cdot \varepsilon_i'(E)$$

И полная активность:

$$A_{Tot} = \sum_{i=1}^N B_i$$

т.е. остаётся N неизвестных $\{B_i\}$

**Находим N неизвестных $\{B_i\}$ из N уравнений
для N диапазонов энергии $E \in \{E_j\}$:**

$$S = \varepsilon' \cdot B$$

или

$$S_j = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij}' \cdot B_i$$

Решение для квадратной матрицы $N \times N$:

$$B = (\varepsilon')^{-1} \cdot S$$

$$S_j = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij}' \cdot B_i$$

$$B = (\varepsilon')^{-1} \cdot S$$

Условие для решения: $\det(\varepsilon_{ij}') \neq 0$

Мы будем решать методом χ^2 :

1) больше информации используется (N_j может быть больше N)

2) прямо оцениваются ошибки

Для некоррелированных ошибок:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{N_j} \left(\frac{S_j - \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ij}' \cdot B_i}{\sigma_j} \right)^2$$

Ошибки $\sigma(B_j)$ определяем по границам областей:

$$\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{\min}^2$$

Geant4

– библиотека C++ классов для моделирования прохождения элементарных частиц через вещество с помощью методов Монте-Карло.

[Официальный сайт: <http://geant4.cern.ch/>]

- Открытый исходный код
- Постоянно обновляется и расширяется
- Моделируются широкий спектр взаимодействий с использованием различных моделей
- Возможно добавлять новые взаимодействия и модели
- Используется в разных областях: ускорительная физика, радиационная защита, космическая физика, ядерная медицина и др.
- Много готовых инструментов: визуализации, интерактивный интерфейс и др.

[Русскоязычный ресурс по Geant4: <http://vserv.sinp.msu>

Общая схема вычислений

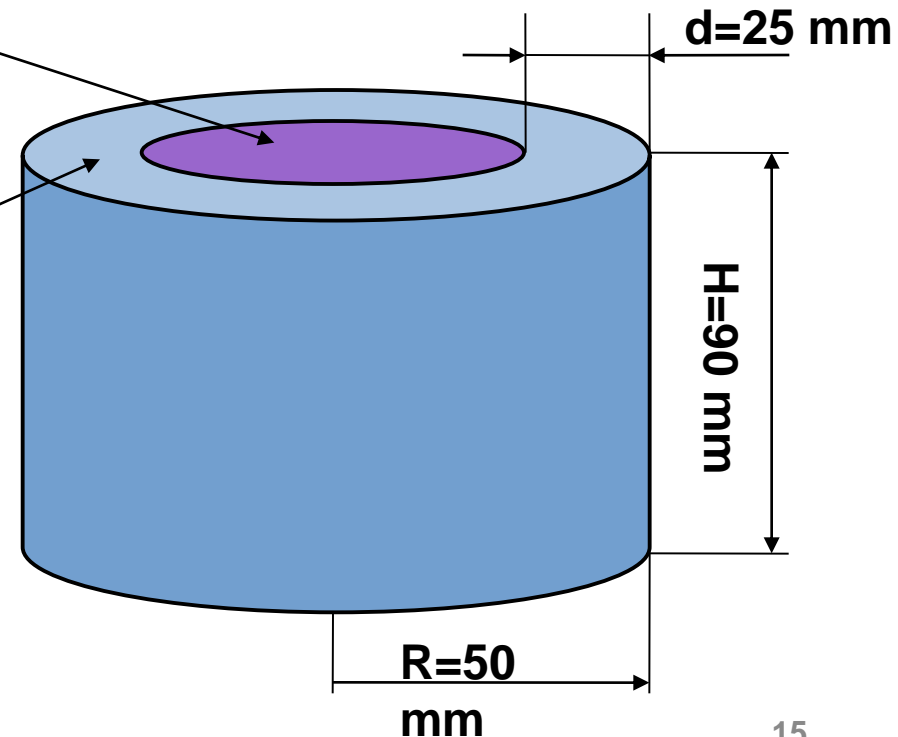


1. NuSrc (Geant4)

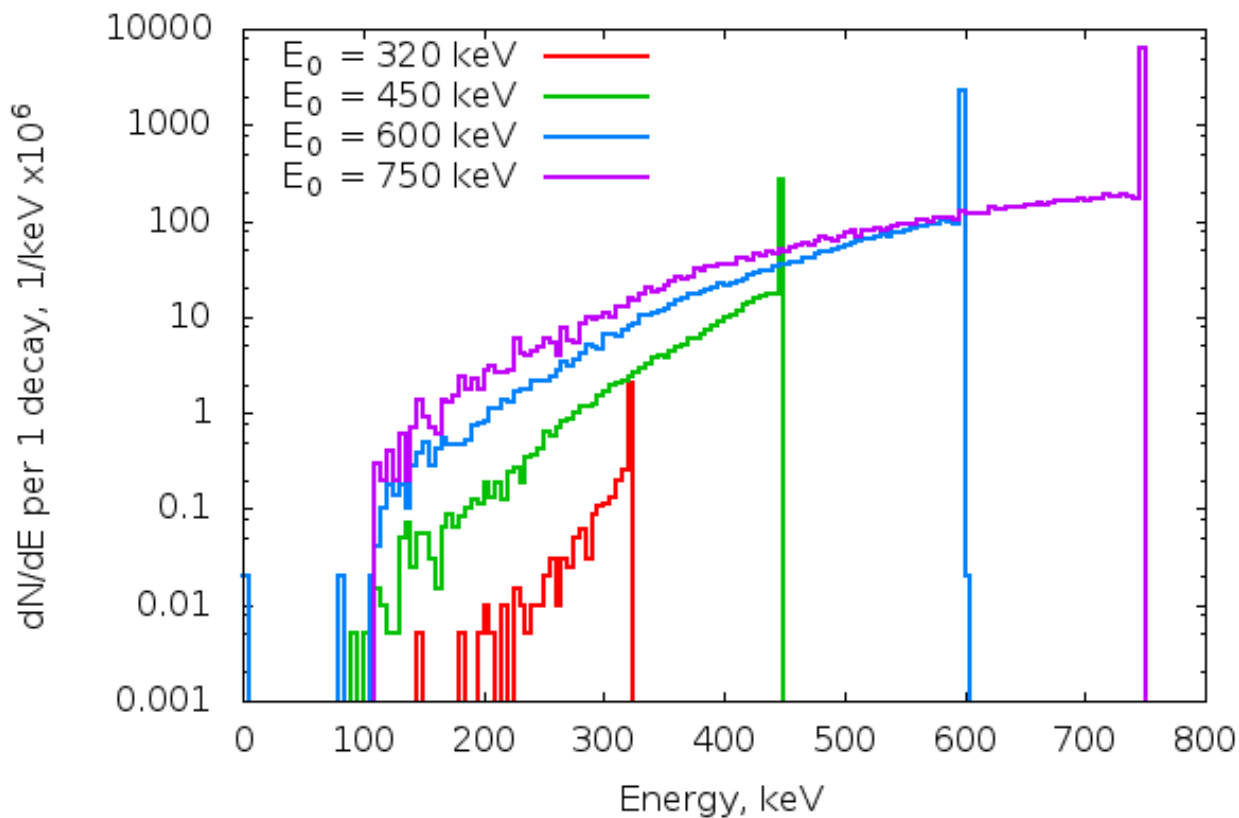
Генерация и выход гамма-излучения за пределы первичной защиты

Хромовый источник (7.19 г/см³)
Cr-50 (90%)
Cr-51 (10%)

Защита из сплава WNC (17.5 г/см³):
W(95%), Ni(3%), Cu(2%)



Спектр фотонов вышедших из-за защиты



E_0 , кэВ	Доля вылетевших фотонов
320	$3.3 \cdot 10^{-6}$
450	$5.0 \cdot 10^{-4}$
600	$4.8 \cdot 10^{-3}$
750	$1.4 \cdot 10^{-2}$

Внутреннее тормозное излучение

Спектр тормозного излучения аппроксимируется выражением:

$$y(x) = A(1 - x)^2 x$$

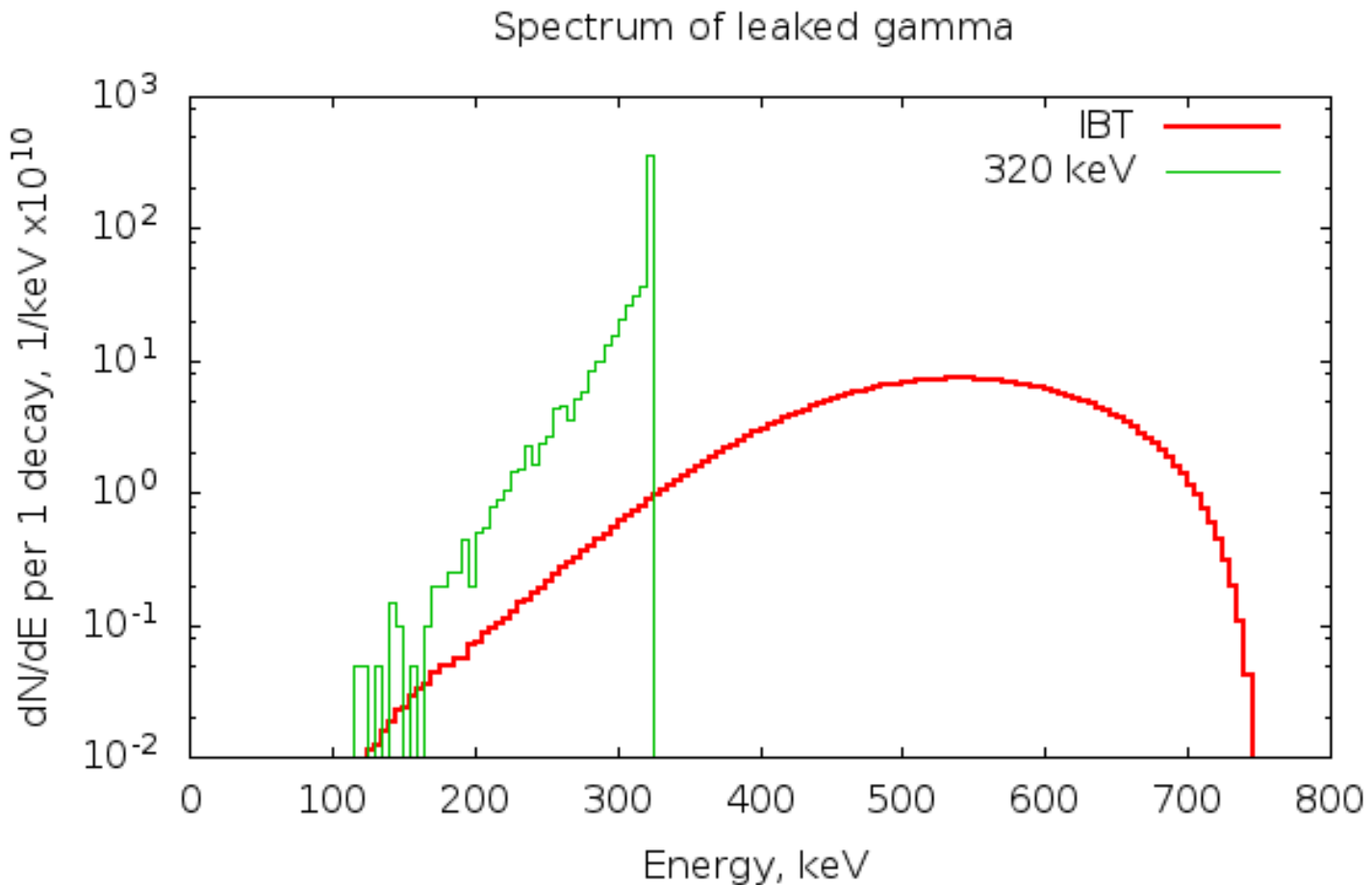
где $A = 12$, $x = \frac{E}{E_0}$, E_0 – максимальная энергия в спектре

Интенсивность для хромового источника (количество
гамма во всём приведённом спектре на один распад
 ^{51}Cr)

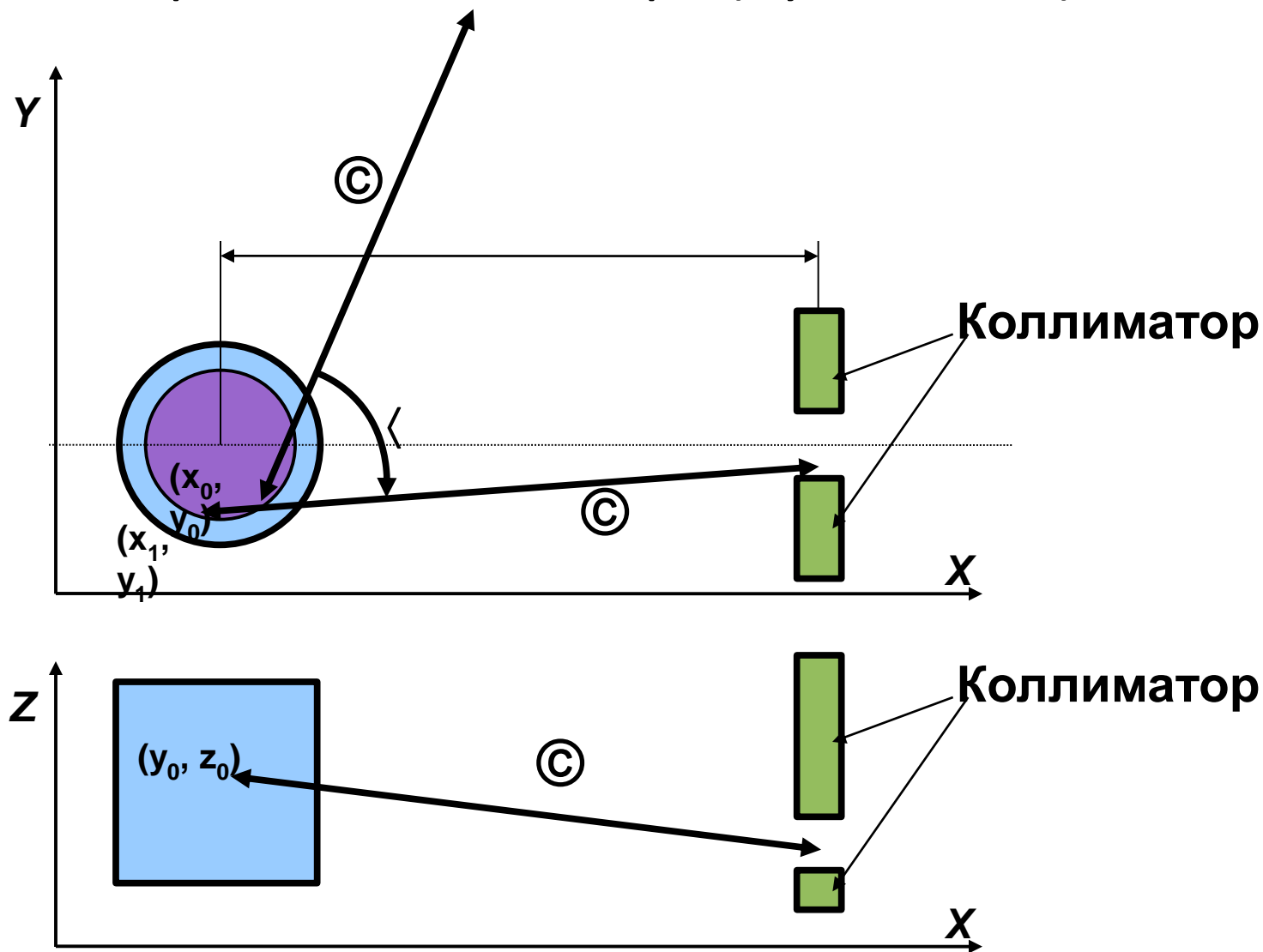
$0.11796 \cdot 10^{-4}$ для $E_0 = 430$ кэВ

$3.4276 \cdot 10^{-4}$ для $E_0 = 751$ кэВ

Ожидаемый спектр фотонов за защитой

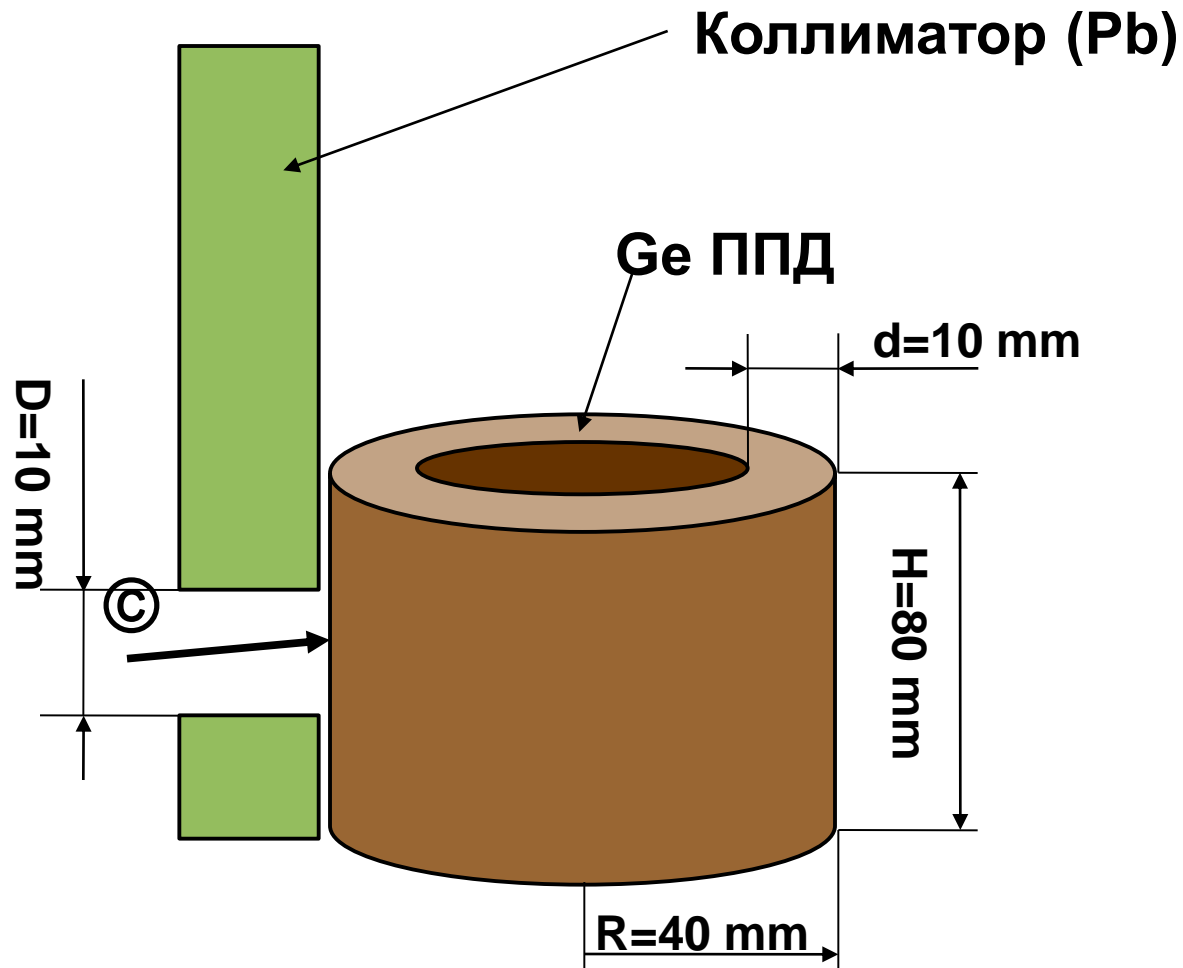


2. Отсев фотонов, попавших в отверстие коллиматора (Python-код)

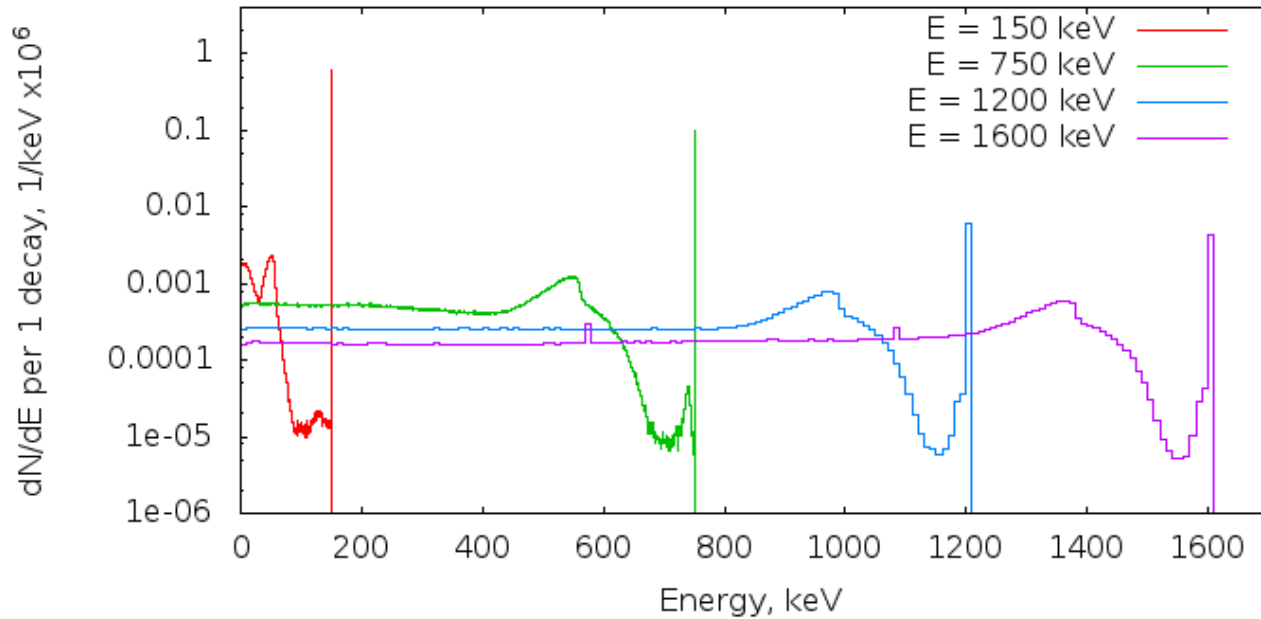


3. GeDet (Geant4)

Регистрация полупроводниковым
детектором

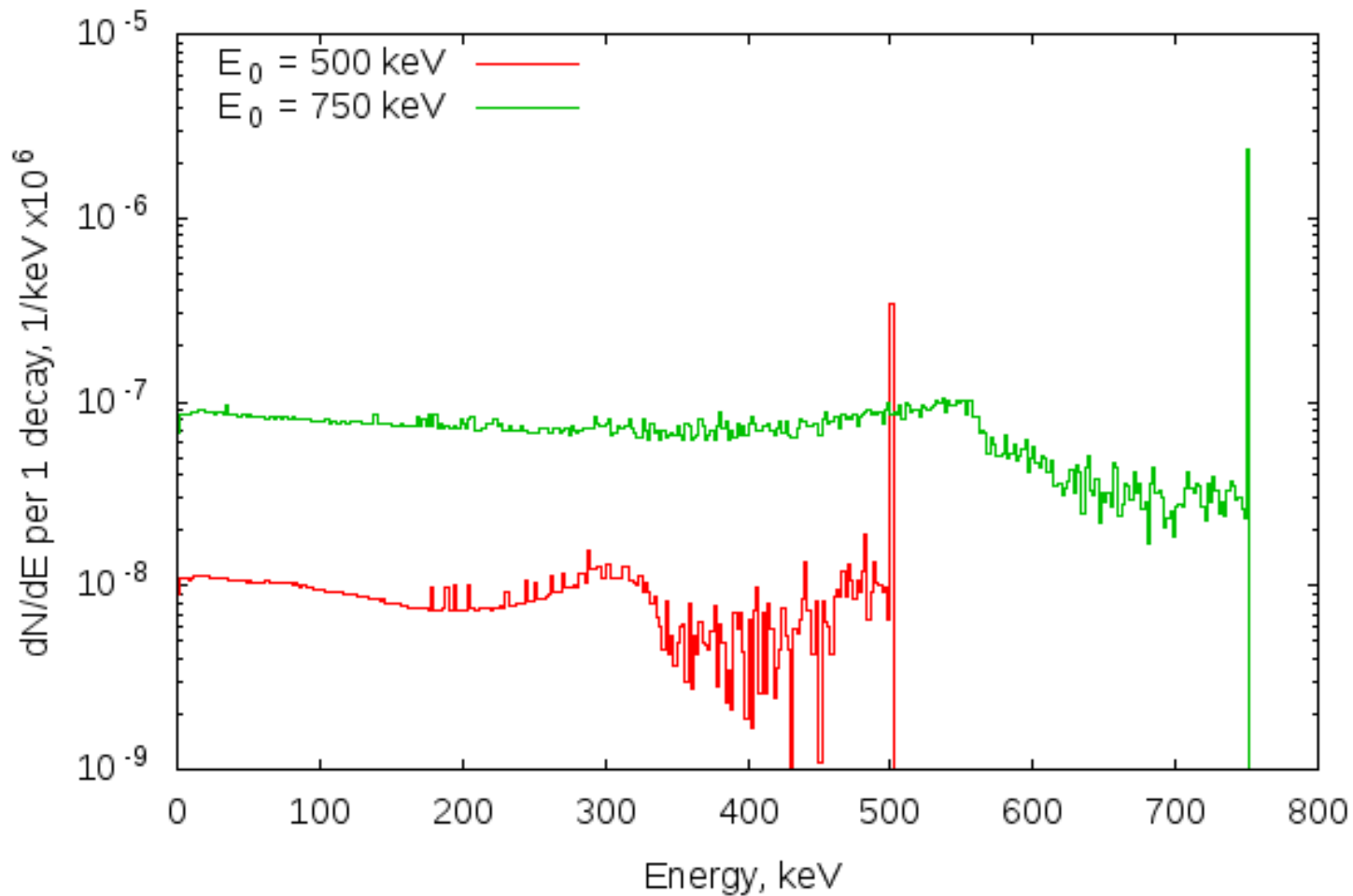


Отклик детектора



E_0 , кэВ	Доля фотонов, давших сигнал	Доля фотонов в пике
150	71%	63%
750	44%	10%
1200	38%	6%
1600	35%	4%

Регистрация монохроматических линий



Оценка ошибок метода Монте-Карло

$$P(|p^* - p| < \epsilon) = \operatorname{erf}\left(\frac{\epsilon\sqrt{N}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)$$

p – искомая вероятность события

p^* – оценка вероятности этого события

ϵ – максимально отклонение от

$\operatorname{erf}()$ – функция ошибок (Лапласа)

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

О разрешении детектора

Для N разбиений источника нужно N диапазонов по энергии

Если источник разбивается на 3 части по каждой координате,
то $N=3^3=27$

Т.е. спектр от 300 до 750 кэВ надо разбить на $N\sim 27$ диапазонов

Ширина 1 диапазона $\Delta \sim (750-300)/27 = 15$ кэВ

Разрешение детектора ~ 15 кэВ / 750 кэВ = 2%

Т.е. можно использовать Ge ППД

Ожидаемая скорость счёта

Из Монте-Карло (Geant4)

Выход за пределы первичной защиты:

320 кэВ – $2.8 \cdot 10^{-6}$

ВТИ 430 кэВ – $1.5 \cdot 10^{-6}$

ВТИ 750 кэВ – $5.1 \cdot 10^{-4}$

С учётом выхода на 1 распад число фотонов за защитой для 3 МКи $5.1 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$

Из них 320 кэВ – 61%, ВТИ 750 кэВ – 39%, ВТИ 430 кэВ – $4 \cdot 10^{-3} \%$

На расстоянии 10 м в коллиматоре диаметром 1 см ожидаем 3000 фотонов в сек

Возможности по уменьшению скорости счёта:

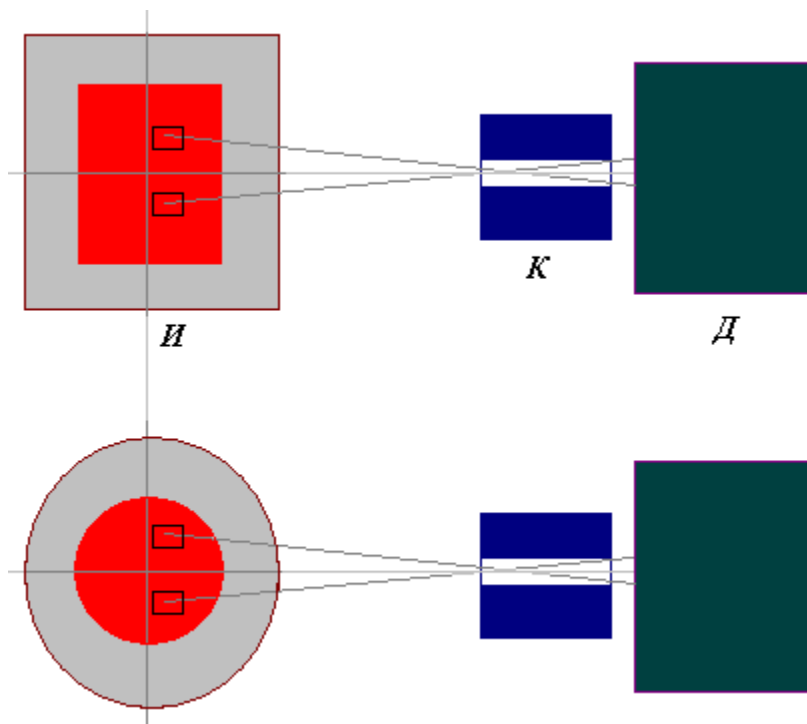
1) Увеличение расстояния: max 20 м – $1/R^2$

2) Плоский экран – 1-2 см Pb (Fe, Cu) – подавление в несколько десятков раз

О коллиматоре

Для чего нужен коллиматор:

- 1) Ограничение области в детекторе с равной эффективностью
- 2) Удаление отражённого излучения
- 3) Разделение эффективности регистрации по направлениям

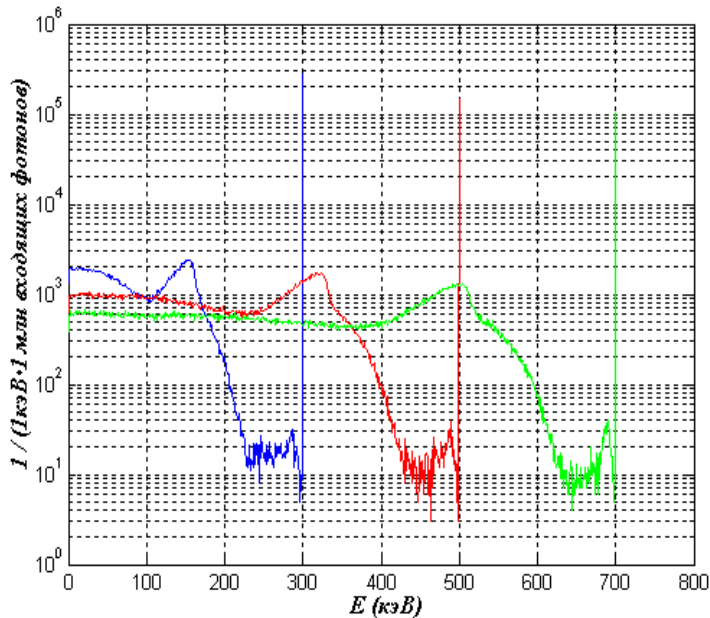


Однородность эффективности: розыгрыши для $\varnothing=1\text{см}$ и $\varnothing=2\text{см}$

Вариации углов входа фотонов $< 0.6^\circ$

Об отклике детектора

Спектр в детекторе (отклик) на монохроматические фотоны



$y_0(x)$ – спектр до детектора

$y_1(x_1, x)$ – отклик детектора

$y_2(x)$ – регистрируемый в детекторе спектр

По известным $y_0(x)$ и $y_1(x_1, x)$ найдём $y_2(x)$:

Для монохроматического сигнала

$$y_0(x) = \begin{cases} y_{01}, & x = x_1 \\ 0, & x \neq x_1 \end{cases}$$

спектр в детекторе будет:

$$y_2(x) = y_{01} \cdot y_1(x_1, x)$$

Для произвольного сигнала:

$$y_2(x) = \int_x^{x_{\max}} y_1(x_1, x) \cdot y_0(x_1) dx_1$$

или для табличного задания:

$$y_{2i} = \sum_{j \geq i} y_{1ji} \cdot y_{0j}$$

считаем, что $x_j > x_i$ при $j > i$

Восстановление спектра $y_0(x)$ по $y_2(x)$

По регистрируемому спектру $y_2(x)$ находим спектр до детектора $y_0(x)$

Для монохроматического сигнала

$$y_0(x) = \begin{cases} y_{01}, & x = x_1 \\ 0, & x \neq x_1 \end{cases}$$

Восстановленное значение будет

$$y_{01} = \frac{y_2(x)}{y_1(x_1, x)} \quad \text{для любого } x \leq x_1$$

Усложним сигнал –

спектр из монохроматических линий:

$$y_{01}, \text{---} x = x_1$$

$$y_{02}, \text{---} x = x_2$$

...

$$y_{0N}, \text{---} x = x_N$$

$$0, \text{---} x \neq x_1, x_2, \dots, x_N$$

$$y_0(x) = \{$$

Получаем набор решений:

$$y_{0N} = \frac{y_2(x)}{y_1(x_N, x)}$$

для любого $x_{N-1} < x \leq x_N$

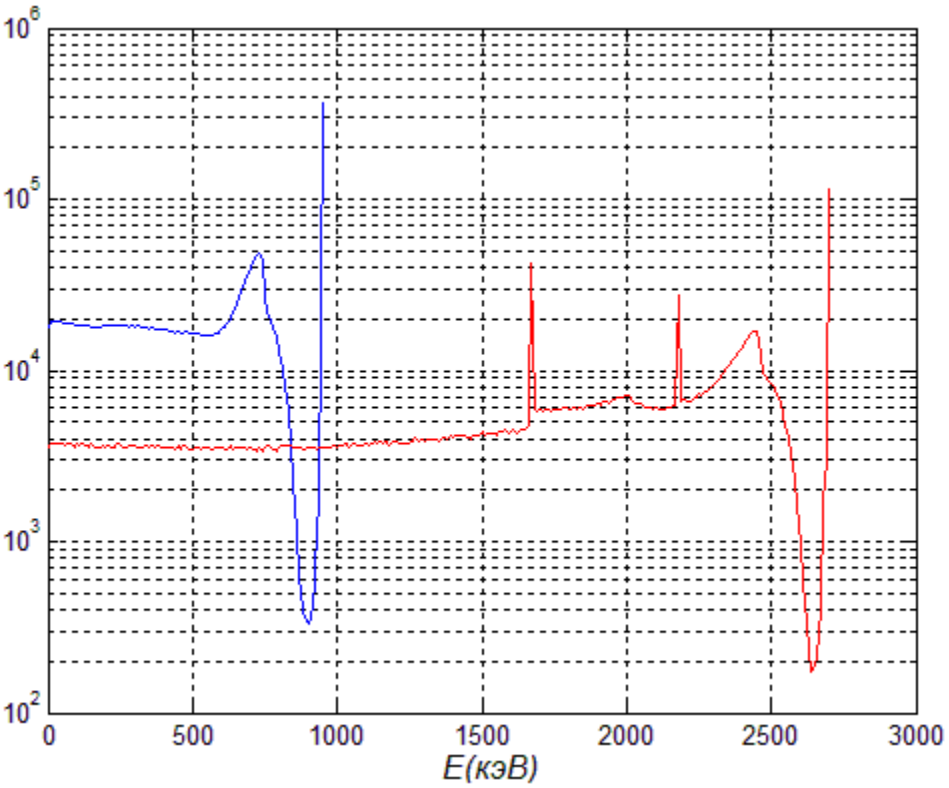
$$y_{0N-1} = \frac{y_2(x) - y_1(x_N, x) \cdot y_{0N}}{y_1(x_{N-1}, x)}$$

для любого $x_{N-2} < x \leq x_{N-1}$

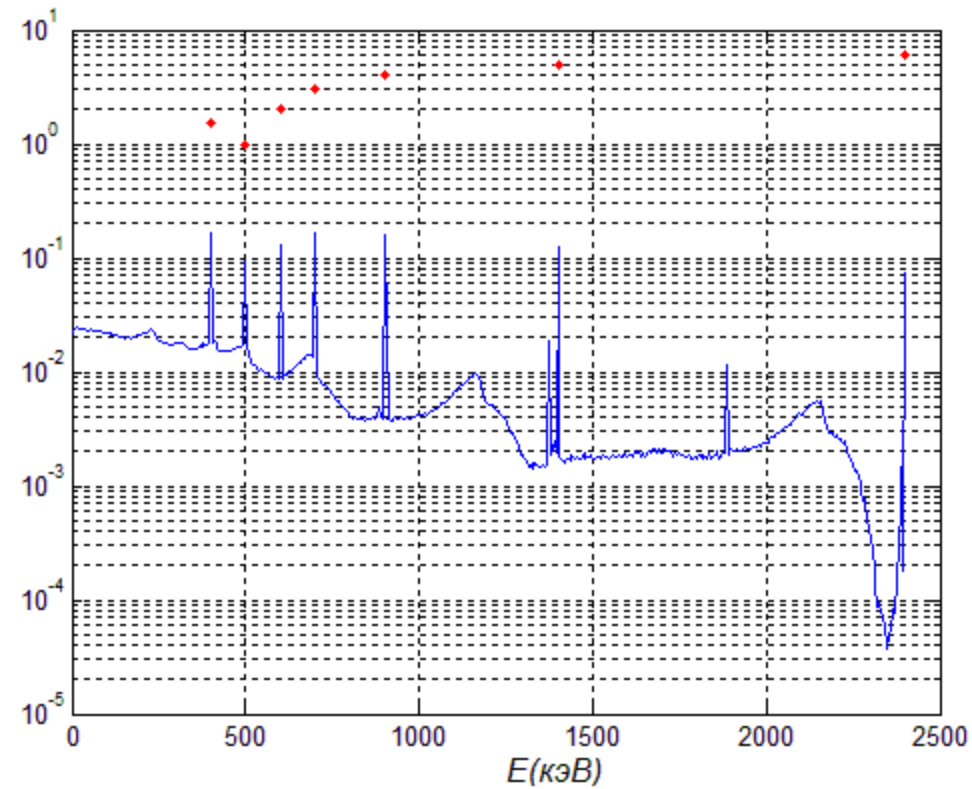
$$y_{0k} = \frac{y_2(x) - \sum_{j=k+1}^N y_1(x_j, x) \cdot y_{0j}}{y_1(x_k, x)}$$

для любого $x_{k-1} < x \leq x_k$

Функции отклика $y_1(x, x)$

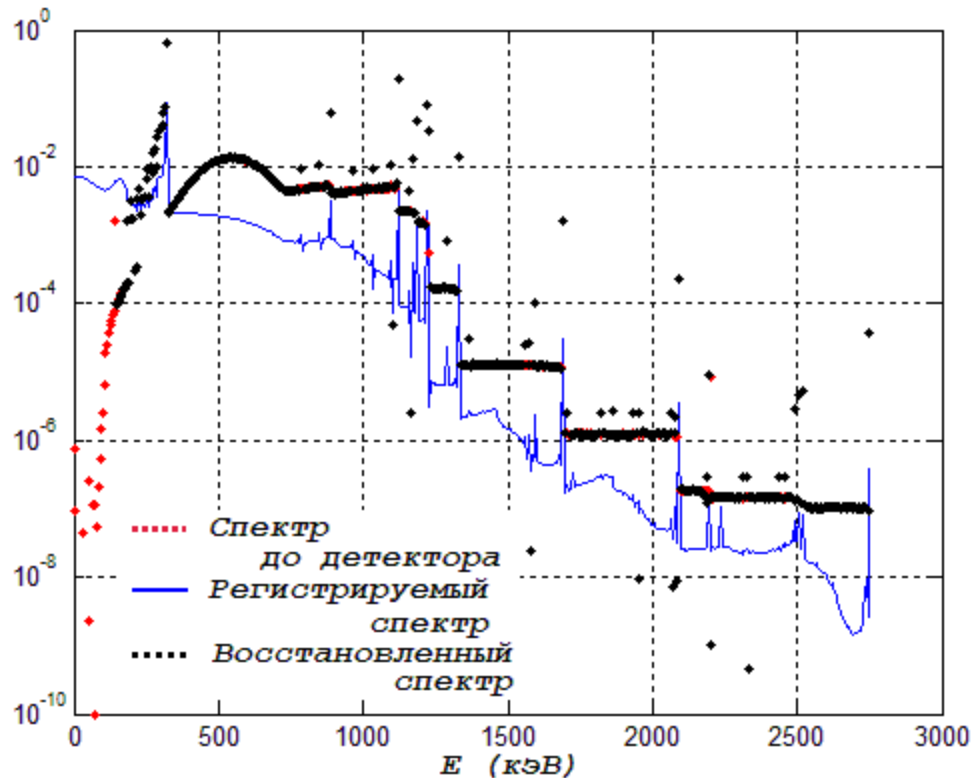


Восстановление спектра $y_0(x)$ из монохроматических линий по $y_2(x)$



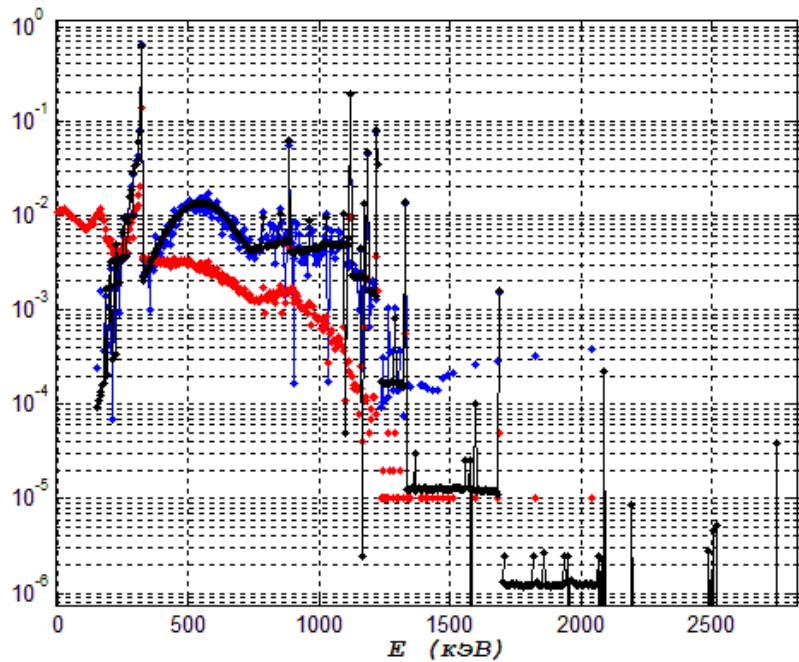
Для непрерывного спектра функция $y_2(x)$
 определяется только по одной точке $x = x_k$:

$$y_{0k} = \frac{y_{2k} - \sum_{j=k+1}^N y_{1jk} \cdot y_{0j}}{y_{1kk}}$$

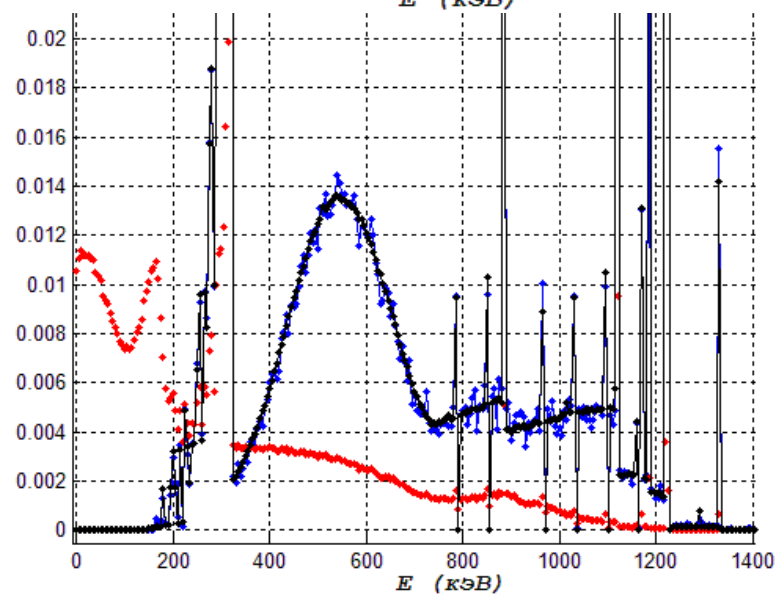
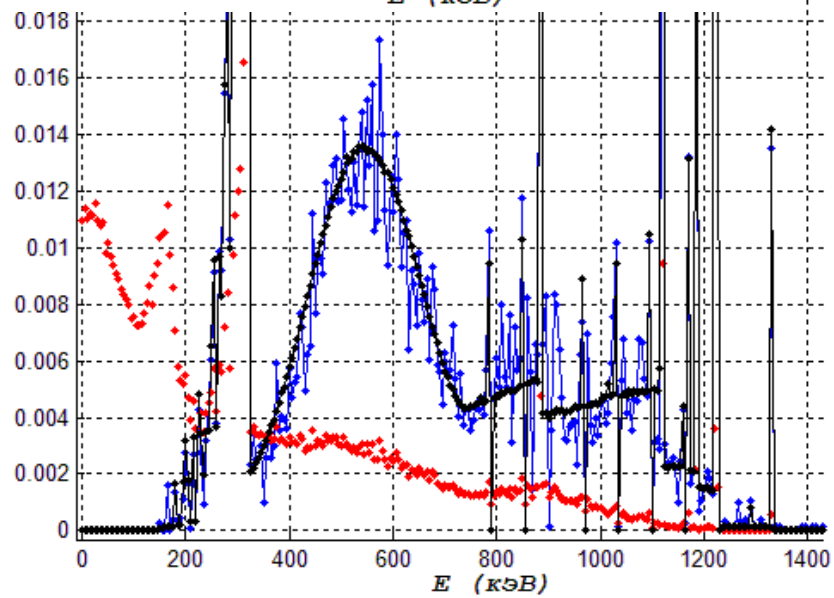
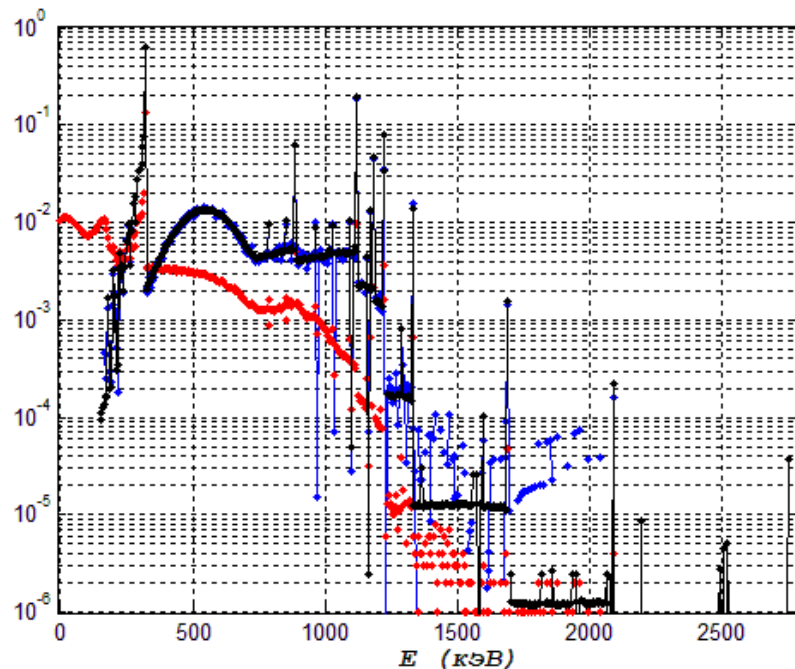


Про статистику в спектрах:

10⁵ событий:



10⁶ событий:



Мощность дозы излучения

МД: 1 Зв (зиверт) = 1 Дж / кг

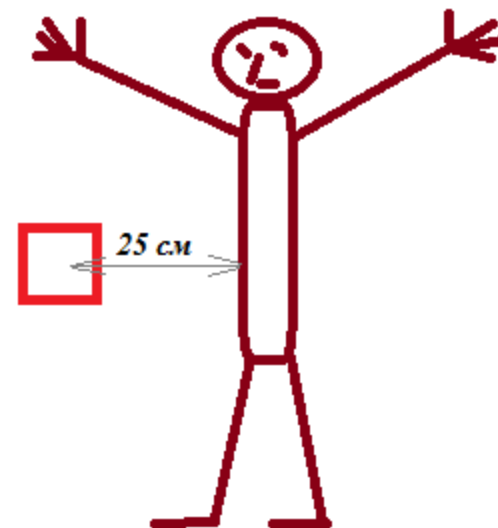
$$\text{МД} = A \cdot \text{eff}_{\text{геом}} \cdot E \cdot D(E) \cdot f(E)$$

$A = 3 \text{ МКи} = 10^{17} \text{ сек}^{-1}$ – активность источника

$D(E)$ – подавление в защите фотонов E

$f(E)$ – вероятность рождения в источнике фотонов E

$\text{eff}_{\text{геом}} = 20 \%$ – геометрическая эффективность (попадает в человека)



E (кэВ)	$\langle E \rangle$ (кэВ)	МД (мЗв/час)
320	310	15.8
< 430	358	0.012
< 750	523	18.4
Σ		34.2

МД от примесей в хроме

TABLE III. Measured impurities in the Cr rods prior to activation and the predicted resulting activities at the reference time (18:00 on 26 Dec. 1994). These are compared to the measured activities.

Impurity	Measured Content (ppm)	Nuclide	Half-life	Activity (mCi)	
				Expected	Measured
Fe	50.0	⁵⁹ Fe	44.5 d	9	24±3
W	25.0	¹⁸⁷ W	23.9 h	23	negligible
Cu	15.0	⁶⁴ Cu	12.7 h	<0.1	negligible
Ga	5.7	⁷² Ga	14.1 h	<0.1	negligible
Na	3.3	²⁴ Na	15.0 h	<0.1	negligible
Zn	3.3	⁶⁵ Zn	244. d	17	negligible
Ta	3.0	¹⁸² Ta	115. d	1930	38±5
Co	1.0	⁶⁰ Co	5.3 y	81	65±15
Sc	0.9	⁴⁶ Sc	83.3 d	860	1400±100
As	0.6	⁷⁶ As	26.3 h	2	negligible
Sb	<0.1	¹²⁴ Sb	60.2 d	<13	negligible
La	<0.1	¹⁴⁰ La	40.3 h	<0.4	negligible

Т.е. МД от хрома и примесей:

**< 95 мЗв / час
(34.2+60.6)**

По нормам НРБ-99/2009

ПДД для персонала А

< 50 мЗв / час

для населения

< 5 мЗв / час

Время (сут)	МД (мЗв / час)	
	По измерениям	По ожиданиям
0	38.5	60.6
10	35.7	56.8
30	30.7	49.9
100	18.4	32.3