

**Скейлинговые закономерности  
в рождении кумулятивных частиц  
и частиц с большими поперечными импульсами  
в протон ядерных столкновениях  
при высоких энергиях**

По материалам диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Специальность: 01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертант:

Апарин Алексей Андреевич

Научный руководитель:

д.ф.-м.н. Токарев Михаил Владимирович

## Цели исследования:

- Проверка принципа самоподобия в кумулятивном рождении пионов в протон-ядерных соударениях при высоких энергиях.
- Построение скейлинговой функции  $\Psi(z)$  и параметра подобия  $z$  для рождения адронов в кумулятивной области  $p+A$  столкновений в экспериментах с фиксированной мишенью на ускорителях У70 (ИТЭФ) и протонного синхротрона (ФНАЛ).
- Проверка скейлинговых закономерностей кумулятивного рождения пионов и заряженных адронов при высокой энергии - угловая, энергетическая и  $A$  зависимости функции  $\Psi(z)$ .
- Сравнение спектров рождения пионов в импульсном и  $z$  представлениях в некумулятивной и кумулятивной областях. Проверка универсальности формы функции  $\Psi(z)$  и аддитивности фрактальной размерности ядер.
- Предсказание импульсных спектров рождения пионов в  $p+A$  столкновениях в глубоко-кумулятивной области.
- Поиск сигнатур фазовых переходов в плотной ядерной материи в экспериментах с фиксированной мишенью на ускорителях У70 (ИТЭФ) и протонного синхротрона (ФНАЛ).
- Использование метода  $z$ -скейлинга для оценки эксперимента с фиксированной мишенью на детекторе STAR, с целью установления наиболее подходящей для поиска сигнатур фазовых переходов в ядерной материи постановки эксперимента.

## Защищаемые положения:

- Результаты анализа экспериментальных данных ИФВЭ и ФНАЛ по кумулятивному рождению пионов и заряженных адронов в  $p+A$  столкновениях: свойства  $z$ -скейлинга в рождении заряженных адронов в  $p+A$  столкновениях в кумулятивной области (энергетическая, угловая независимость и степенное поведение скейлинговой функции при больших значениях параметра подобия  $z$ , зависимость  $\Psi$  и  $z$  от номера атомного ядра  $A$ ), свидетельствующие о самоподобии рождения пионов в ядерной среде в некумулятивной и кумулятивной областях.
- Процедура построения скейлинговой функции  $\Psi$  для рождения  $p$  мезонов и неидентифицированных адронов в  $p+A$  взаимодействиях в широкой области кинематических переменных.
- Предсказание импульсных спектров рождения  $p$  мезонов и неидентифицированных адронов в  $p+A$  столкновениях в глубоко-кумулятивной области при энергиях У70 и Тэватрона.
- Предложение об использовании  $z$  скейлинга как метода поиска новых физических закономерностей при кумулятивном рождении частиц, образующихся в адрон-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях.

## Введение

- 1 Кумулятивный эффект и масштабная инвариантность в физике частиц
  - 1.1 Кумулятивный эффект
  - 1.2 Скейлинги в физике высоких энергий
- 2 z-скейлинг как метод анализа инклюзивных спектров
  - 2.1 Принципы построения z-скейлинга
  - 2.2 Скейлинговая переменная z
  - 2.3 Скейлинговая функция  $\Psi(z)$  и ее свойства
- 3 Спектры заряженных адронов в некумулятивной области p+A столкновений
  - 3.1 Спектры рождения адронов с большими поперечными импульсами
  - 3.2 Скейлинг в рождении адронов с большими поперечными импульсами
  - 3.3 A-зависимость z-скейлинга
- 4 Скейлинг в кумулятивном рождении адронов в p+A столкновениях
  - 4.1 Кинематика рождения частиц в p+A столкновениях
  - 4.2 Рождение заряженных адронов в p+A столкновениях при малых  $p_t$  во ФНАЛ
  - 4.3 Рождение заряженных адронов в p+A столкновениях при малых  $p_t$  на U70
  - 4.4 Рождение заряженных адронов в p+A столкновениях при больших  $p_t$  на U70
- 5 Спектры рождения пионов в глубоко-кумулятивной области в p+A столкновениях
  - 5.1 Форма импульсных спектров рождения частиц
  - 5.2 Форма  $\Psi(z)$  и функция Цаллиса
- 6 Предложение для эксперимента с фиксированной мишенью на установке STAR
  - 6.1 Кинематика изучаемых процессов
  - 6.2 Обобщенная модель z-скейлинга
  - 6.3 Кинематика кумулятивного рождения в эксперименте с фиксированной мишенью

## Заключение и выводы

## Приложение А

## Приложение Б

## Список литературы

# Мотивация и цели

Основная задача исследования – поиск сигнатур новой физики (в частности фазовых переходов и критической точки) в сверхплотной ядерной материи.

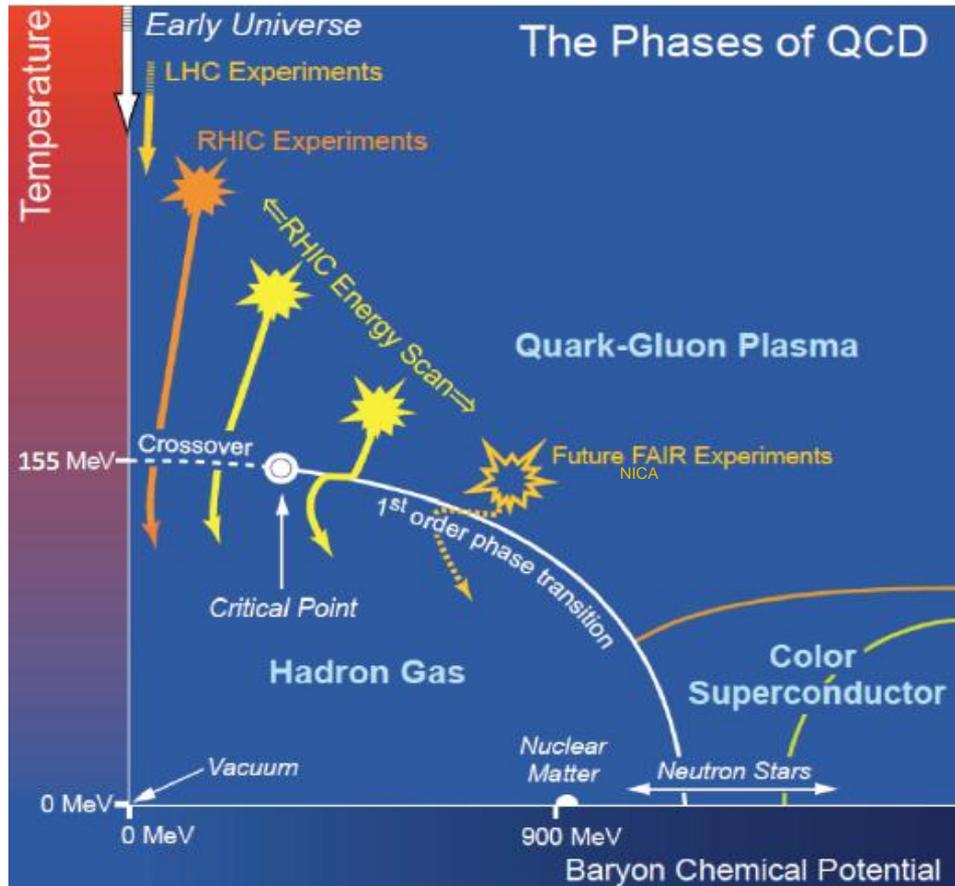
Использован феноменологический метод  $z$ -скейлинга.

Анализ экспериментальных данных по инклюзивному рождению заряженных частиц в кумулятивной области в протон-ядерных столкновениях.

- Столкновения  $pA$  используются для сравнения с  $pp$  и  $AA$
- В **кумулятивных** процессах материя дополнительно сжата
- Образование частиц более чувствительно к условиям среды чем в  $pp$

Поиск фазовых переходов и критической точки

# Фазовая диаграмма вещества

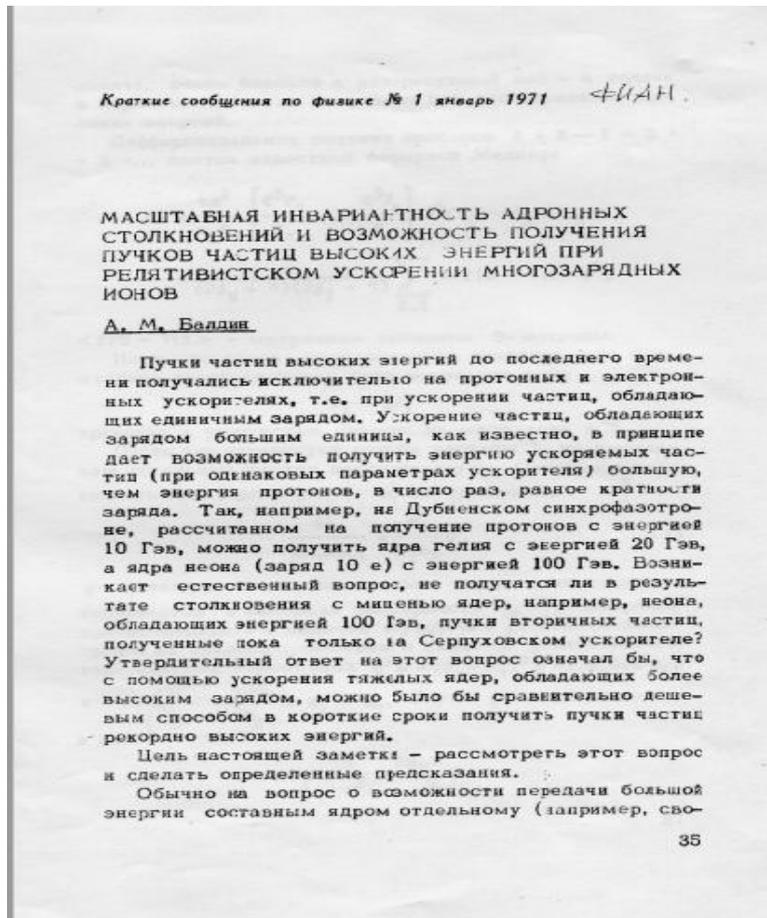


Фазовая диаграмма ядерной материи требует детального изучения

- Фазы 2?
- Фазовые границы ?
- Фазовые переходы ?
- Тройная точка ?
- Критическая точка ?

# Кумулятивный эффект

Спектры вторичных частиц при столкновении релятивистских ядер определяются локальными свойствами ядерной материи



Кумулятивной будем называть частицу, энергия которой превышает максимально разрешенную в протон-протонных столкновениях при данной энергии столкновения

А.М.Балдин. 1971. Краткие сообщения по физике ФИАН, №1, 35, 1971

Физика релятивистских ядер, "ЭЧАЯ", т. 8, с. 429 1977;

Ставинский В. С., Предельная фрагментация ядер - кумулятивный эффект (эксперимент), "ЭЧАЯ", т. 10, с. 949, 1979

# Z-скейлинг и самоподобие в рождении частиц

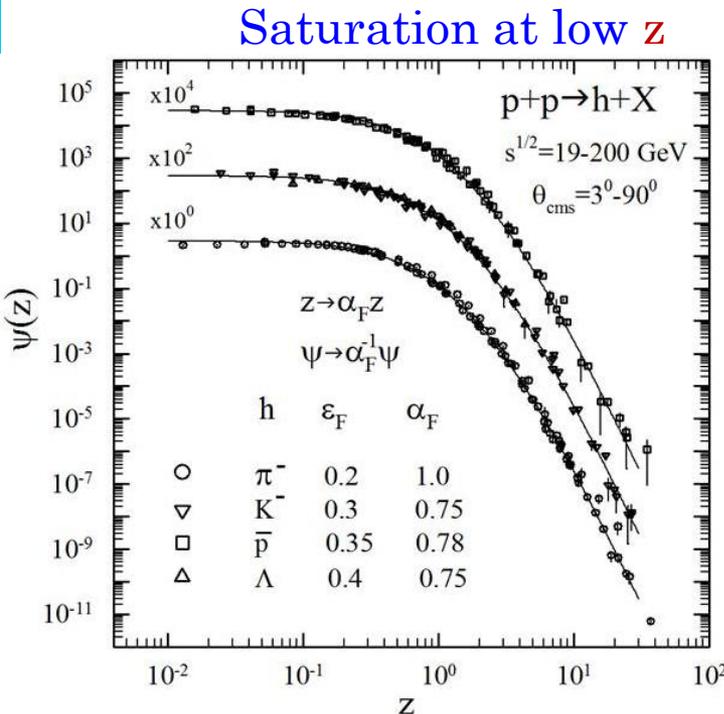
$\pi^-, K^-, \bar{p}, \Lambda$   
в pp  
столновениях

**FNAL:**  
PRD 75 (1979) 764

**ISR:**  
NPB 100 (1975) 237  
PLB 64 (1976) 111  
NPB 116 (1976) 77  
(low  $p_T$ )  
NPB 56 (1973) 333  
(small angles)

**STAR:**  
PLB 616 (2005) 8  
PLB 637 (2006) 161  
PRC 75 (2007) 064901

Данные по спектрам с U70,  
ISR, SppS, SPS, HERA,  
FNAL (выведенный пучок),  
Tevatron, RHIC, LHC



Power law at high  $z$

M.T. & I.Zborovsky  
T.Dedovich  
Phys.Rev.D75,094008(2007)  
Int.J.Mod.Phys.A24,1417(2009)  
J. Phys.G: Nucl.Part.Phys.  
37,085008(2010)  
Int.J.Mod.Phys.A27,1250115(2012)  
J.Mod.Phys.3,815(2012)

- $\psi(z) \sim z^{-\beta}$  при больших  $z$
- $\epsilon_F, \alpha_F$  независимы от  $p_T, s^{1/2}, \theta_{cms}$

Скейлинг – “коллапс” экспериментальных точек на одну кривую.  
Безразмерная функция  $\Psi$  и переменная подобия  $z$ .

# Z-скейлинг

Базовые принципы: локальность, самоподобие, фрактальность

**Локальность:** столкновения адронов и ядер описываются через взаимодействие конstituентов (партоны, кварки, глюоны...).

**Самоподобие:** взаимодействия конstituентов подобны на разных масштабах.

**Фрактальность:** самоподобие носит структурный характер.

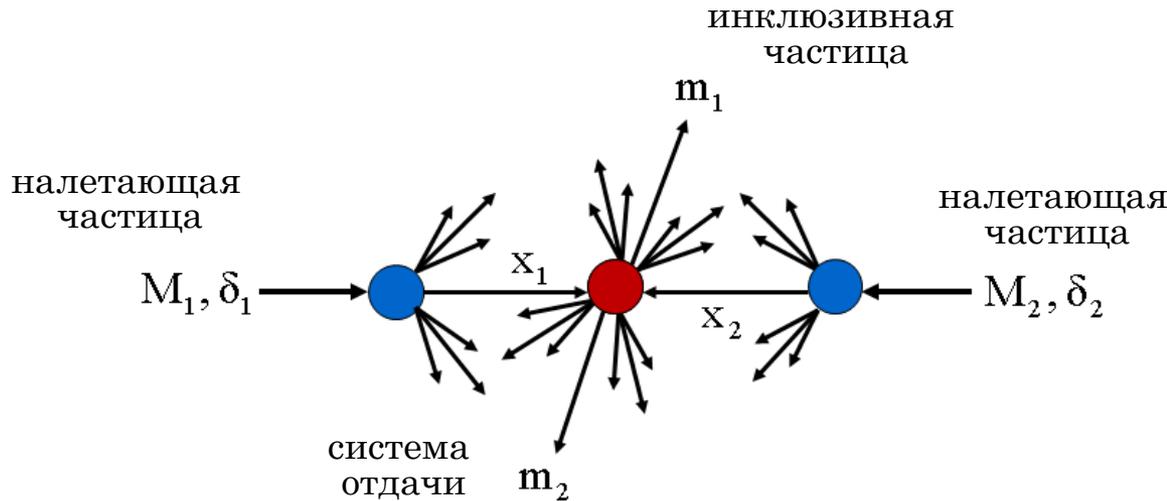
## Основные гипотезы:

$s^{1/2}$ ,  $p_T$ ,  $\theta_{\text{cms}}$       Распределение инклюзивных частиц можно описать в терминах конstituентного подпроцесса, с использованием переменных среды.       $x_1, x_2$

$Ed^3\sigma/dp^3$       Шкалированное инклюзивное сечение рождения зависит от единственной безразмерной переменной  $z$  самоподобным образом.       $\delta_1, \delta_2$   
 $\Psi(z)$

# Локальность адронного взаимодействия

## Взаимодействие адронов как взаимодействие конstituентов



V.S.Stavinsky  
JINR Rapid Comm.  
18-86, Dubna (1986)

A.A.Baldin  
JINR Rapid Comm.  
54-92, Dubna (1992)

M.Tokarev, I.Zborovský  
Yu.Panebratsev, G.Skoro  
Phys.Rev.D54 5548 (1996)  
Int.J.Mod.Phys.A16 1281  
(2001)

### Элементарный подпроцесс:

$$(\mathbf{x}_1 M_1) + (\mathbf{x}_2 M_2) \Rightarrow (m_1) + (\mathbf{x}_1 M_1 + \mathbf{x}_2 M_2 + m_2)$$

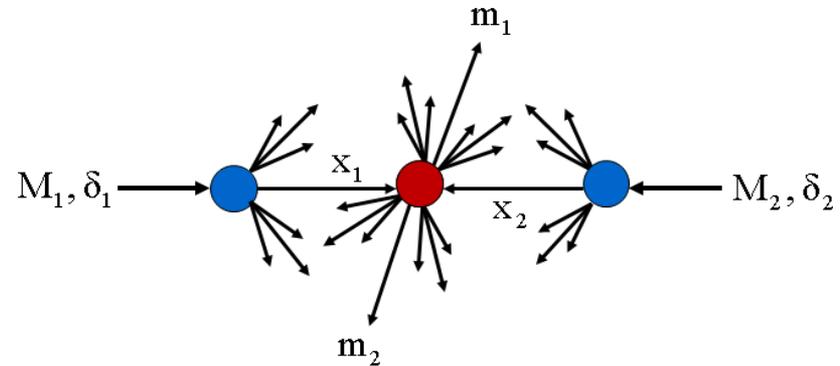
Закон сохранения 4-импульса:  $(\mathbf{x}_1 P_1 + \mathbf{x}_2 P_2 - p)^2 = M_X^2$

Масса системы отдачи:  $M_X = \mathbf{x}_1 M_1 + \mathbf{x}_2 M_2 + m_2$

# Параметр подобия $z$

$$z = z_0 \Omega^{-1}$$

$$z_0 = \frac{s_{\perp}^{1/2}}{(dN_{ch}/d\eta|_0) m}$$



- $\sqrt{s_{\perp}}$  энергия подпроцесса, необходимая для рождения частиц с массами  $m_1$  и  $m_2$
- $dN_{ch}/d\eta|_0$  плотность множественности заряженных частиц при  $\eta = 0$
- $m$  константа (равна массе нуклона)
- $\Omega^{-1}$  минимальное разрешение, при котором конституентный подпроцесс можно выделить из реакции

# Процедура построения $\sqrt{s_\perp}$

$$s_\perp^{1/2} = \underbrace{(s_\lambda^{1/2} - M_1\lambda_1 - M_2\lambda_2) - m_1}_{\text{энергия, необходимая для рождения инклюзивной частицы}} + \underbrace{(s_\chi^{1/2} - M_1\chi_1 - M_2\chi_2) - m_2}_{\text{энергия, необходимая для рождения системы отдачи}}$$

энергия, необходимая для рождения инклюзивной частицы

энергия, необходимая для рождения системы отдачи

$$\lambda_{1,2} = \frac{(P_{2,1}p)}{(P_2P_1) - M_1M_2} + \frac{M_{2,1}m_2}{(P_2P_1) - M_1M_2}$$

$$s_\lambda = (\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2)^2$$

$$\lambda_0 = \frac{0.5m_2^2}{(P_1P_2) - M_1M_2} - \frac{0.5m_1^2}{(P_1P_2) - M_1M_2}$$

$$s_\chi = (\chi_1 P_1 + \chi_2 P_2)^2$$

$$\chi_{1,2} = \left[ \left( \frac{\delta_2}{\delta_1} \right)^{\pm 1} (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0) \frac{1 - \lambda_{1,2}}{1 - \lambda_{2,1}} \right] \left[ \left( 1 + \frac{\frac{\delta_2}{\delta_1} - 1}{2\sqrt{\frac{\delta_2}{\delta_1}}} \frac{(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0)}{(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \right)^2 \right]^{1/2} \mp 1$$

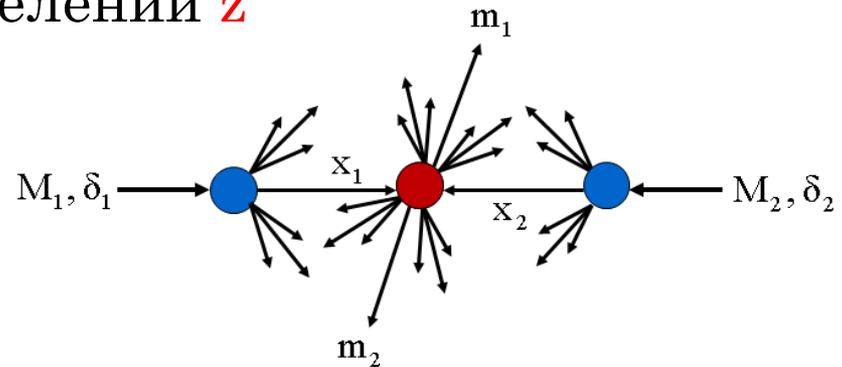
Скалярное произведение 4-векторов Лоренц-инвариантно

# $z$ как фрактальная мера

Фрактальность отражена в определении  $z$

$$z = z_0 \Omega^{-1}$$

$$\Omega = (1 - x_1)^{\delta_1} (1 - x_2)^{\delta_2}$$



$\Omega$  относительное число конфигураций, содержащих подпроцесс с долями  $x_1, x_2$  полного 4-импульса

$\delta_1, \delta_2$  параметры теории, характеризующие структуру сталкивающихся объектов

$\Omega^{-1}(x_1, x_2)$  характеризует разрешение при котором конституентный подпроцесс может быть выделен из инклюзивной реакции

$$z(\Omega) \Big|_{\Omega^{-1} \rightarrow \infty} \rightarrow \infty$$

Как фрактальная мера,  $z$  неограниченно возрастает при росте разрешения  $\Omega^{-1}$ .

# Доли импульса $x_1, x_2$

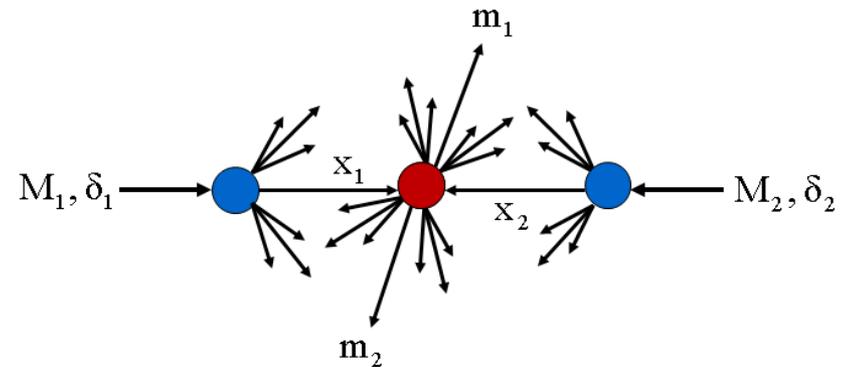
Принцип минимального разрешения: доли импульса  $x_1, x_2$  определяются так, чтобы минимизировать разрешение  $\Omega^{-1}$  фрактальной меры  $z$  для всех конституентных подпроцессов не нарушая законы сохранения.

$$\Omega = (1 - x_1)^{\delta_1} (1 - x_2)^{\delta_2}$$

$$\begin{cases} \partial\Omega/\partial x_1 |_{x_2=x_2(x_1)} = 0 \\ (x_1 P_1 + x_2 P_2 - p)^2 = M_x^2 \end{cases}$$

Нерегистрируемая масса:

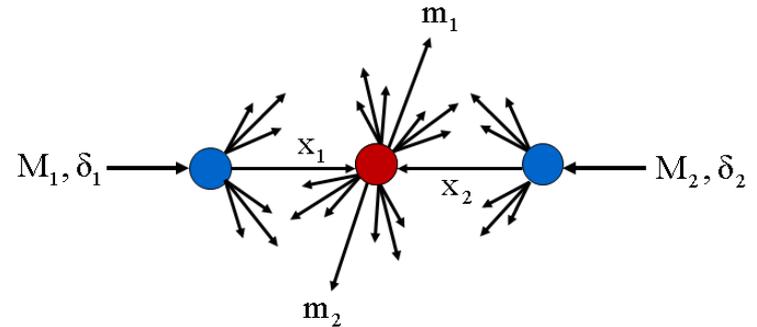
$$M_x = x_1 M_1 + x_2 M_2 + m_2$$



# Скейлинговая функция $\Psi(z)$

$$\Psi(z) = -\frac{\pi}{(dN/d\eta) \cdot \sigma_{\text{inel}}} \cdot J^{-1} \cdot E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \iff \int E \frac{d^3\sigma}{dp^3} dy d^2p_{\perp} = \sigma_{\text{inel}} \cdot N$$

$$\int_0^{\infty} \Psi(z) dz = 1$$

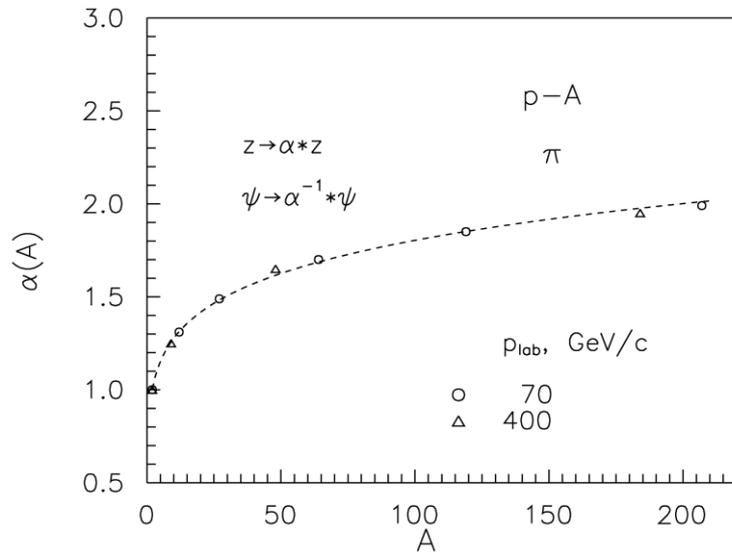


- $\sigma_{\text{in}}$  – неупругое сечение
- $N$  – средняя множественность адронов данного вида
- $dN/d\eta$  – плотность множественности на единицу псевдобыстроты при угле  $\theta$  ( $\eta$ )
- $J(z, \eta; p_T^2, y)$  – Якобиан перехода
- $E d^3\sigma/dp^3$  – инклюзивное сечение реакции

Скейлинговая функция  $\Psi(z)$  есть плотность вероятности рождения инклюзивной частицы с данным значением  $z$ .

# A-зависимость z-скейлинга

Масштабное преобразование  $z$  и  $\Psi(z)$  позволяет сравнивать данные для различных ядер



$$z \rightarrow \alpha(A) \cdot z$$

$$\Psi(z) \rightarrow \alpha^{-1}(A) \cdot \Psi(z)$$

$$\alpha(A) \approx 0.9 A^{0.15}$$

Самоподобие взаимодействия конstituентов и процесса формирования адронов в ядерной среде.

$$z = z_0 \Omega^{-1} \quad \Omega = (1 - x_1)^{\delta_1} (1 - x_2)^{\delta_2}$$

$$\delta_1 = A_1 \delta, \quad \delta_2 = A_2 \delta$$

Параметр подобия  $z$   
 “Критические экспоненты”  $\delta_1, \delta_2$   
 позволяют судить о состоянии системы  
 Скачки в  $\delta_1, \delta_2$  будут указанием на новую физику

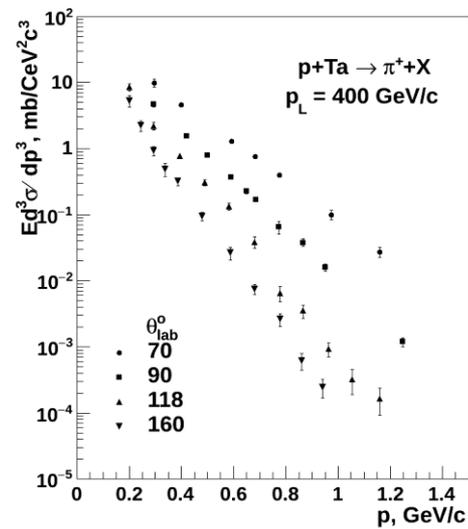
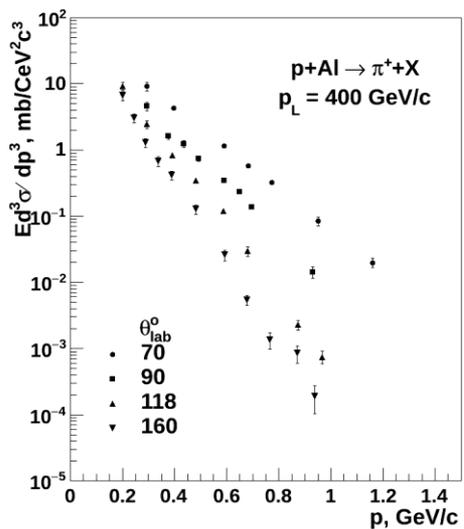
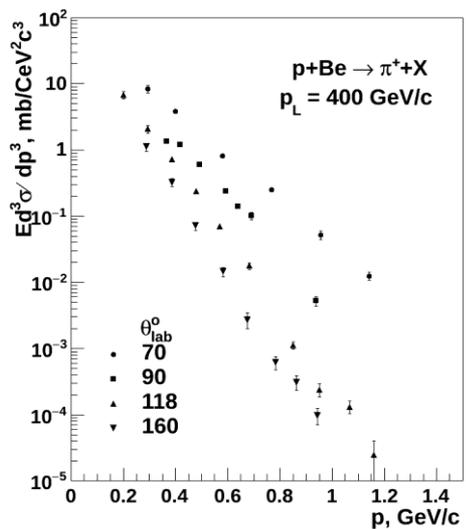
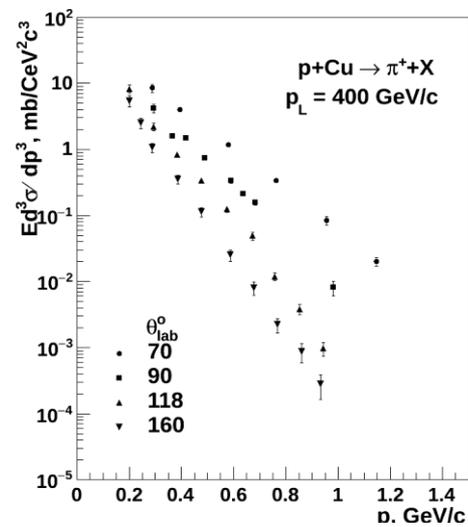
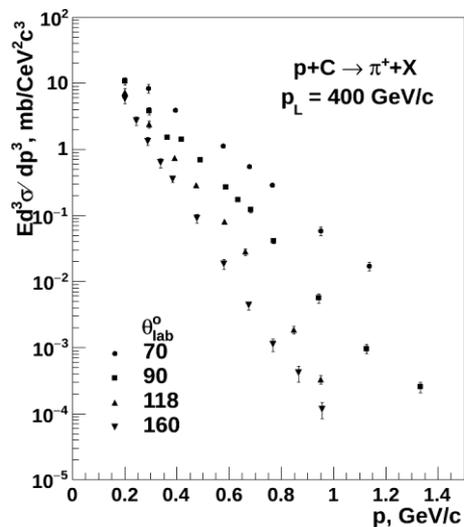
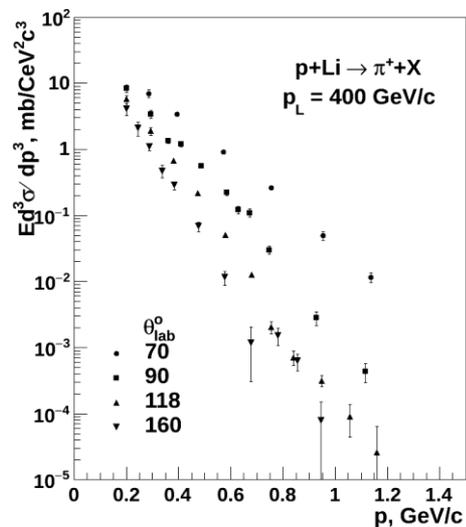
M. Tokarev, Yu. Panebratsev, I. Zborovsky, G. Skoro  
 JINR E2-99-113; Int. J. Mod. Phys. A16 1281 (2001).

# Спектры пионов во ФНАЛ

$p_L = 400$  GeV/c,

$A = \text{Li, Be, C, Al, Cu, Ta}$

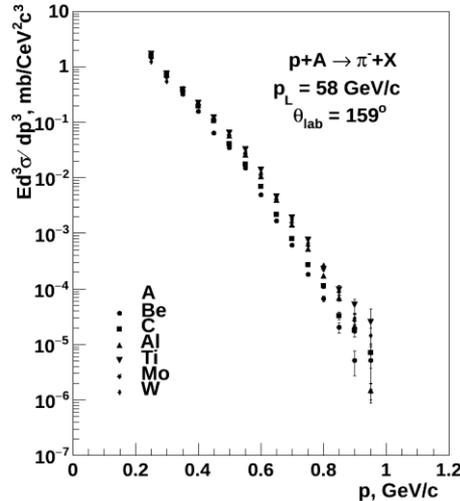
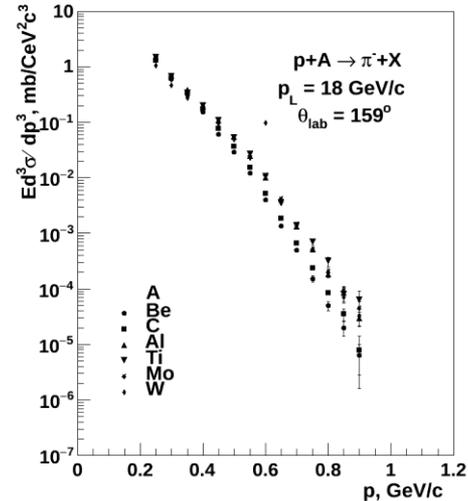
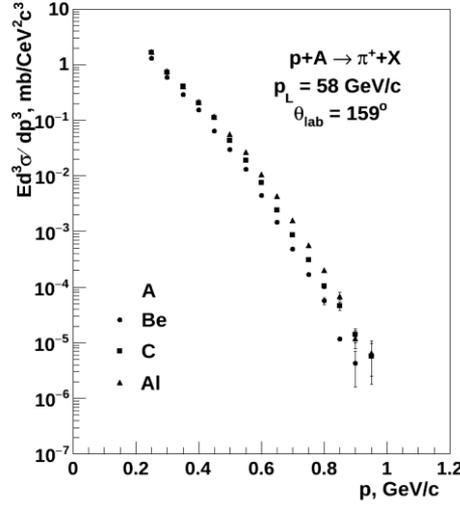
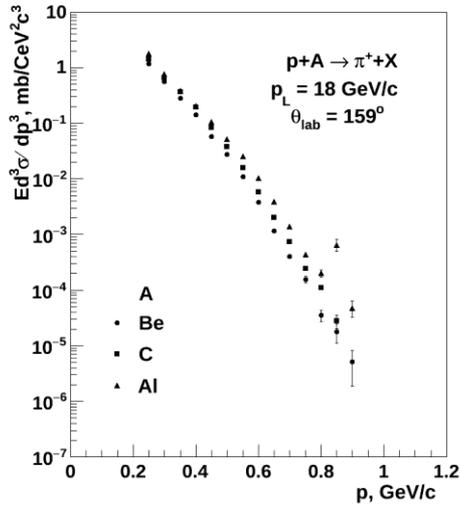
$\theta_{\text{lab}} = 70, 90, 118, 160$  deg.



N.A. Nikiforov et al., Phys.Rev.C22 (1980) 700.

# Спектры пионов на У70

$p_L = 18, 58 \text{ GeV/c}$ ,  $A = \text{Be, C, Al, Ti, Mo, W}$   $\theta_{\text{lab}} = 159 \text{ deg.}$

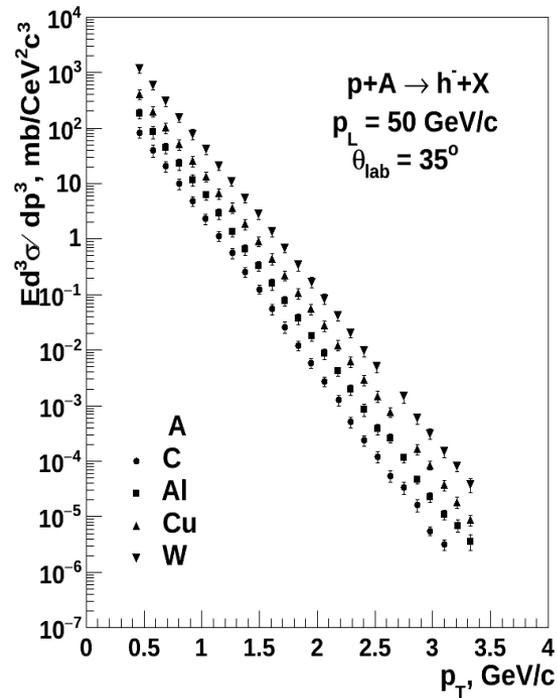
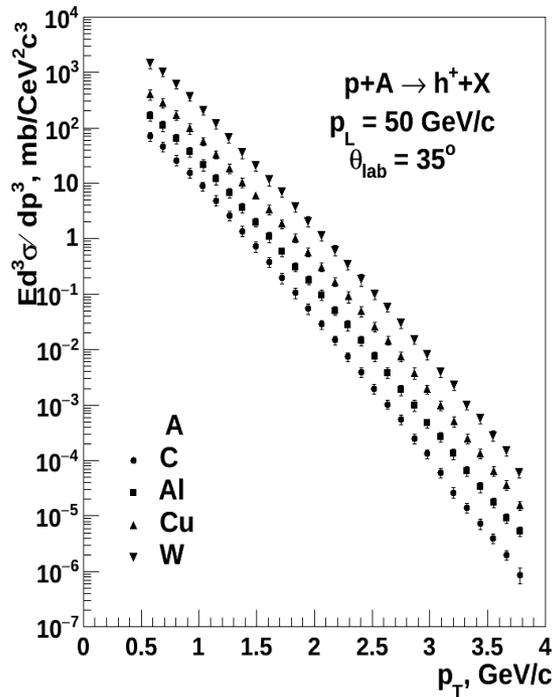


В таблице представлены максимально допустимые значения поперечного импульса инклюзивного пиона

$p_L$ (GeV/c)	p	C	Ti	W	$p_{\text{max}}^\pi$ (GeV/c)
18	0.43	4.1	9.56	14.1	
58	0.46	5.2	16.3	34.5	

# Спектры адронов на У70

$p_L = 50 \text{ GeV}/c$ ,  $A = \text{C, Al, Cu, W}$ ,  $\theta_{\text{lab}} = 35 \text{ deg.}$



В таблице  
представлены  
максимально  
допустимые значения  
поперечного импульса  
инклюзивного пиона

V.V.Ammosov et al., Yad.Fiz. 76 (2013) 1276.

$p_{T \text{ max}}^{\pi}$   
(GeV/c)

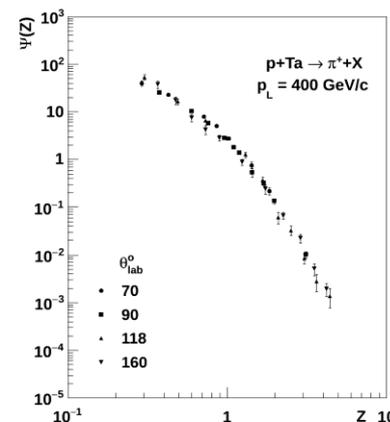
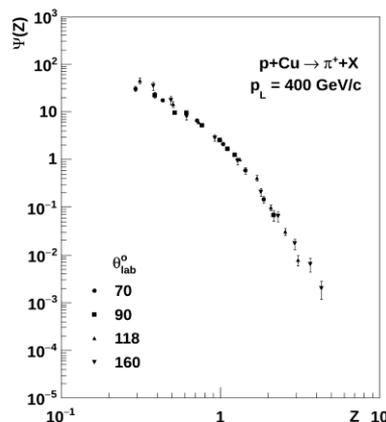
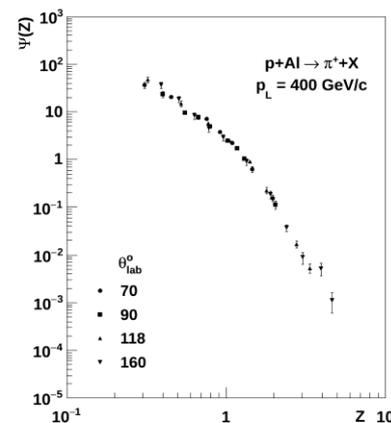
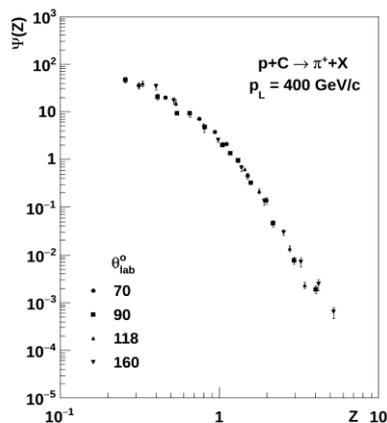
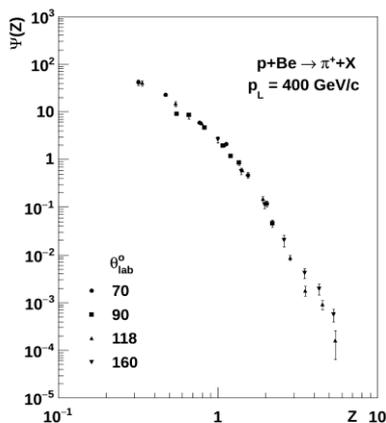
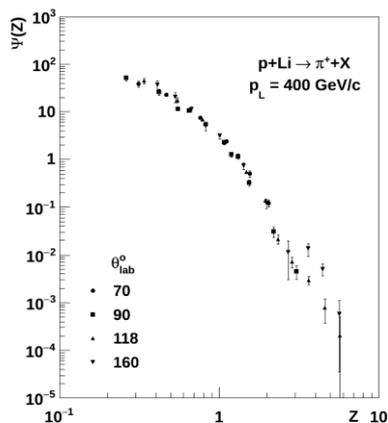
$p$	$C$	$Al$	$Cu$	$W$
2.6	15.6	20.7	24.4	26.7

# Z-представление спектров

$p_L = 400 \text{ GeV}/c$ ,

$A = \text{Li, Be, C, Al, Cu, Ta}$

$\theta_{\text{lab}} = 70, 90, 118, 160 \text{ deg.}$

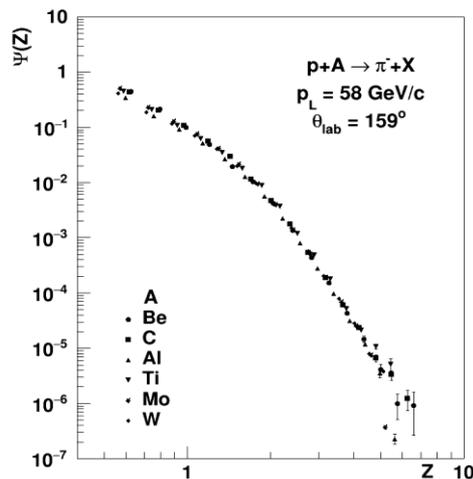
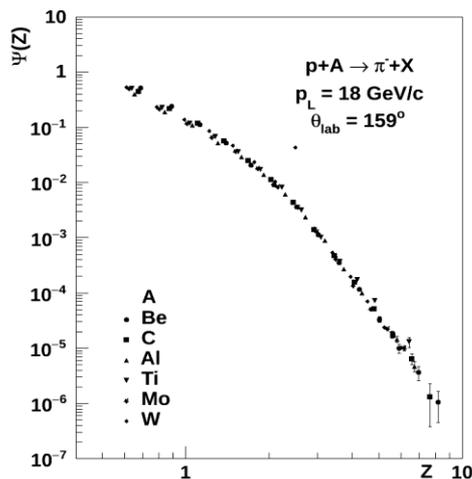
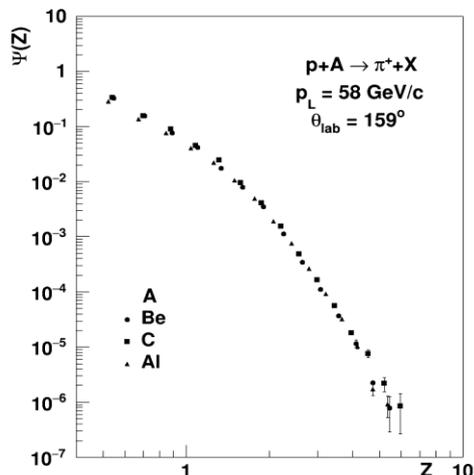
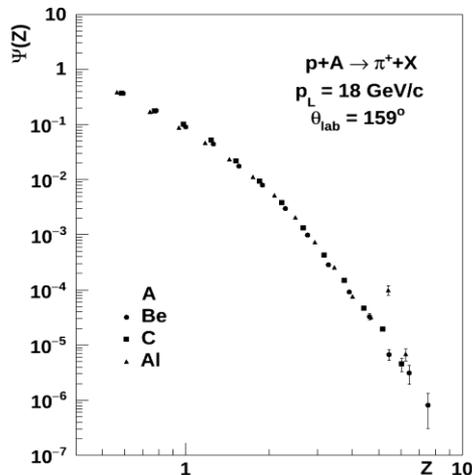


- Скейлинг в рождении пионов в  $p+A$  столкновениях
- Универсальность формы  $\Psi(z)$
- Самоподобие в рождении пионов наблюдается в широкой области энергий  $\sqrt{s}$ , углов вылета  $\theta$  поперечного импульса  $p_T$  и атомного номера ядра  $A$

N.A. Nikiforov et al., Phys.Rev.C22 (1980)700.

# Z-представление спектров

$p_L = 18, 58 \text{ GeV}/c$ ,  $A = \text{Be, C, Al, Ti, Mo, W}$   $\theta_{\text{lab}} = 159 \text{ deg.}$

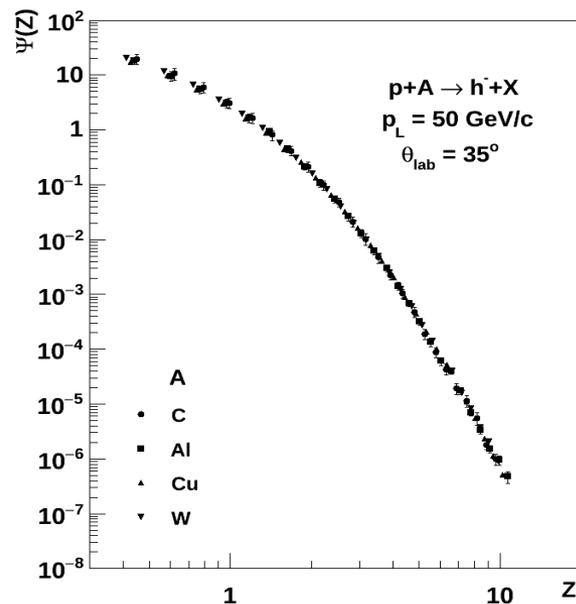
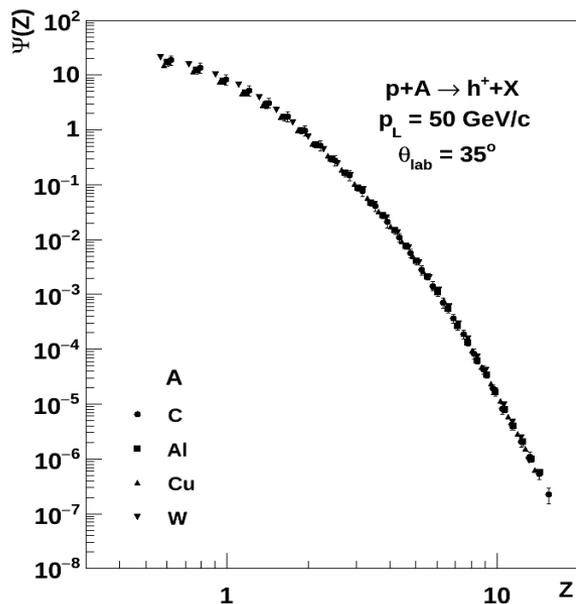


- Скейлинг в рождении пионов в  $p+A$  столкновениях
- Универсальность формы  $\Psi(z)$
- Самоподобие в рождении пионов наблюдается в широкой области энергий  $\sqrt{s}$ , углов вылета  $\theta$  поперечного импульса  $p_T$  и атомного номера ядра  $A$

О.Р.Gavrishchuk et al., Nucl. Phys. A523 (1991) 589.

# Z-представление спектров

$p_L = 50 \text{ GeV}/c$ ,  $A = \text{C, Al, Cu, W}$ ,  $\theta_{\text{lab}} = 35 \text{ deg.}$



- Скейлинг в рождении адронов в p+A столкновениях
- Универсальность формы  $\Psi(z)$
- Самоподобие в рождении пионов наблюдается в широкой области энергий  $\sqrt{s}$ , углов вылета  $\theta$  поперечного импульса  $p_T$  и атомного номера ядра  $A$

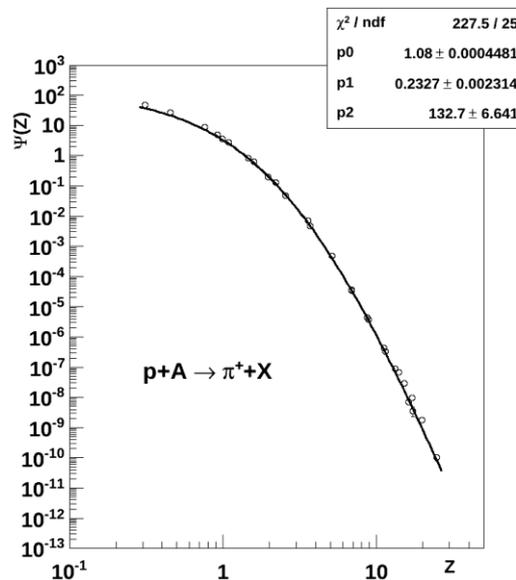
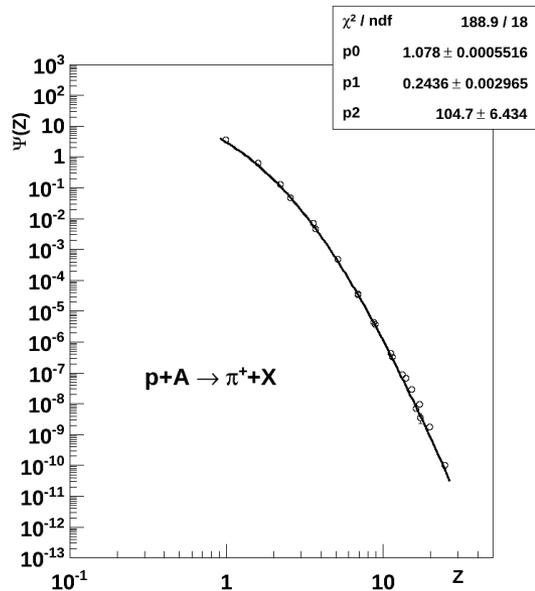
V.V.Ammosov et al., Yad.Fiz. 76, 1276 2013.

# Функция Цаллиса

Данные в z-представлении хорошо описываются функцией Цаллиса

$$\Psi(z) = C \cdot ((q-1) \cdot z / T)^{-1/(q-1)}$$

Параметры:  
C - нормировка  
T - "температура"  
q - параметр неаддитивности



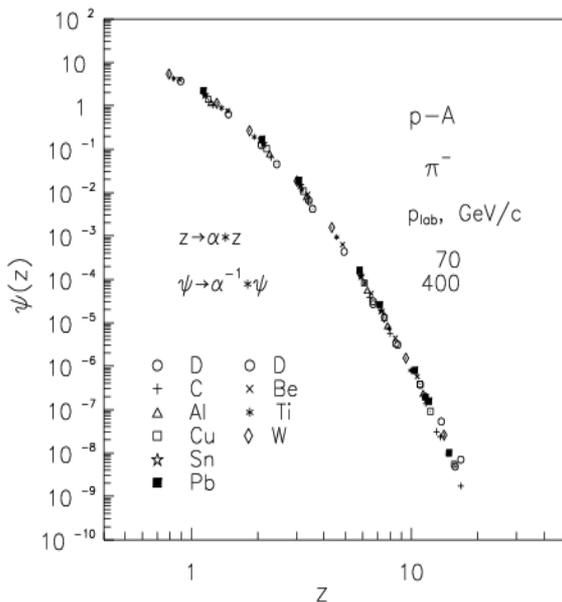
Данные некумулятивного рождения в рd  
J.W. Cronin et al., Phys. Rev. D11 (1975) 3105.  
D. Antreasyan et al., Phys. Rev. D19 (1979) 764.  
D.E. Jaffe et al., Phys. Rev. D40 (1989) 2777.

Фит комбинированных данных рождения некумулятивных частиц в рd и кумулятивных в рТа

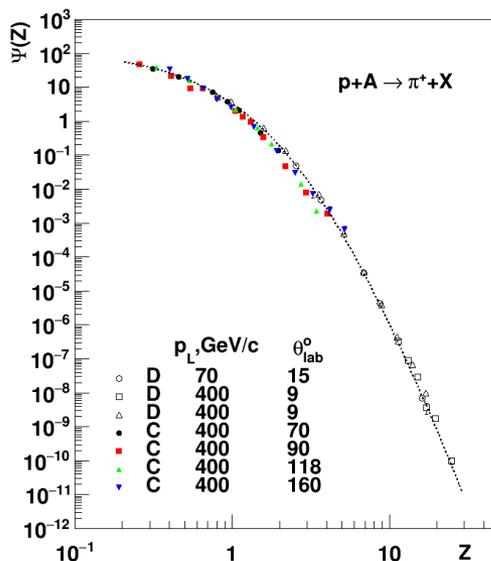
# Самоподобие в рождении частиц в $p+A$

ФНАЛ (Дж.Кронин, Г.Лексин, Д.Джаффе) U70 (Р.Суляев, В.Гапиенко)

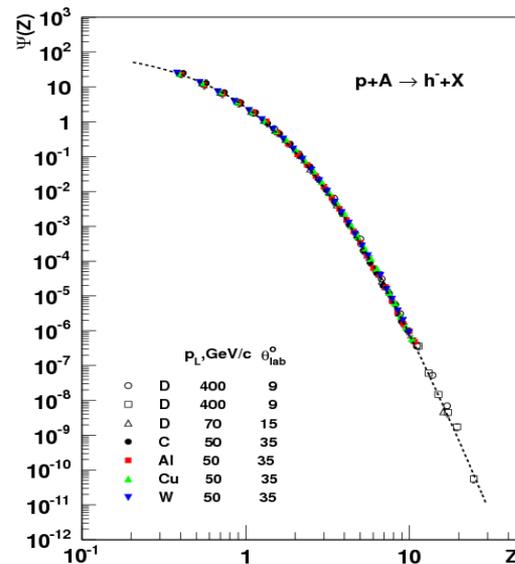
большие  $p_T$  и  
некумулятивное рождение



малые  $p_T$  и  
кумулятивное рождение



большие  $p_T$  и  
кумулятивное рождение

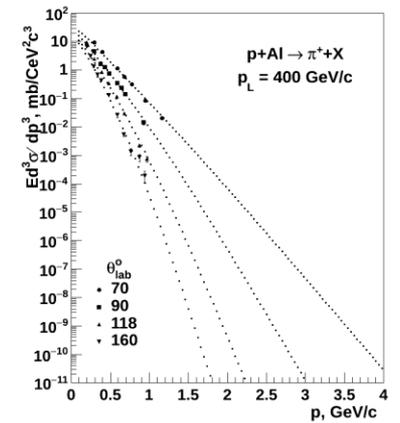
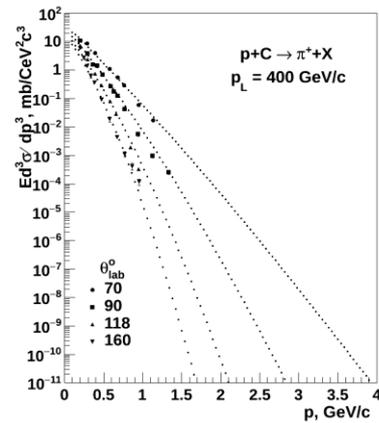
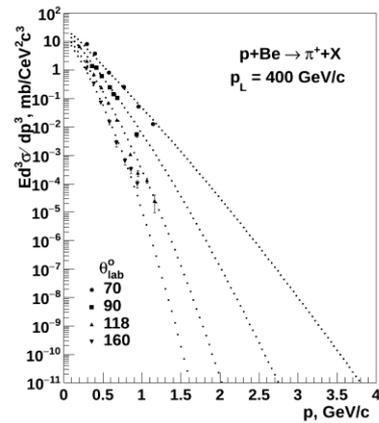
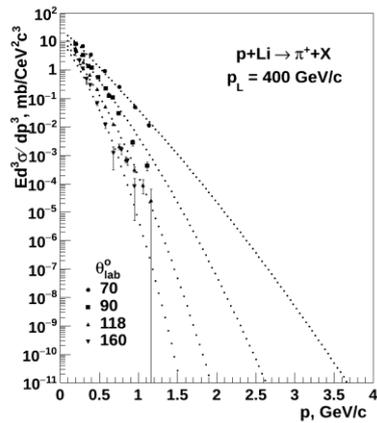


- Сканирование по энергии  $pA$
- Спектры кумулятивных частиц
- Зависимость  $dN_{ch}/d\eta$  от  $\sqrt{s}$  и  $\eta$

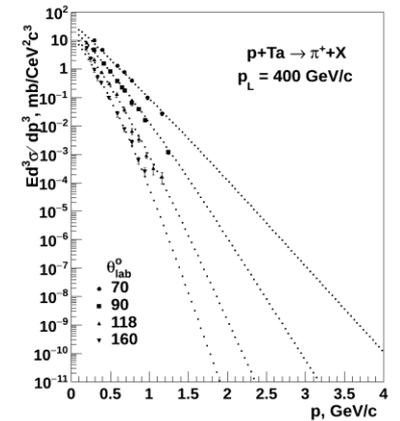
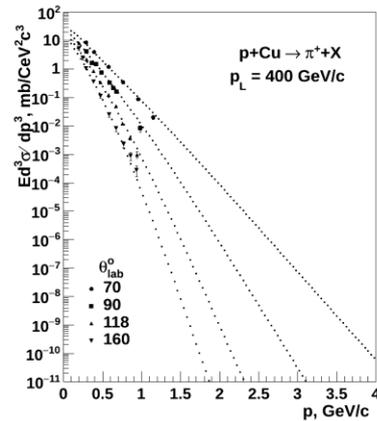
Изучение зависимости модельных параметров  $\delta_1, \delta_2$  позволит установить область применимости  $z$ -скейлинга

Поиск фазового перехода и КТ  $\longleftrightarrow$  Поиск нарушений  $z$ -скейлинга

# Предсказание спектров ФНАЛ



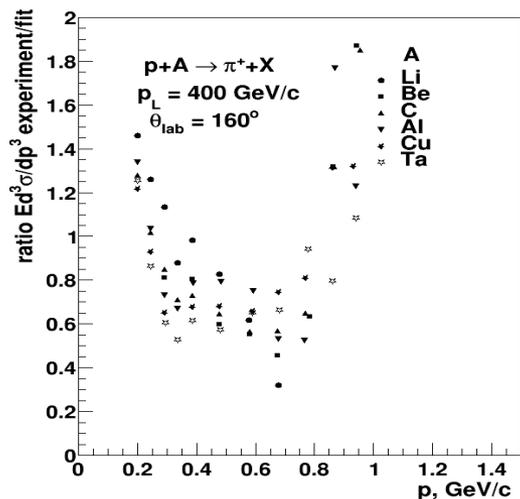
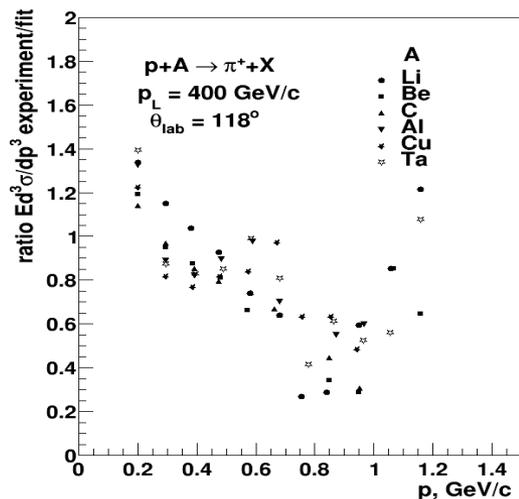
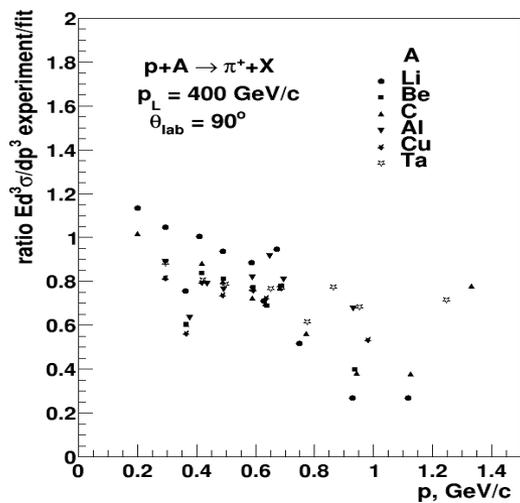
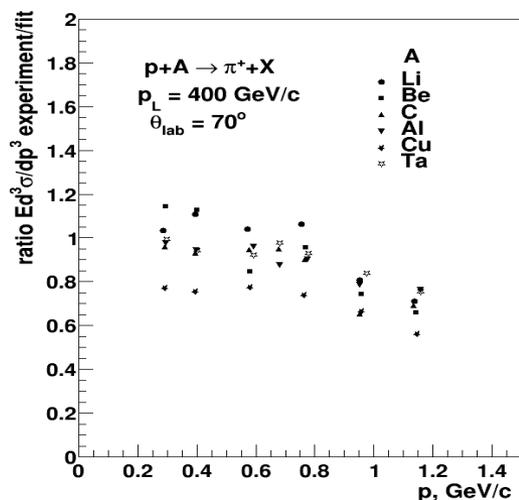
Ожидаемое поведение спектров частиц при **отсутствии** новых эффектов (фазовых переходов)



N.A. Nikiforov et al., Phys.Rev.C22 (1980)700.

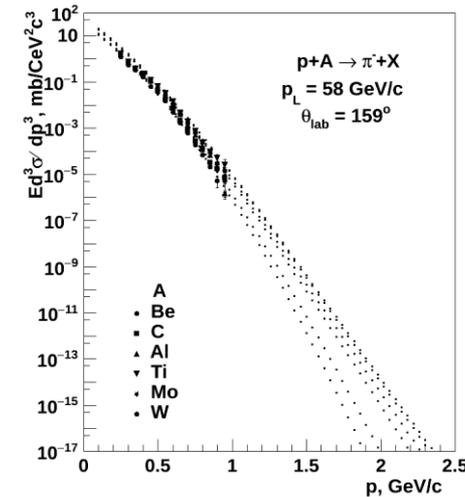
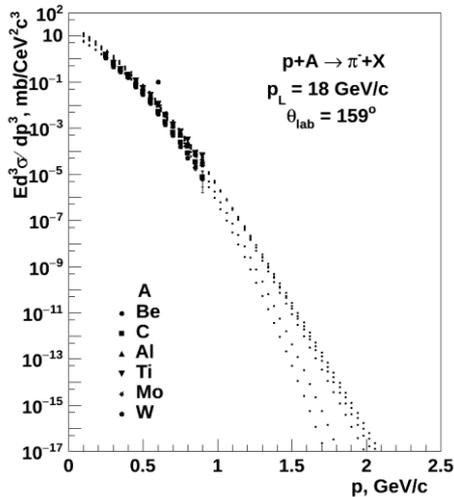
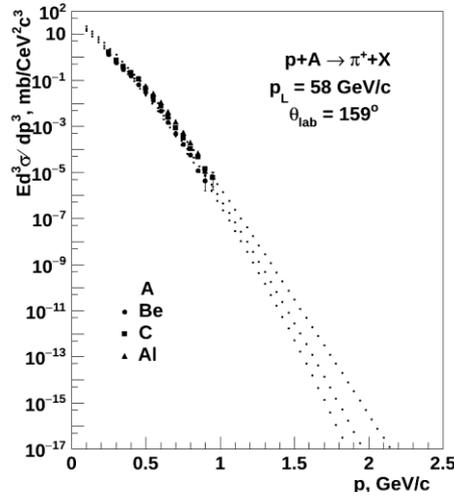
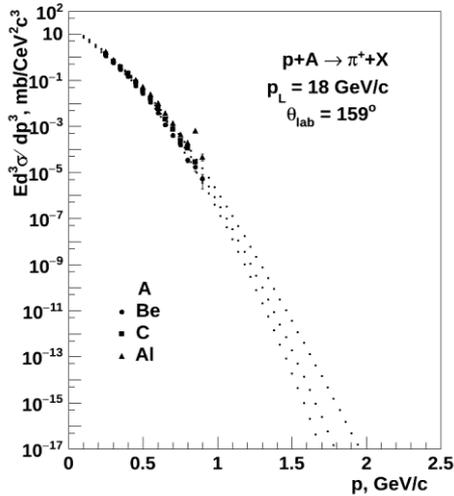
A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 2, 91, 2014.

# Отношение сечений: эксперимент/модель



Минимизация  
отношения при низких  
импульсах – меньше  
статистическая ошибка

# Предсказание спектров У70

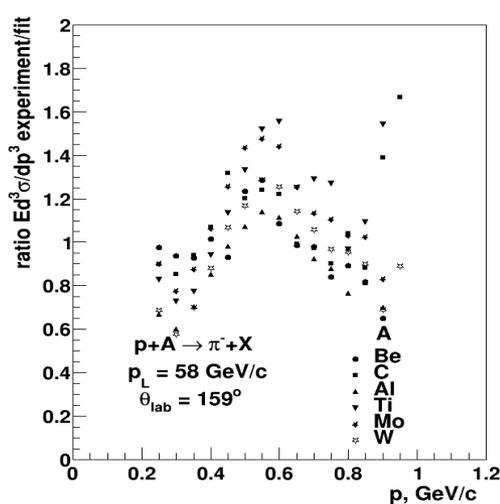
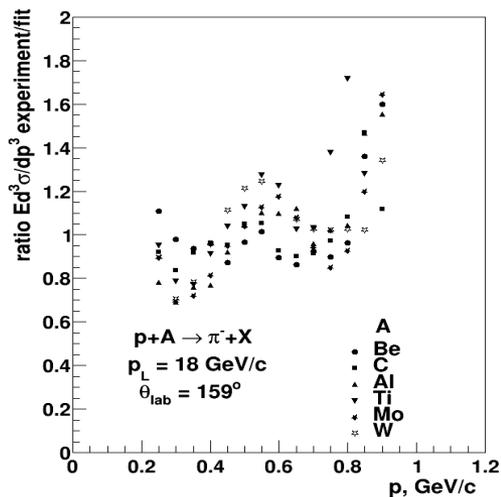
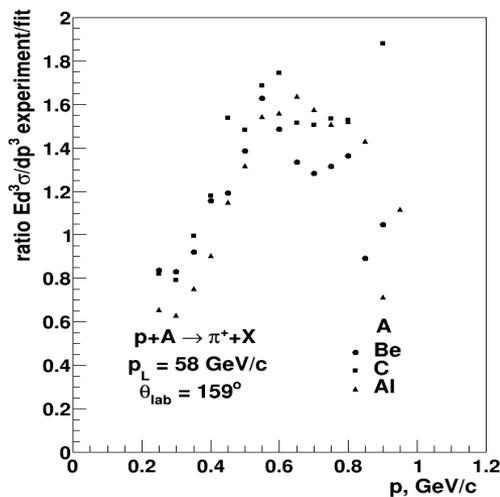
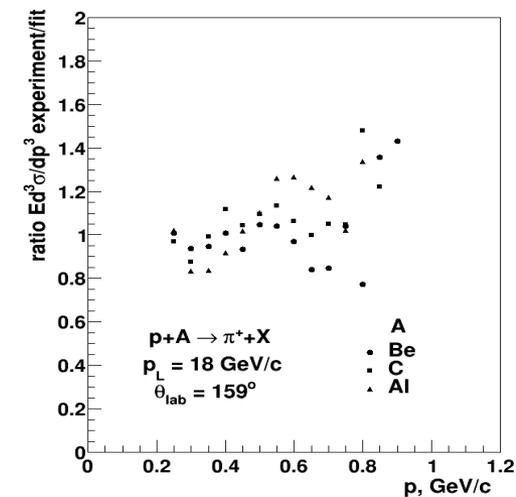


Ожидаемое поведение спектров частиц при **отсутствии** новых эффектов (фазовых переходов)

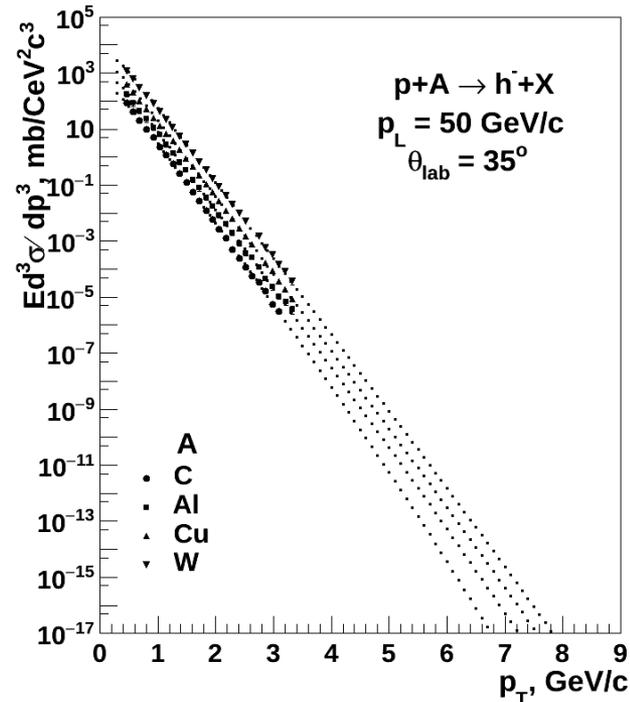
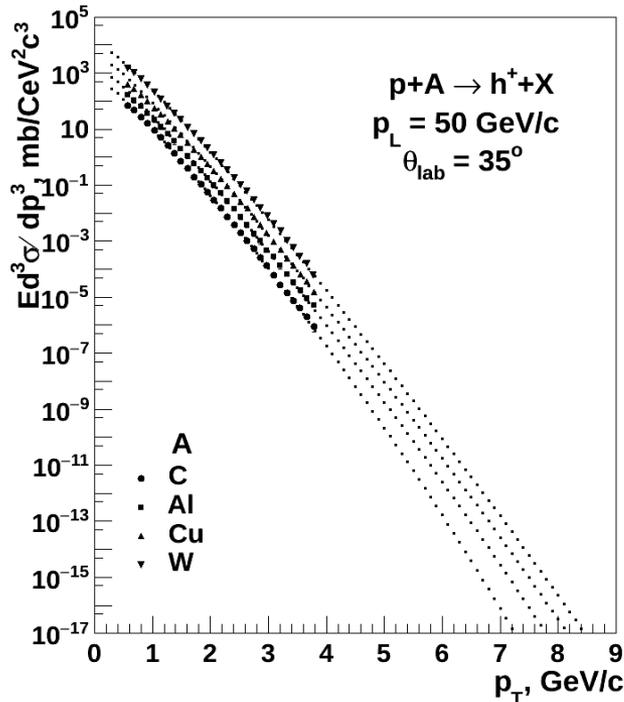
O.P.Gavrishchuk et al., Nucl. Phys. A523 (1991) 589  
A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 4, 391, 2014  
erratum: Phys.Part.Nucl.Lett. 11 6, 818 2014.

# Отношение сечений: эксперимент/модель

Минимизация  
отношения при низких  
импульсах – меньше  
статистическая ошибка



# Предсказание спектров У70

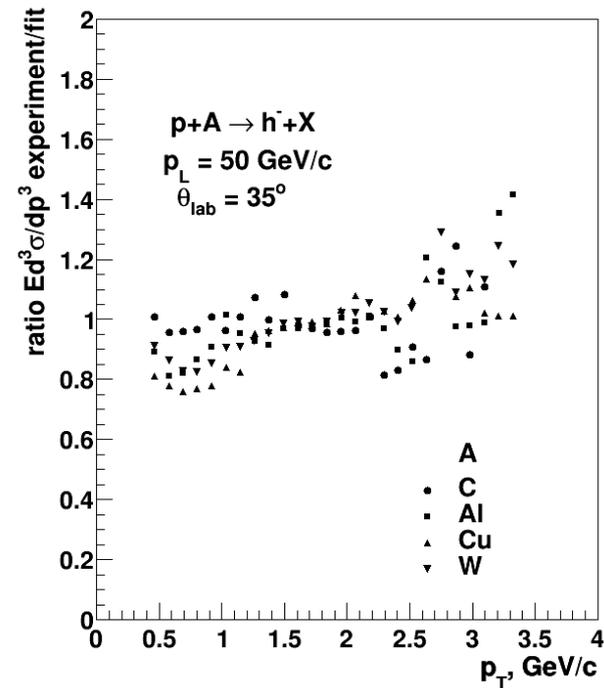
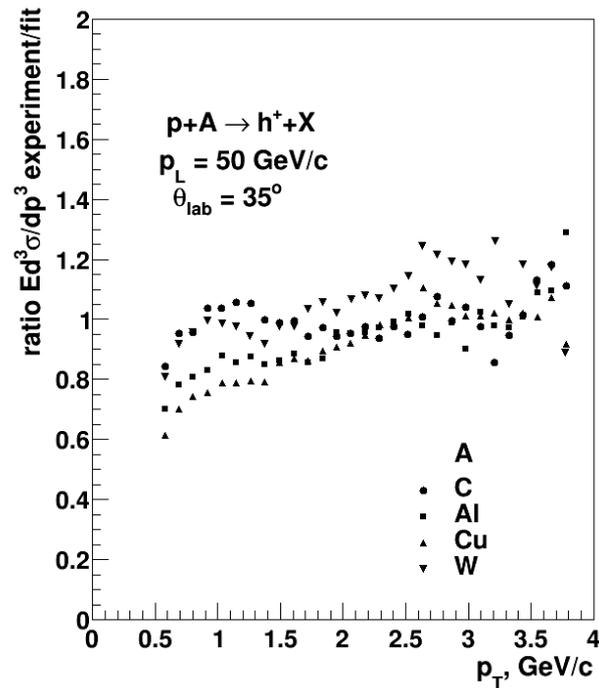


Ожидаемое поведение спектров частиц при **отсутствии** новых эффектов (фазовых переходов)

V.V.Amosov et al., Yad.Fiz. 76, 1276 2013.

A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 4, 381, 2014.

# Отношение сечений: эксперимент/модель

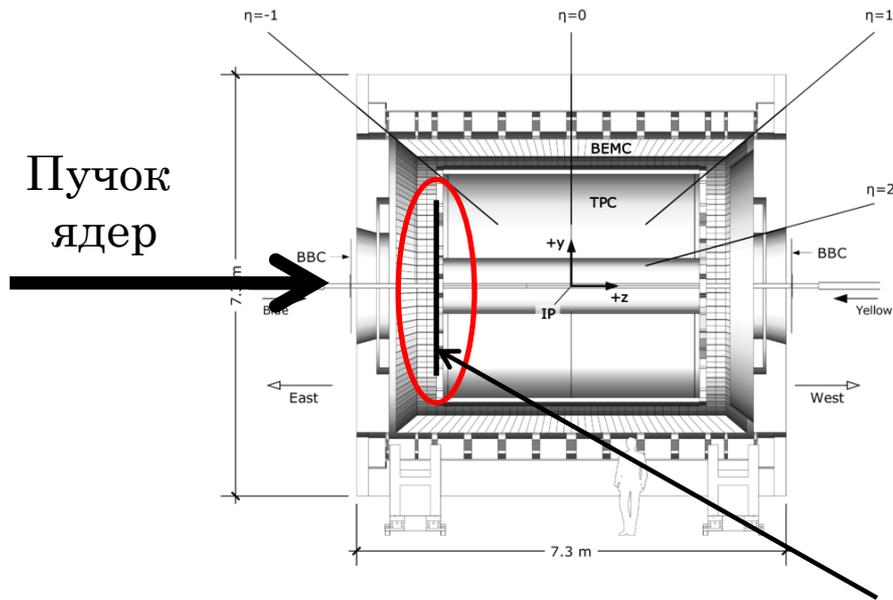


отклонение не превышает 50% - высокая статистика

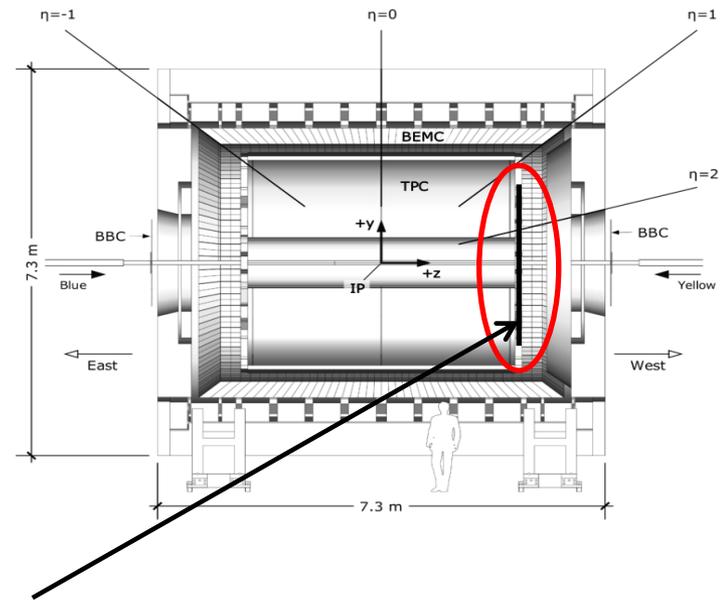
# Предложение эксперимента с фиксированной мишенью на STAR

Эксперимент с фиксированной мишенью предполагает две принципиальные возможности

фрагментация пучка:  
больше статистика, больше фон



фрагментация мишени:  
меньше статистика, ближе кумулятивная граница



Ядерная мишень

# Z-скейлинг в ядро-ядерных столкновениях

Столкновения тяжелых ядер требуют введения дополнительных параметров для учета влияния ядерной среды

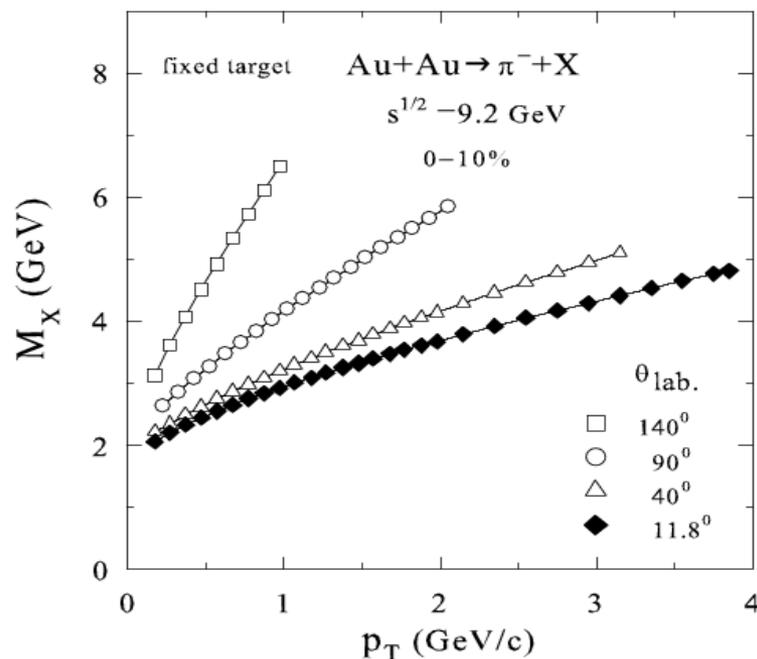
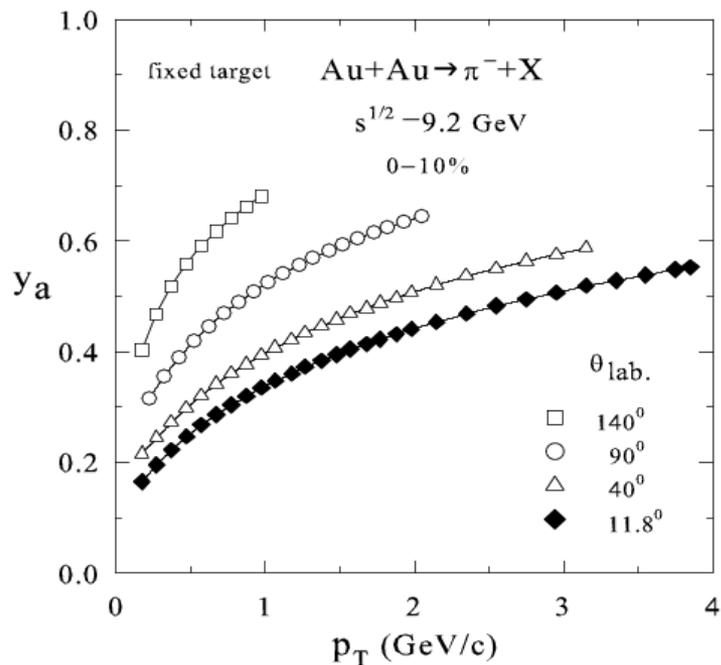
$$Z = Z_0 \Omega^{-1} \quad Z_0 = \frac{s_{\perp}^{1/2}}{(dN_{ch}/d\eta)^c m}$$

$\delta$  – фрактальная размерность сталкивающихся объектов  
 $\varepsilon$  – фрактальная размерность  
 $c$  – "теплоемкость" среды

$$\Omega = (1-x_1)^{\delta_1} (1-x_2)^{\delta_2} (1-y_1)^{\varepsilon} (1-y_2)^{\varepsilon}$$

$$\begin{cases} \partial\Omega/\partial x_1 \big|_{y_1=y_1(x_1, x_2, y_2)} = 0 \\ \partial\Omega/\partial x_2 \big|_{y_1=y_1(x_1, x_2, y_2)} = 0 \\ \partial\Omega/\partial y_2 \big|_{y_1=y_1(x_1, x_2, y_2)} = 0 \\ (x_1 P_1 + x_2 P_2 - p/y_1)^2 = (x_1 M_1 + x_2 M_2 + m_2/y_2)^2 \end{cases}$$

# Микроскопический сценарий рождения пионов в Au+Au столкновениях



При увеличении поперечного импульса:

- Потери энергии:  $\Delta E/E \sim (1-y_1)$  уменьшаются
- Ближе кинематическая граница
- Высокая множественность

## Заключение:

- Проведен систематический анализ экспериментальных данных по кумулятивному рождению заряженных адронов в  $pA$  столкновениях в широком диапазоне энергий ( $p_L = 18 - 400$  ГэВ/с) в рамках теории  $z$ -скейлинга. Построены скейлинговые функции  $\Psi(z)$ .
- Проведен анализ кинематики столкновений протонов с ядрами в исследованном диапазоне энергий в зависимости от типов ядер и направления вылета инклюзивной частицы.
- Проведено сравнение полученных данных с результатами анализа некумулятивного рождения заряженных пионов  $p^+$ . Сравнение позволило подтвердить предположение об универсальности формы скейлинговой кривой.
- Выполнена проверка свойств кривой  $\Psi(z)$  в столкновениях протонов с ядрами: подтверждена универсальность функции  $\Psi(z)$ , ее независимость от энергии столкновения и угла вылета частицы, степенное поведение функции в области больших  $z$ ,  $\Psi(z) \sim z^{-\beta}$ .
- На основе установленных свойств  $z$ -скейлинга сделано предсказание поведения импульсных спектров заряженных адронов в  $pA$  взаимодействиях в глубоко-кумулятивной области, высоких поперечных импульсов.
- На основе теоретических представлений о свойствах фазовых переходов и критических явлений, был проведен поиск характерных сигнатур фазового перехода в ядерной материи в исследованных экспериментальных данных. Однако, четкого подтверждения этих предположений получено не было.
- С целью экспериментального поиска фазового перехода и критической точки в ядерной материи было дано предложение к постановке эксперимента с фиксированной мишенью на детекторе STAR. Предложение учитывает различную динамику взаимодействия при различной постановке эксперимента с фиксированной мишенью.

## Список публикаций по теме исследования:

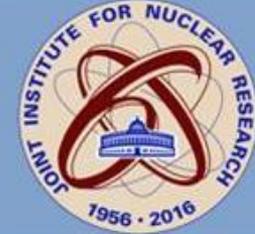
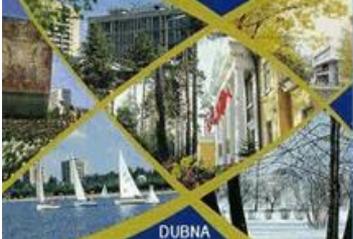
- 1) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Self-similarity of high- $p_T$  hadron production in pA collisions PoS (Baldin-ISHEPP-XXI), 067, 2012.
- 2) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, z-Scaling of cumulative hadron production in pA collisions at high energies Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, 245, 149-152, 2013.
- 3) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Self-similarity of low- $p_T$  cumulative pion production in proton-nucleus collisions at high energies Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 2, 91-100, 2014.
- 4) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Self-similarity of high- $p_T$  cumulative hadron production in pA collisions at high energies at U70 Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 4, 381-390, 2014.
- 5) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Self-similarity of low- $p_T$  cumulative pion production in proton-nucleus collisions at U70 Phys.Part.Nucl.Lett. 11, 4, 391-403, Phys.Part.Nucl.Lett. 11 6, 818 2014.
- 6) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, I. Zborovsky, Self-similarity of proton spin PoS (Baldin-ISHEPP-XXI), 037, 2014.
- 7) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Self-similarity of cumulative hadron production in pA collisions at low- and high- $p_T$  PoS (Baldin-ISHEPP-XXI), 039, 2014.
- 8) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, I. Zborovsky, Fractal structure of hadrons in processes with polarized protons at SPD NICA (Proposal for experiment) Phys.Part.Nucl.Lett. 12, 1, 48-58, 2015.
- 9) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, I. Zborovsky, Self-similarity of hard cumulative processes in fixed target experiment for BES-II at STAR Phys.Part.Nucl.Lett. 12, 2, 221-229, 2015.
- 10) A. A. Aparin, M. V. Tokarev, Cumulative hadron production in pA collisions in the framework of z-scaling, Int. J. Mod. Phys. Conference Series 39, 1560110, 2015.

## Апробация работы:

- 1) XVIII Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых Ломоносов-2011, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия. Исследование поведения заряженных частиц в тяжелоионных столкновениях: Au+Au при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$  ГэВ, 2011.
- 2) XXI International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems, ОИЯИ, Дубна, Россия. Self-similarity of high- $p_T$  hadron production in pA collisions, 2012.
- 3) XVI конференция молодых учёных и специалистов ОМУС-2012, ОИЯИ, Дубна, Россия. Оценка потерь энергии в Au-Au столкновениях при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$  ГэВ, 2012.
- 4) XVI Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow State University, Moscow, Russia. Self-similarity of high- $p_T$  cumulative hadron production in pA collisions, 2013.
- 5) Hadron Structure `13, Institute of Physics, Slovak Academy of Sciences, Tatranske Matliare, Slovakia. z-Scaling of cumulative hadron production in pA collisions at high energies, 2013.
- 6) Научный семинар в Лаборатории Физики Высоких Энергий ОИЯИ, Дубна, Россия. О самоподобии рождения кумулятивных частиц в pA взаимодействиях при высоких энергиях, 2013.

## Апробация работы:

- 7) XVIII Международная научная конференция молодых ученых и специалистов (ОМУС-2014), ОИЯИ, Дубна, Россия. Scaling features of cumulative charged particle production in pA collisions at high energies, 2014.
- 8) Quark Matter 2014, XXIV International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Darmstadt, Germany. Cumulative Particle Production in p+A Collisions and z-Scaling, 2014.
- 9) XXII International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna, Russia. Self-similarity of high- $p_T$  hadron production in pA collisions, 2014.
- 10) Hadron Structure `15, Institute of Physics, Slovak Academy of Sciences, Horny Smokovec, Slovakia. Cumulative hadron production in pA collisions in the framework of z-scaling, 2015.
- 11) XVII Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow State University, Moscow, Russia. On possibility to study hard cumulative processes in a fixed target experiment at STAR, 2015.



Спасибо за внимание!

# Дополнительные слайды

# Самоподобие в физике частиц

*Скейлинг Бьеркена:*

В определенной области кинематических переменных протонные структурные функции не зависят от переданного импульса  $q^2 = -Q^2$ , а являются функциями только безразмерной переменной  $x = Q^2/2Mv$

$$\lim_{v \rightarrow \infty, q^2 \rightarrow \infty} 2MW_1(v, q^2) \rightarrow F_1(\omega)$$

$$\lim_{v \rightarrow \infty, q^2 \rightarrow \infty} vW_2(v, q^2) \rightarrow F_2(\omega)$$

$$\omega = 2Mv / q^2$$

*Скейлинг Фейнмана, предельная фрагментация Янга:*

Вероятность рождения инклюзивной частицы с определенным значением продольного импульса  $p_L$  или  $p_T$ , при разных энергиях столкновения является универсальной функцией от переменной  $x_F = p_L/p_{L \max}$

$$Ed^3\sigma / dp^3 = f(x_F, p_\perp)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty, x \rightarrow 0} f'(s, x, p_\perp) \rightarrow f(p_\perp)$$

*P-KNO скейлинг:*

вероятность рождения  $n$  частиц  $P_n(s)$  пропорциональна функции  $\Psi(n/\langle n \rangle)$ , зависящей от отношения  $n/\langle n \rangle$  и удовлетворяющей условию нормировки

$$P_n(s) = \frac{1}{\langle n \rangle} \psi\left(\frac{n}{\langle n \rangle}\right), \quad \int_0^\infty \psi(Z) dZ = 1$$

$$P_n = \int_{nZ_0}^{(n+1)Z_0} \psi(Z) dZ$$

# Самоподобие в физике частиц

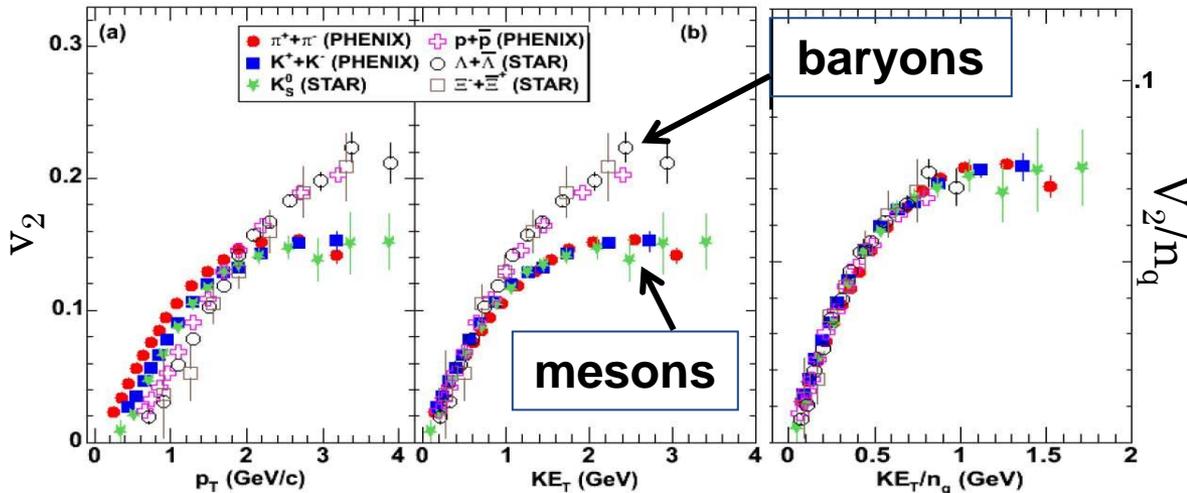
Правила кваркового счета

Матвеев-Мурадян-Тавхелидзе, Бродский-Фарад:

определяют энергетическую зависимость дифференциальных сечений рассеяния на большие углы при высоких энергиях столкновений и фиксированном угле  $\vartheta$ , а также поведение формфакторов адронов  $F_a(t)$  при больших передачах импульса  $t = q^2$

$$\frac{d\sigma}{dt}(a+b \rightarrow c+d) \sim \frac{f(\vartheta)}{s^{n_a+n_b+n_c+n_d-2}}, \quad F_a(t) \sim \frac{1}{|t|^{n_a-1}} \quad \begin{array}{l} s, t \rightarrow \infty \\ s/t \rightarrow const \end{array}$$

NCQ-скейлинг в эллиптическом потоке:



STAR:

Phys.Rev.Lett. 95 (2005) 122301

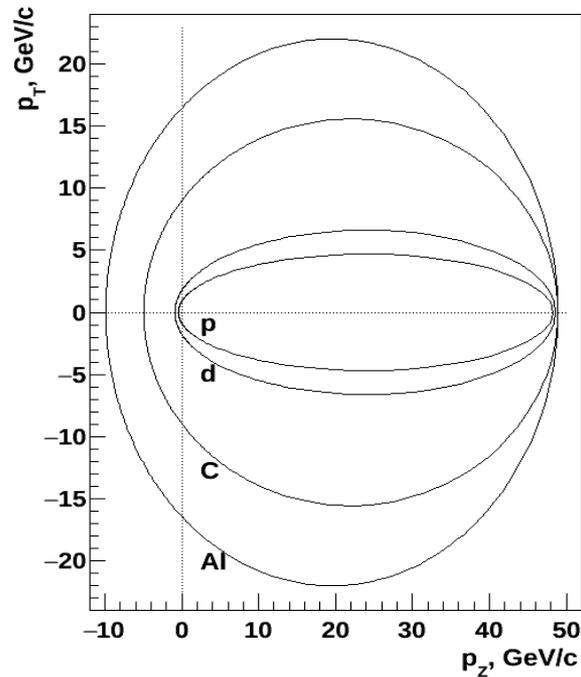
PHENIX:

Phys.Rev.Lett. 98 (2007) 162301

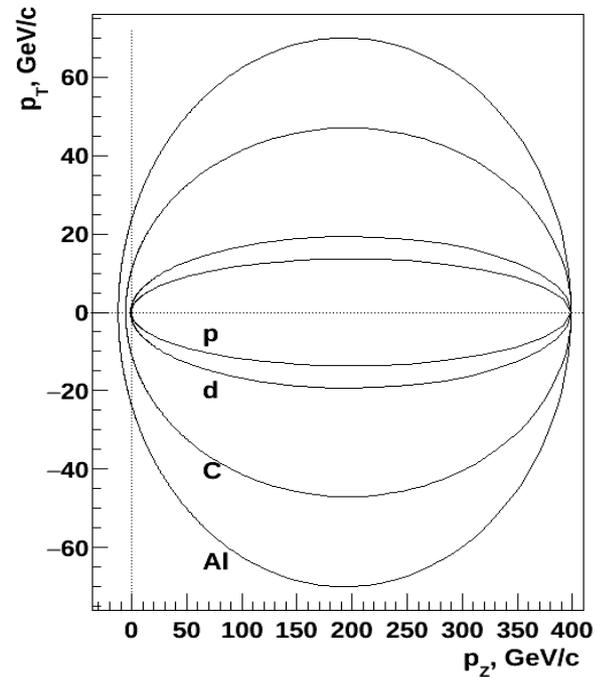
# Кинематика $pA$ столкновений

реакция  $p + A \rightarrow \pi^+ + X$

$p_L = 50 \text{ GeV}/c$



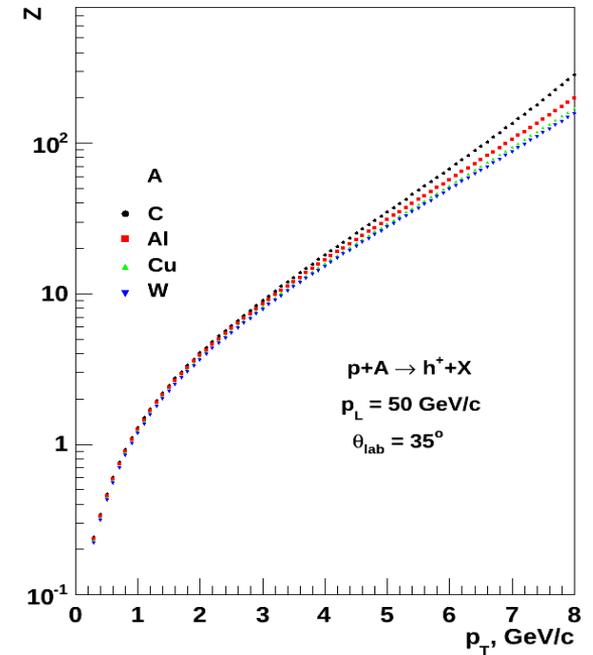
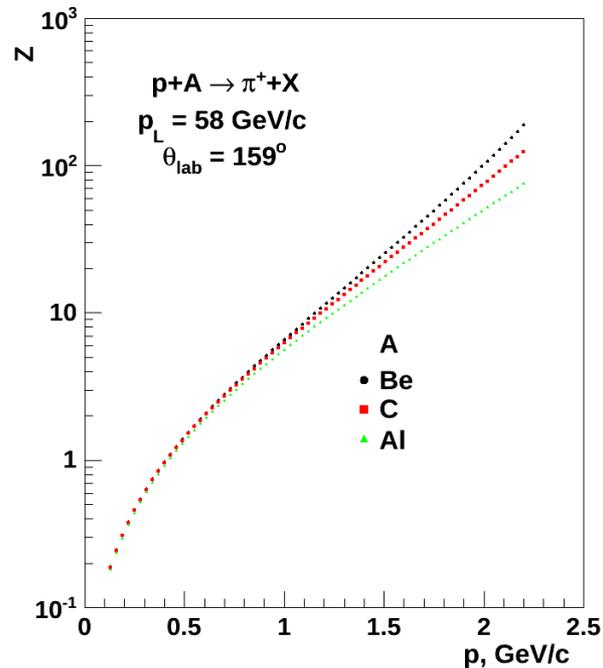
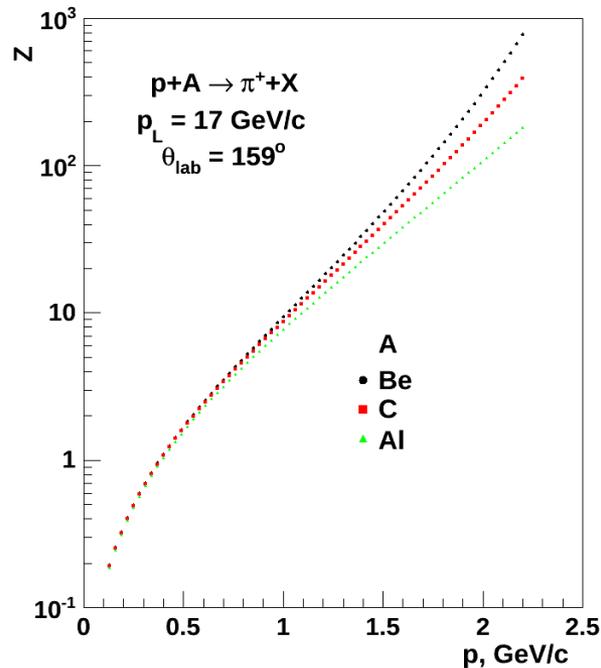
$p_L = 400 \text{ GeV}/c$



В несимметричных адрон-ядерных столкновениях выбор кинематической области исследования существенно влияет на постановку эксперимента. Преимущества большей статистики в передней полусфере нивелируется повышенным фоном фрагментов ядра.

# z-r<sub>T</sub> и z-r зависимости

Наиболее подходящая область для поиска новой физики в pA



$z > 20$

- Степенное поведение  $\Psi(z) \sim z^{-\beta}$
- Универсальная форма  $\Psi(z)$
- Аддитивность  $\delta_A$  для ядер

# Функция Цаллиса

## Энтропия Больцмана-Гиббса

$$S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i$$

**Аддитивность:**

$$S(A+B) = S(A) + S(B)$$

## Энтропия Цаллиса

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q-1} = k \sum_{i=1}^W p_i \ln_q (1/p_i) = -k \sum_{i=1}^W p_i^q \ln_q p_i^q \xrightarrow{q \rightarrow 1} S_{BG}$$

**Неаддитивность:**

$$S(A+B) = S(A) + S(B) + (1-q)S(A)S(B), \quad \text{кроме случая } q = 1$$

# Свойства $\Psi(z)$ установленные в $pp$ и $pp\text{-bar}$ СТОЛКНОВЕНИЯХ

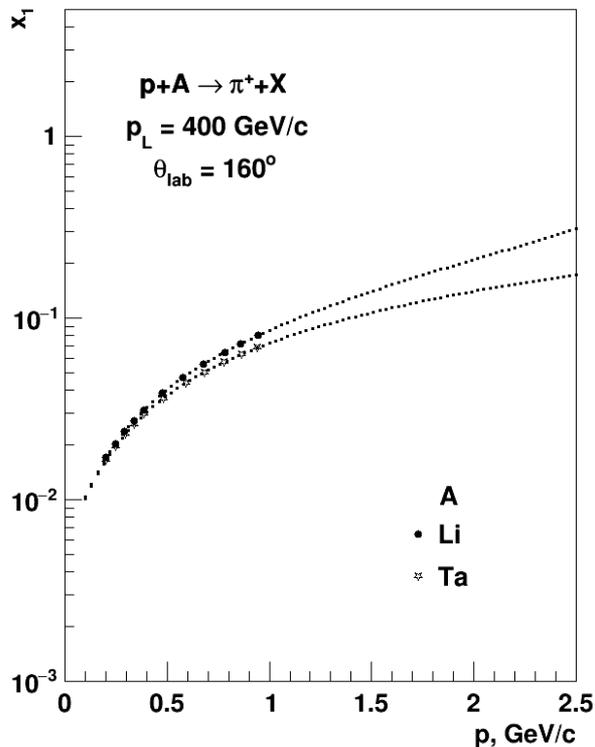
- Энергетическая независимость  $\Psi(z)$  ( $s^{1/2} > 20 \text{ GeV}$ )
- Угловая независимость  $\Psi(z)$  ( $\theta_{\text{cms}} = 3^\circ - 90^\circ$ )
- Multiplicity independence of  $\Psi(z)$  ( $dN_{\text{ch}}/d\eta = 1.5 - 26$ )
- Независимость от типа частиц  $\Psi(z)$   
( $p, K, \phi, \Lambda, \dots, D, J/\psi, B, \Upsilon, \dots, \text{top}$ )
- Степенное поведение  $\Psi(z) \sim z^{-6}$  при больших  $z$  ( $z > 4$ )
- Насыщение  $\Psi(z)$  при низких  $z$  ( $z < 0.1$ )

These properties reflect self-similarity, locality, and fractality of the hadron interaction at constituent level.

It concerns the structure of the colliding objects, interactions of their constituents, and fragmentation process.

M. Tokarev. & I. Zborovsky  
Phys. At. Nucl. 70, 1294 (2007)  
Phys. Rev. D 75, 094008 (2007)  
Int. J. Mod. Phys. A 24, 1417 (2009)  
J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37, 085008 (2010)  
Int. J. Mod. Phys. A 27, 1250115 (2012)

# Доли импульса $x_1$ , $x_2$ от $p$

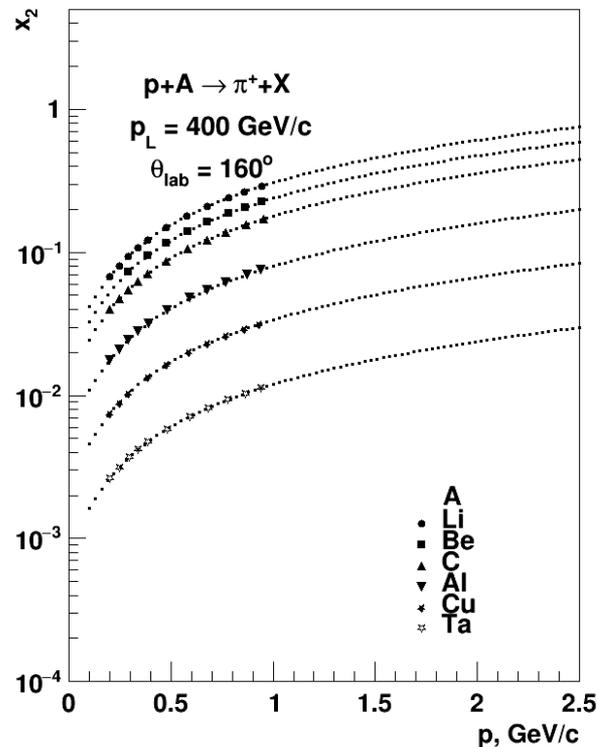


Область фрагментации протона

$$0 < x_1 < 1$$

некумулятивная область

$$x_2 < 1/A$$



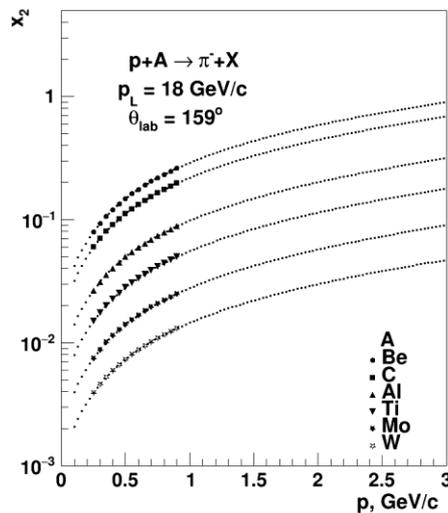
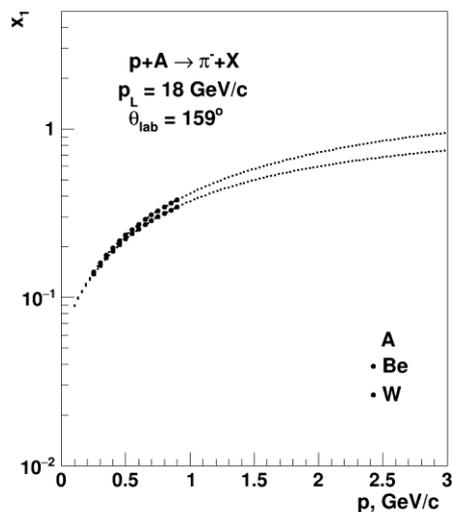
Область фрагментации ядра

$$0 < x_2 < 1$$

кумулятивная область

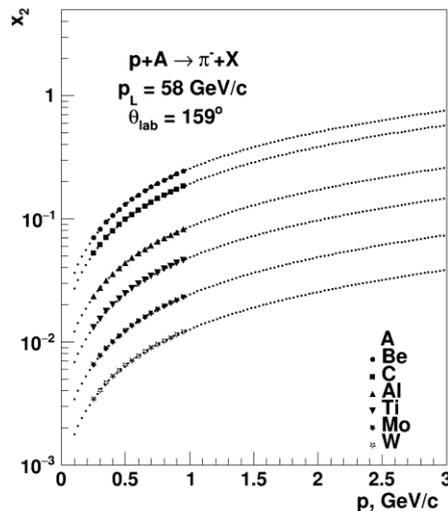
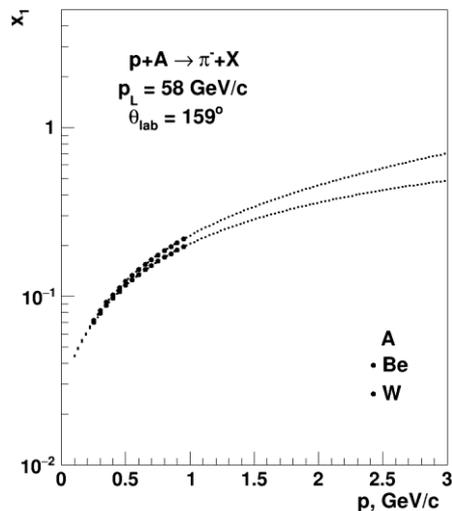
$$x_2 > 1/A$$

# Доли импульса $x_1$ , $x_2$ от $p$



Кинематическая область

$$0 < x_1, x_2 < 1$$



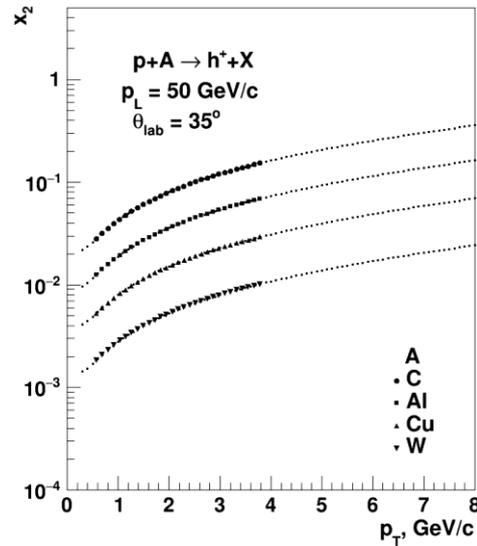
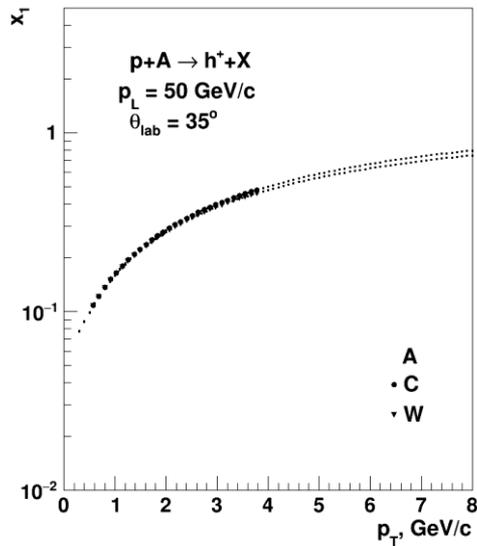
Некумулятивная область

$$x_2 < 1/A$$

Кумулятивная область

$$x_2 > 1/A$$

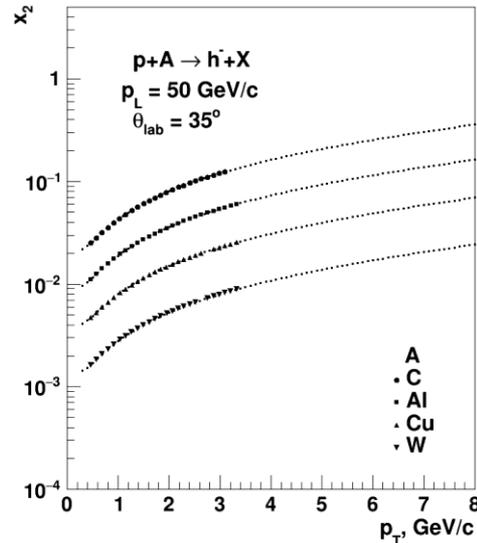
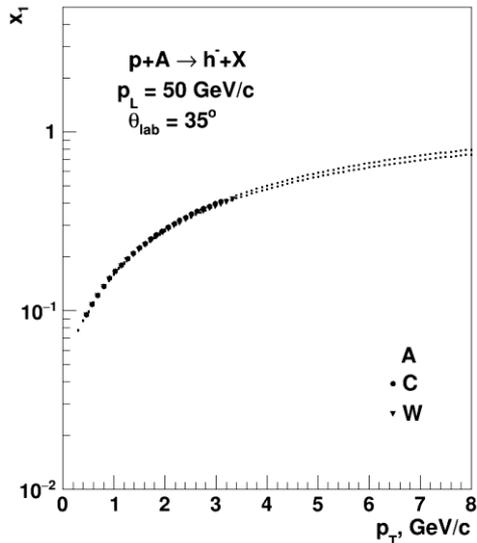
# Доли импульса $x_1$ , $x_2$ от $p_T$



$$p_L = 50 \text{ (GeV/c)} \quad \theta_{\text{lab}} = 35^\circ$$

Кинематическая область

$$0 < x_1, x_2 < 1$$



Некумулятивная область

$$x_2 < 1/A$$

Кумулятивная область

$$x_2 > 1/A$$

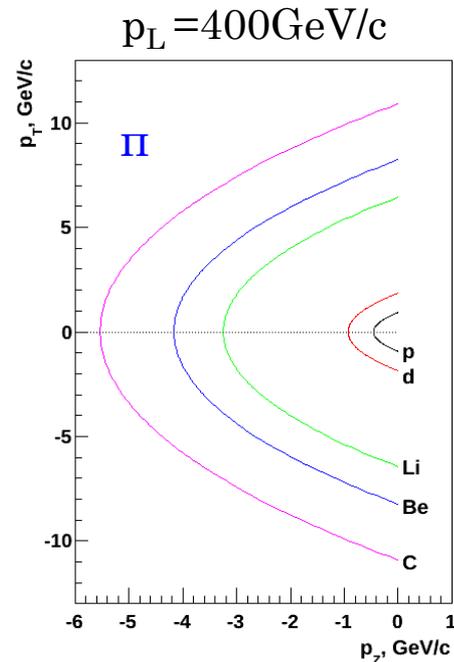
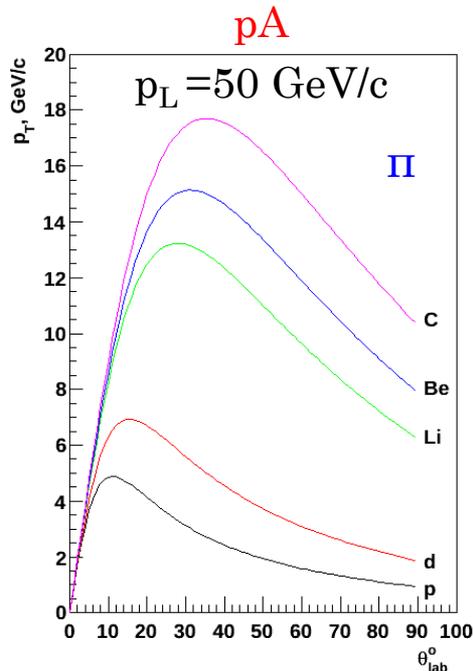
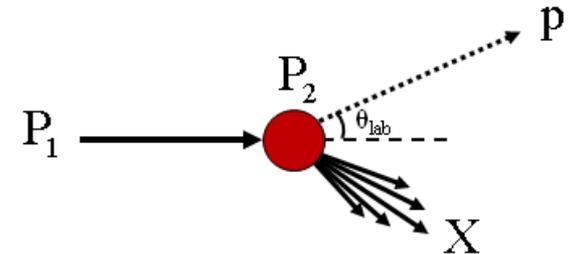
# Cumulative processes

A.M.Baldin & V.S.Stavinsky (1971)

The cumulative particle is a particle produced in the region forbidden for free nucleon kinematics:

$$P_1 + P_2 \rightarrow p + X$$

$$(P_1 + P_2 - p)^2 = M_X^2 \quad \Rightarrow \quad p_{\max}^A > p_{\max}^p$$

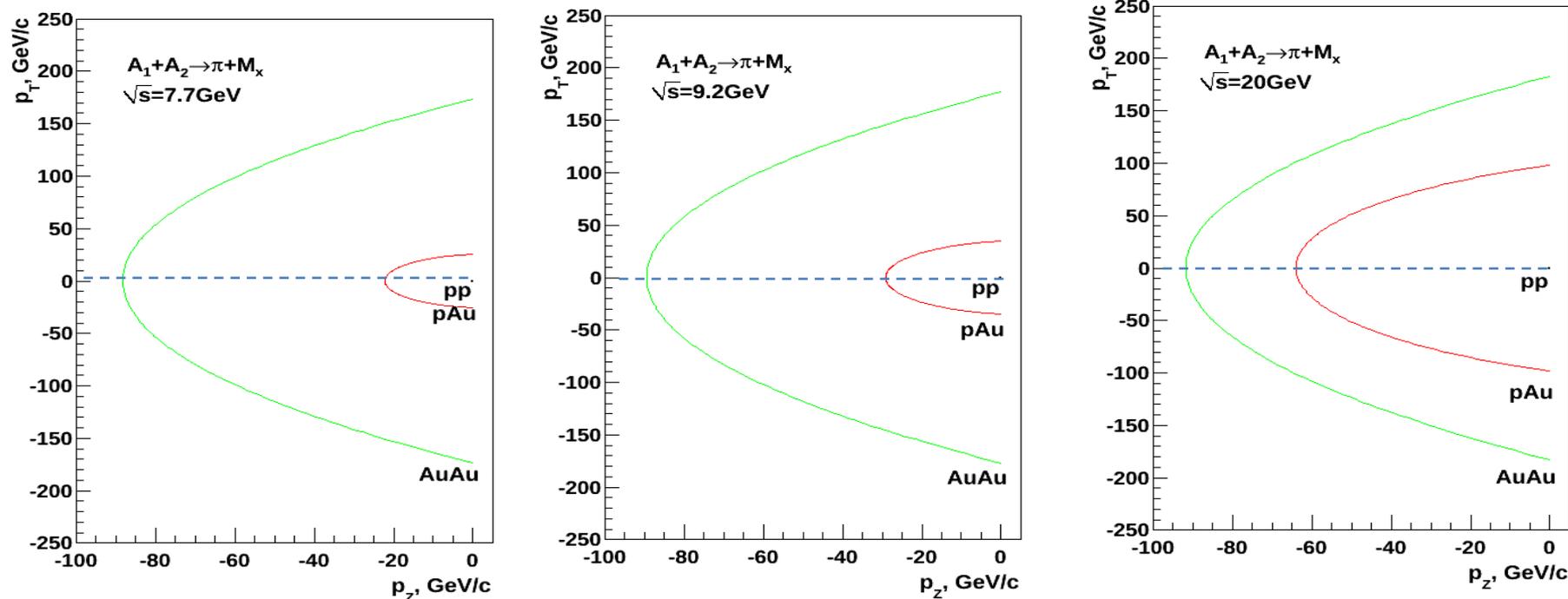


Conservation laws:

- 4-momentum
- electric charge
- baryon number
- flavors (u,d,s,c,b)

# Kinematical borders for gold-gold collisions

On the kinematical border produced particle will have the same momentum as if it was produced in a collision of proton with a point-like object with full mass of the nuclear target.



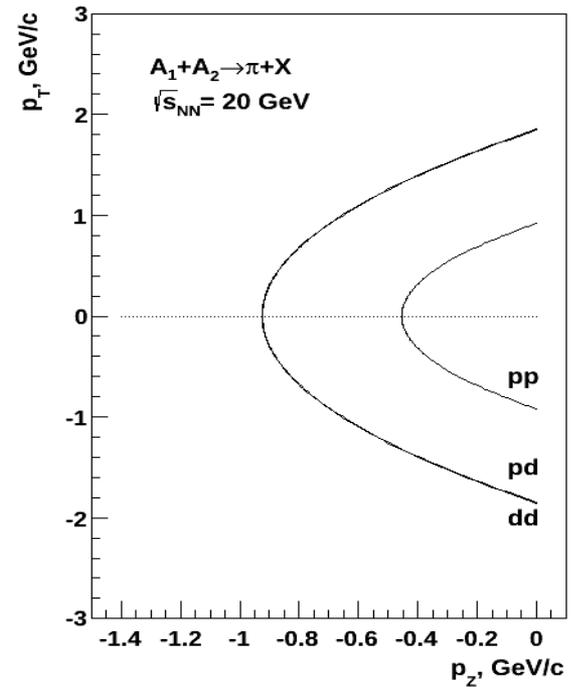
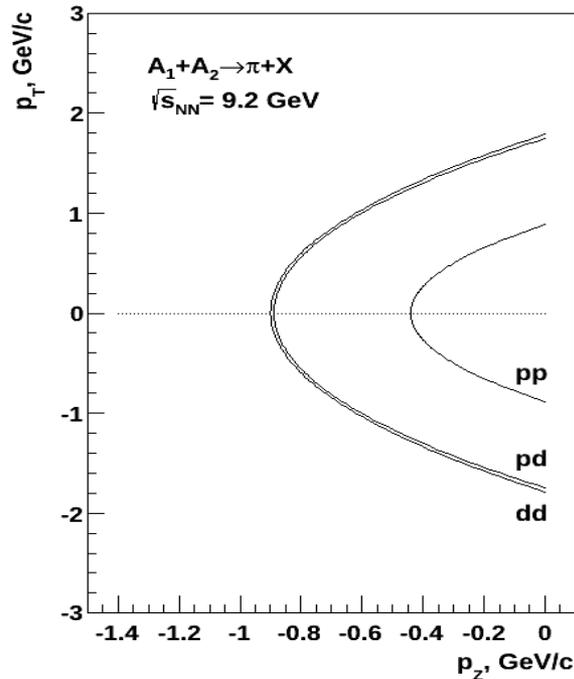
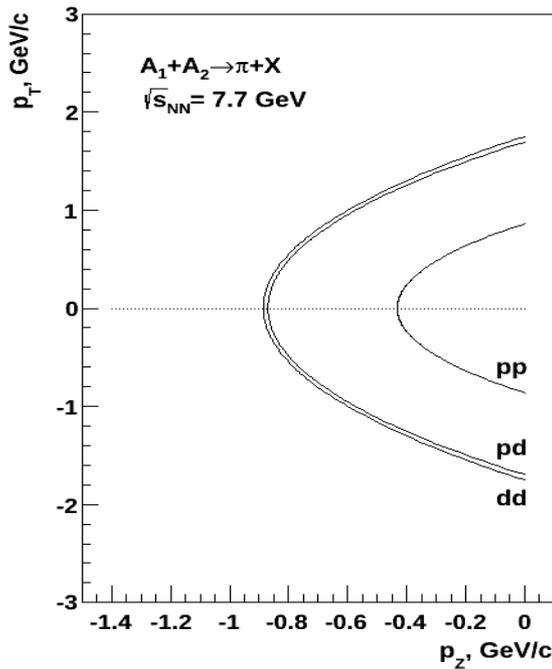
UrQMD simulation

# Кинематика d-d столкновений

$$(P_1 + P_2 - p)^2 = M_{X \min}^2$$

Гипотеза минимальной массы отдачи:

На кинематической границе  $M_X$  минимально возможная масса, необходимая для выполнения законов сохранения



UrQMD simulation

