

ИНСТИТУТ ЗЕМНОГО МАГНЕТИЗМА, ИОНОСФЕРЫ  
и РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН  
им. Н. В. Пушкова

На правах рукописи

ДВОРНИКОВ МАКСИМ СЕРГЕЕВИЧ

**СИЛЬНЫЕ МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ФИЗИКЕ  
НЕЙТРИНО, КОСМОЛОГИИ И  
АСТРОФИЗИКЕ**

01.04.02 – теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

МОСКВА – 2017

# Оглавление

Введение . . . . .	5
<b>Глава 1. Осцилляции нейтрино в веществе под действием сильного магнитного поля . . . . .</b>	<b>28</b>
1.1. Осцилляции дираковских нейтрино в вакууме . . . . .	29
1.2. Осцилляции дираковских нейтрино в веществе . . . . .	35
1.3. Осцилляции дираковских нейтрино во внешнем магнитном поле . . . . .	43
1.4. Осцилляции дираковских нейтрино в веществе под действием магнитного поля . . . . .	52
1.5. Спин-флейворные осцилляции дираковских нейтрино в намагниченной оболочке после взрыва сверхновой . . . . .	61
1.6. Спин-флейворные осцилляции между электронными и стерильными астрофизическими нейтрино . . . . .	71
1.7. Майорановские нейтрино в вакууме . . . . .	75
1.8. Майорановские нейтрино в веществе и поперечном магнитном поле . . . . .	80
1.9. Спин-флейворные осцилляции майорановских нейтрино в расширяющейся оболочке после взрыва сверхновой . . . . .	82
1.10. Описание осцилляций нейтрино в веществе на основе квантовой теории поля . . . . .	88
1.11. Выводы: осцилляции нейтрино во внешних полях . . . . .	94
<b>Глава 2. Сильные магнитные и гипермагнитные поля в ранней вселенной . . . . .</b>	<b>98</b>
2.1. Тензор поляризации фотонов в $\nu\bar{\nu}$ газе . . . . .	100
2.2. Вклад плазменных эффектов в тензор поляризации . . . . .	103
2.3. Неустойчивость магнитных полей в релятивистской плазме, обусловленная нейтринной асимметрией . . . . .	108

2.4.	Упрощение системы уравнений магнитной гидродинамики при наличии турбулентности вещества . . . . .	113
2.5.	Кинетические уравнения для спектров магнитной энергии и спиральности . . . . .	116
2.6.	Равновесие в симметричной фазе электрослабой плазмы и проблема киральной аномалии . . . . .	125
2.7.	Кинетика лептонов и хиггсовских бозонов в гипермагнитных полях	127
2.8.	Химическое равновесие с учетом и без учета гипермагнитных полей	134
2.9.	Параметр киральной аномалии $(y_R - y_L) \neq 0$ в электрослабой плазме до ЭСФП . . . . .	136
2.10.	Выводы: космологические магнитные поля . . . . .	137
<b>Глава 3.</b>	<b>Генерация сильных магнитных полей в компактных звездах . . . . .</b>	<b>145</b>
3.1.	Киральный магнитный эффект в присутствии электрослабого взаимодействия нарушающего пространственную четность . . . . .	146
3.2.	Влияние массы заряженных частиц на генерацию аномального тока вдоль магнитного поля . . . . .	150
3.3.	Неустойчивость магнитного поля в кварковом веществе . . . . .	161
3.4.	Результаты численного решения кинетических уравнений . . . . .	166
3.5.	Модель эволюции магнитного поля в плотном кварковом веществе с учетом турбулентности . . . . .	169
3.6.	Численное решение уравнений эволюции . . . . .	177
3.7.	Описание вспышек магнитаров . . . . .	181
3.8.	Генерация магнитных полей в нейтронных звездах за счет ненулевой асимметрии нейтрино при взрыве сверхновой . . . . .	186
3.9.	Выводы: магнитные поля в магнитарах . . . . .	191
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>196</b>

Приложение А. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $a_a^{(\zeta)}$ . . . . .	200
Приложение Б. Анализ приближений, сделанных при выводе эффективного гамильтониана . . . . .	202
Приложение В. Вычисление элемента $S$ -матрицы . . . . .	208
Приложение Г. Пропагатор заряженного лептона, взаимодействующего с нейтринным газом . . . . .	210
Приложение Д. Общая система уравнений эволюции для спектров плотности спиральности и плотности магнитной энергии . . . . .	213
Приложение Е. Вклад турбулентности в кинетические уравнения для спектров . . . . .	217
Приложение Ж. Скорости изменения спиральности в вырожденном кварковом веществе . . . . .	223
Приложение З. Расчет времени увлечения в вырожденном кварковом веществе . . . . .	229
Список литературы . . . . .	233

# Введение

**Нейтрино во внешних полях.** Физика нейтрино является одной из наиболее быстро развивающихся областей физики высоких энергий, в особенности после недавних успешных экспериментальных исследований свойств нейтрино. Данный факт сыграл немаловажную роль в решении присудить Нобелевскую премию по физике в 2015 г. за исследования в области нейтринной физики<sup>1</sup>. В первую очередь следует упомянуть изучение астрофизических нейтрино, т.к. они играют важную роль в эволюции различных астрономических объектов, такие как звезды, сверхновые (СН), квазары и т.д. Одними из наиболее убедительных доказательств наличия ненулевых масс нейтрино, а также смешивания между различными нейтринными поколениями были экспериментальные наблюдения осцилляций атмосферных и солнечных нейтрино [1, 2].

В последние годы исследование солнечных нейтрино активно продолжается и выходит на уровень изучения свойств Солнца при помощи нейтрино [3]. Кроме того, успешно детектируются солнечные нейтрино не только высоких  $\sim 1 \text{ MeV}$ , но и более низких энергий [4]. Заметим, что экспериментальное изучение нейтрино от Солнца происходит и нашей стране [5]. Подобное активное исследование солнечных нейтрино объясняется тем, что переходы между различными нейтринными флейворами, или осцилляции нейтрино, являются наиболее правдоподобным теоретическим объяснением дефицита солнечных нейтрино [6].

Еще несколько лет назад единственным наблюдением нейтрино приходивших извне солнечной системы было детектирование сигнала от сверхновой SN-1987A (см, например, работу [7]). На сегодняшний день известны многочисленные наблюдения подобных нейтрино [8, 9]. В нашей стране также ведется подготовка к запуску нейтринного телескопа [10].

---

<sup>1</sup> См. пресс-релиз Академии наук Швеции от 6 октября 2015 г. на официальном сайте Нобелевского комитета: [https://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2015/press.pdf](https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2015/press.pdf).

Помимо естественных источников нейтрино, можно использовать частицы от ускорителя или ядерного реактора для изучения нейтринных осцилляций [11–13]. При этом можно контролировать флейворный состав как начального, так и конечного пучков нейтрино, что является лучшей стратегией при исследовании нейтринных осцилляций. В этой связи необходимо упомянуть недавнее измерение угла смешивания  $\theta_{13}$  (см., например, работу [14]). Помимо исследования осцилляций нейтрино, в подобных экспериментах можно изучать взаимодействие нейтрино с нуклонами [15].

Как уже было отмечено выше, существование нейтринных осцилляций является прямым указанием на то, что нейтрино являются массивными частицами, и существует смешивание между различными поколениями нейтрино. На сегодняшний день известны различные теоретические механизмы генерации масс и смешивания нейтрино [16], для объяснения существующих экспериментальных данных.

Было также предсказано, что помимо возможности флейворной конверсии в вакууме, различные внешние поля, такие как взаимодействие с фоновым веществом [17, 18] или с внешним магнитным полем [19, 20], могут существенно влиять на осцилляции нейтрино. Например, резонансное усиление осцилляций нейтрино в веществе, известное как эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна (МСВ), может играть важную роль при решении проблемы солнечных нейтрино [21]. Следует отметить, что стандартная модель электрослабых взаимодействий не подразумевает смешивание между различными нейтринными флейворами во время распространения частиц в фоновом веществе. Однако возможность существования «нестандартных» взаимодействий нейтрино с веществом, которые могут вызывать переходы между нейтринными флейворами даже при отсутствии вакуумного смешивания, активно обсуждается в литературе [22].

Поскольку нейтрино вряд ли имеют сколь либо значительный ненулевой электрический заряд [23], взаимодействие с внешним электромагнитным по-

лем может осуществляться за счет наличия аномальных магнитных моментов. Заметим, что в отличие от электрона, который имеет вакуумный магнитный момент, электромагнитные моменты нейтрино всегда возникают за счет петлевых поправок. Вклады в электромагнитные моменты нейтрино в различных расширениях стандартной модели (СМ) рассмотрены в обзоре [24].

Следует отметить, что электромагнитные характеристики нейтрино имеют довольно нетривиальную структуру. Во-первых, при наличии ненулевого смешивания могут иметься как диагональные, так и переходные магнитные моменты. При наличии внешнего электромагнитного поля диагональные моменты приводят к изменению спиральности в рамках одного нейтринного поколения, тогда как переходные моменты дополнительно вызывают изменение флейвора нейтрино, т.н. спин-флейворные осцилляции. Во-вторых, электромагнитные свойства дираковских и майорановских нейтрино сильно различаются. В общем случае дираковские нейтрино могут иметь все типы магнитных моментов, тогда как майорановские нейтрино обладают только переходными магнитными моментами антисимметричными по нейтринным флейворам [25]. В настоящее время нет общепринятого экспериментального подтверждения природы нейтрино [26]. Таким образом, необходимо исследовать эволюцию дираковских и майорановских нейтрино во внешнем электромагнитном поле.

Указание на майорановскую природу нейтрино должно следовать из экспериментального подтверждения существования безнейтринного двойного  $\beta$ -распада ( $0\nu 2\beta$ ), который эквивалентен осцилляциям между нейтрино и антинейтрино [27]. Такой вид переходов возможен только в том случае, если нейтрино является майорановской частицей. Несмотря на сделанные многочисленные попытки обнаружить ( $0\nu 2\beta$ )-распад в лаборатории (см., например, статьи [28–31]), на данный момент нет подтвержденных событий данного явления.

Большой объем данных по осцилляциям нейтрино требует построения строгого теоретического объяснения данного явления. Традиционный подход к описанию нейтринных осцилляций основан на квантовомеханической эволюции

флейворных состояний нейтрино, определяемой эффективным гамильтонианом [32]. Этот интуитивный подход может быть легко перенесен на описание осцилляций нейтрино в фоновом веществе [17, 18] и спин-флейворных осцилляций во внешнем магнитном поле [33], давая удовлетворительное описание нейтринных осцилляций в этих внешних полях.

В квантовомеханическом подходе предполагается, что нейтрино распространяются как плоские волны. Однако из-за неопределенности в моменты рождения и детектирования, нейтрино должны иметь некоторое распределение импульсов, т.е. частицы должны эволюционировать как волновые пакеты [34]. Как правило, принимается гауссово распределение импульса нейтрино [35]. Однако фактическая форма распределения сильно зависит от процессов рождения и детектирования (см., например, работу [36]). Необходимость применения волновых пакетов при описании осцилляций нейтрино обсуждается в работе [37]. Детальное описание этого подхода включающее его обобщение на теорию Дирака, было рассмотрено в обзоре [38]. Уравнение Лиувилля было использовано для описания распространения нейтринных волновых пакетов в статье [39]. Волновые пакеты майорановских нейтрино были использованы в работе [40] для описания вакуумных осцилляций.

Попытка воспроизвести квантовомеханическую формулу для вероятности перехода в вакууме была сделана в статьях [41–43], рассматривая массовые состояния нейтрино в виде виртуальных частиц, которые распространяются между пространственно разнесенными точками рождения и детектирования. Используя этот метод основанной на квантовой теории поля, описывается поведение заряженных лептонов, а не смешанных нейтрино. Специальная гауссова форма распределения импульсов источника и детектора в рамках этого подхода использовалась в работе [44]. Анализ релятивистских эффектов в нейтринных осцилляциях, приводящих к видоизменению стандартного квантовомеханического описания осцилляций, в рамках данного подхода был сделан в работе [45].

В статье [46] флейворные осцилляции нейтрино в вакууме описывались на



основе временной эволюции фокковских векторов флейворных нейтрино. Формула, в которой вероятность перехода для флейворных осцилляций зависит от времени, была выведена в рамках  $S$ -матричного подхода в статье [47]. Эффект коллапса волновой функции при описании флейворных осцилляций нейтрино был изучен в работе [48].

Теоретико-полевой метод для описания осцилляций нейтрино был также применен в статьях [49–58]. Подход основанный на релятивистской квантовой механике был использован для изучения флейворных осцилляций нейтрино в вакууме [49, 50], в фоновом веществе [51, 52], а также для исследования спин-флейворных осцилляций во внешнем электромагнитном поле [53–56]. Аналог данного метода, использующего первично-квантованные волновые функции нейтрино, был также рассмотрен в статьях [81, 82] в контексте описания осцилляций нейтрино в вакууме и во внешнем электромагнитном поле.

В рамках метода основанного на релятивистской квантовой механике формулируется начальная задача для системы флейворных нейтрино и исследуется последующая эволюция нейтринных волновых пакетов во времени. Если обсуждается распространение нейтрино во внешнем поле, то используется точное решение соответствующего волнового уравнения в присутствии этого внешнего поля. С помощью этого метода можно воспроизвести уравнение эволюции типа Шредингера, которое используется в стандартном квантовомеханическом описании осцилляций дираковских и майорановских нейтрино. Кроме того, можно получать поправки к стандартным выражениям для вероятности перехода.

В работе [57] были изучены флейворные осцилляции нейтрино в вакууме в рамках метода внешних классических источников. Заметим, что аналогичный подход для описания осцилляций нейтрино также обсуждался в статье [83]. В рамках этого подхода была изучена пространственная эволюция волновых функций флейворных нейтрино, излучаемых внешними классическими источниками. Это позволяет описать эволюцию как дираковских, так и майорановских нейтрино в вакууме.

В статье [58] метод для описания осцилляций виртуальных нейтрино [41–43] был впервые обобщен на случай наличия фонового вещества между точками испускания и детектирования нейтрино. Это, в частности, позволило описать осцилляции между нейтрино и антинейтрино в плотном ядерном веществе.

**Космологические магнитные и гипермагнитные поля.** Космические магнитные поля проявляются на больших масштабах, сравнимых с радиусами галактик или размерами скоплений галактик. Предполагается, что эти галактические поля усиливаются под действием механизма динамо до нынешнего значения  $\sim \mu\text{G}$  от некоторого затравочного магнитного поля. Происхождение этого затравочного поля, которое может быть довольно слабым, неизвестно [84–89]. Одна из возможностей заключается в том, что затравочные поля имеют космологическое происхождение, т.е. они генерируются в ранней Вселенной, в эпохи до формирования крупномасштабных структур. В другом сценарии предсказывается, что затравочные поля возникают при гравитационном сжатии, которое приводит образованию структур. Единственный способ выяснить источник происхождения затравочного поля – это изучение магнитных полей в пустотах крупномасштабной структуры, т.е. изучение межгалактических полей, поскольку магнитные поля в галактиках сильно подвержены влиянию динамики галактической плазмы.

Возросший в последние годы интерес к космическим магнитным полям был вызван предсказанием нижнего предела на величину межгалактического поля  $B > 10^{-16}\text{G}$  на масштабе  $\Lambda_B > 1\text{Mpc}$  в работах [90, 91], до появления которых был известен только верхний предел на величину поля,  $B < 10^{-9}\text{G}$ , определяемый из измерений фарадеевской меры вращения плоскости поляризации радиоизлучения от далеких источников.

Затравочное магнитное поле может генерироваться в ранней Вселенной путем разделение заряда и/или генерации вихревых токов в моменты космологических фазовых переходов: электрослабого и КХД, а также в момент за-

калки фотонов и рекомбинации. Рассматривают также возможность квантовой генерации очень длинноволновых фотонов во время инфляции, которые затем преобразуются в магнитные поля при повторном нагреве космической плазмы.

Электромагнитное поле конформно инвариантно. Таким образом, существует ограниченный набор возможностей для создания магнитного поля во время инфляции. Можно либо использовать взаимодействие электромагнитного поля с инфлатоном, либо рассмотреть другое взаимодействие, которое нарушает конформную инвариантность или даже нарушает калибровочную инвариантность. Эти возможности были впервые рассмотрены в работах [92, 93] и в многочисленных последующих исследованиях (см., например, статью [94]). Другая возможность заключается в использовании нарушения калибровочной симметрии во время инфляции, которая приводит к приобретению массы калибровочными полями, что также нарушает конформную симметрию [95].

Магнитные поля масштаба  $\Lambda_B \sim 1/M_W$ , где  $M_W$  – масса  $W$ -бозона, могут быть получены при электрослабом фазовом переходе [96, 97]. Напряженность этих магнитных полей может быть оценена как  $B \sim M_W^2$ . Следует отметить, что в данном подходе генерируются поля с максимальной спиральностью. Если спиральность не максимальна, то стремление начальной конфигурации поля стать максимально спиральной уменьшает напряженность поля до значений значительно ниже уровня доступного для наблюдений.

Недостатком модели, предложенной в статьях [96, 97], является то, что начальный пространственный масштаб, на котором генерируется магнитное поле, меньше масштабов как вязкой, так и омической диссипации в первичной плазме вскоре после эпохи электрослабого фазового перехода (ЭСФП). На таких малых масштабах уравнения магнитной гидродинамики (МГД) могут быть неприменимы сразу после генерации магнитного поля. Вместо этого эволюцию связанной системы магнитного поля и плазмы на пространственных масштабах, сравнимых с длиной свободного пробега частиц, следует моделировать, используя уравнение Больцмана для функций распределений частиц.

Генерация топологически нетривиальных магнитных полей в плазме с температурой соответствующей ЭСФП изучалась в работе [98]. Значение  $\Lambda_B$ , полученное в работе [98], аналогично значению в статьях [96, 97]. Однако напряженность магнитного поля лежит за пределами наблюдаемых значений.

Генерация магнитных полей с большим  $\Lambda_B$  была предсказана в работах [99, 100]. В этом случае, ЭСФП необходимо считать фазовым переходом первого рода, а генерация магнитного поля происходит из-за столкновений пузырей новой фазы, что приводит к макроскопическим классическим вихревым конфигурациям калибровочных полей, образующихся при ЭСФП. Однако оценки параметров  $(B, \Lambda_B)$ , полученных в работах [99, 100], показывают, что этот подход находится за пределами области, которая может быть проверена наблюдениями.

В статьях [101, 102] рассмотрена генерация геликальных магнитных полей в момент ЭСФП. Возникновение ненулевой спиральности связано с изменением числа Черн-Саймонса (ЧС) для неабелевого калибровочного поля, что ведет к генерации ненулевого барионного числа в электрослабом бариогенезисе. Значения параметров генерируемого магнитного поля помещают эту модель за пределы экспериментально проверяемого диапазона.

Генерация полей гораздо большего масштаба  $\Lambda_B \sim 10^7/T$  была предсказана в работе [103]. Здесь  $T \sim 100 \text{ GeV}$  – температура, соответствующая шкале нарушения электрослабой симметрии. Возникновение спирального магнитного поля происходит из-за дисбаланса правых и левых электронов и позитронов. Этот дисбаланс приводит к ненулевому химическому потенциалу  $\mu_R$  для правых частиц. Данный химический потенциал ответственен за член динамо в уравнении индукции для магнитного поля. Однако, как показано в работе [104], этот дисбаланс уменьшается из-за киральных переходов в охлаждающей вселенной вызванных столкновениями в плазме. Поэтому при определенном возрасте вселенной действие динамо становится пренебрежимо малым.

В работах [59, 60] была изучена эволюция гипермагнитного поля в ранней

Вселенной и рассмотрены приложения к проблемам лептогенезиса и бариогенезиса. В работе [59] было показано, что при некотором значении  $\Lambda_B$  можно восстановить наблюдаемую барионную асимметрию Вселенной  $\eta_B \sim 10^{-10}$ , генерируемого в сильном гипермагнитном поле до ЭСФП. В статье [60] была учтена кинетика левых фермионов и сфалеронных процессов.

В статье [105] был предложен другой механизм генерации космологических магнитных полей. Он основан на нарушении четности в электрослабой плазме, что приводит к ненулевому члену ЧС, который входит в антисимметричную часть поляризационного оператора фотона в плазме безмассовых частиц. Расчет члена ЧС в работе [105] был выполнен в рамках теории поля с конечной температурой и плотностью с использованием метода суммирования по мацубаровским частотам. Однако, как продемонстрировано в работе [61] некоторые результаты работы [105] являются неоднозначными. Кроме того, детальное расчет поляризационного оператора в  $e^+e^-$  плазме в статье [62] показало, что член ЧС исчезает в таком веществе.

В работе [61] был проведен наиболее общий расчет параметра ЧС в веществе с конечной температурой и химическим потенциалом. Предполагалось, что это вещество состоит из плазмы заряженных лептонов и  $\nu\bar{\nu}$ -газа, взаимодействующих в рамках модели Ферми. Полученные результаты были использованы для изучения генерации космологических магнитных полей, вызванной нейтринными асимметриями. Предполагая причинный сценарий, была получена новая нижняя граница на нейтринные асимметрии, которая согласуется с хорошо известным ограничением на эти величины из первичного нуклеосинтеза.

Предположение о ЭСФП как о фазовом переходе первого рода и рассмотрение пузырей новой фазы с размером  $\sim (10^{-3} - 10^{-2})l_H$ , где  $l_H$  – размер горизонта, позволило описать генерацию первичного магнитного поля в статье [106]. В принципе, эта модель может быть проверена в наблюдениях.

Как уже упоминалось выше, в фазовом переходе КХД также может быть

создано космологическое магнитное поле. Кратко упомянем некоторые из соответствующих моделей. В работе [107] генерируется магнитное поле на доменных стенках пузырей возникающих при фазовом переходе первого рода в КХД. В работе [108] магнитное поле генерируется наряду с барионной асимметрией Вселенной в период «малой инфляции», сопровождающей фазовый переход первого рода в КХД. Генерация магнитных полей движущимися доменными стенками, разделяющими две фазы, рассматривается в работе [109]. Заметим, что модель в работе [107] не может быть проверена наблюдениями, тогда как сценарии описанные в статьях [108, 109], соответствуют параметрам  $(B, \Lambda_B)$ , которые можно проверить наблюдательными данными.

**Астрофизические магнитные поля.** На важность сильных магнитных полей при излучении энергии нейтронными звездами впервые было указано в статье [110]. Эта идея получила свое дальнейшее развитие в результате наблюдений аномальных рентгеновских пульсаров (AXP; Anomalous X-ray Pulsar) и источников повторяющегося мягкого гамма излучения (SGR; Soft Gamma Repeater). AXP и SGR были впервые зарегистрированы в 1979 и 1981 годах соответственно [111, 112]. Некоторые наблюдательные характеристики AXP и SGR, такие как отсутствие звезды-компаньона, наличие светимости превышающей величину потерь энергии с замедлением вращения, период вращения в несколько секунд, отсутствие радио излучения, ассоциация с остатками СН, и т.д., отличают их от обычных аккрецирующих пульсаров в массивных рентгеновских двойных системах, и указывает на них как на отдельный класс астрофизических объектов.

С точки зрения современной астрофизики [113–115] AXP и SGR предполагаются сильно намагниченными, с  $B > 10^{15}$  G, компактными звездами, или магнитарами. Хорошо известно, что типичный пульсар может иметь магнитное поле порядка  $10^{12}$  G. Величина такого поля может быть объяснена, например, сохранением магнитного потока при коллапсе протозвезды, имевшей начальный радиус порядка радиуса Солнца ( $R_{\text{proto}} \sim 10^6$  km), и конечный радиус типич-

ный для пульсара и нейтронной звезды  $R_{\text{NS}} \sim 10 \text{ km}$ . Это, очевидно, ведет к усилению начального магнитного поля  $B_{\text{proto}} \sim 10^2 \text{ G}$  в  $(R_{\text{proto}}/R_{\text{NS}})^2 = 10^{10}$  раз (см., например, книгу [116]).

С момента открытия магнитаров, происхождение их сильных магнитных полей все еще остается загадкой для современной физики и астрофизики [113–115]. Даже если напряженность магнитного поля растет начиная с величины поля пульсара  $B = 10^{12} \text{ G}$ , оно должно быть усилено, по крайней мере, на три порядка величины, чтобы достичь наблюдаемых в магнитарах значений  $B > 10^{15} \text{ G}$ .

Существуют многочисленные модели генерации сильных магнитных полей в магнитарах. Прежде всего, необходимо упомянуть работу [117], где был предложен  $(\alpha - \Omega)$ -динамо механизм усиления затравочного магнитного поля, за счет турбулентности генерируемой мощным нейтринным излучением, в быстро вращающейся коллапсирующей протозвезде, с периодом вращения  $T = (3 - 10) \times 10^{-3} \text{ s}$ . По мнению авторов, такой механизм мог бы приводить к усилению поля до  $B \sim 10^{16} \text{ G}$ .

Другая динамо модель, основанная на  $\alpha^2$ -динамо механизме для магнитных полей в магнитарах, была предложена в работе [118]. Затем были развиты комбинированные модели, для которых, как и для упомянутых выше, главной особенностью было быстрое начальное вращение, характерное для моделей турбулентного динамо. Типичное время генерации сильного магнитного поля в сценариях динамо моделей оказывается порядка нескольких секунд.

Одним из следствий моделей турбулентного динамо являлись бы высокие линейные скорости AXP и SGR [113]  $v \sim 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Однако, данные наблюдений не подтверждают это свойство [113]. Кроме того, значительная доля начальной энергии вращения должна быть передана остатку СН, изменяя его свойства [119]. Эта особенность не наблюдается ни у AXP, ни у SGR [120]. Эти два противоречия указывают на то, что модели турбулентного динамо в приложении к магнитарам все еще не являются завершенными и нуждаются в

уточнении.

Другая группа моделей использует идею реликтового поля, т.е. предполагается наличие сильного магнитного поля протозвезды, которое далее усиливается за счет сохранения магнитного потока [116]. Анализ данных наблюдений проведенный в работе [120] показывает, что некоторые протозвезды, ставшие магнитарами, вряд ли являлись быстро вращающимися. Предполагая наличие у протозвезды реликтового поля  $\sim 10^4$  G, в работе [120] было предложено объяснение магнитных полей магнитаров. Модель реликтового поля как возможного источника поля в магнитарах была далее развита в работе [121].

В последние годы было предпринято несколько попыток объяснить генерацию магнитных полей в магнитарах, с использованием методов физики элементарных частиц, основанных на киральном магнитном эффекте (КМЭ) [122, 123]. В частности, в работе [124], была предложена модель генерации сильного магнитного поля в магнитарах при наличии начального кирального дисбаланса, т.е. неравенства химических потенциалов лево- и право-поляризованных ультрарелятивистских электронов. В этом случае затравочное магнитное поле может усиливаться за счет киральной неустойчивости, которая была рассмотрена, в частности, в применении к горячей плазме в ранней вселенной в работе [104]. Однако, как было показано в статьях [63, 125], в работе [124] была недооценена скорость изменения спиральности электронов в актах рассеяния, приводящая к исчезновению кирального дисбаланса левых и правых электронов намного быстрее, чем это предполагалось в статье [124].

Необходимо также отметить, что КМЭ использовался для объяснения происхождения тороидальных магнитных полей в нейтронных звездах (НЗ) в работе [126]. Используя поправку к кирально-вихревому эффекту [127] за счет электрослабого взаимодействия заряженных частиц в плотном веществе НЗ, а также в кварковых звездах (КЗ) и/или гибридных звездах (ГЗ), в работе [64] было объяснено происхождение тороидальных магнитных полей в старых пульсарах. С помощью методов киральной гидродинамики в работе [128] была пред-



принята попытка объяснения больших линейных скоростей пульсаров.

В работе [129] был также использован КМЭ для объяснения магнитных полей в магнитарах. Источником кирального дисбаланса служили прямые и модифицированные урка-процессы вне нейтриносферы протонейтронной звезды. Как утверждается в статье [129], в этом случае возможна генерация мелкомасштабных полей  $L \sim (10^{-2} - 1) \text{ см}$  с напряженностью  $\sim 10^{14} \text{ Г}$ . Однако, как показано в работе [130], мелкомасштабные магнитные поля будут эффективно затухать за счет явления пересоединения магнитных силовых линий. Аналогичное возражение может быть высказано и в отношении результатов статьи [131], в которой также предсказывается генерация мелкомасштабных магнитных полей в магнитарах за счет комбинации кирального магнитного и кирально-вихревого эффектов в электрон-нейтринном веществе.

Альтернативный механизм генерации магнитного поля основывается на том факте, что частицы в ядре НЗ, помимо сильных и электромагнитных взаимодействий, могут взаимодействовать электрослабым образом с нарушением четности. Идея о неустойчивости магнитного поля, обязанная нарушению четности в электрослабых взаимодействиях и определяемая параметром ЧС в поляризационном тензоре фотона в среде, была высказана в работе [105]. Однако, никаких количественных оценок роста магнитного поля в статье [105] не было произведено. Более того, один из механизмов генерации магнитных полей в магнитарах, предложенный в работе [105], основывался на электрослабом взаимодействии между электронами. Однако, как было показано в статье [62] путем прямого вычисления вклада в поляризационный оператор фотона в электрон-позитронной плазме, соответствующий член ЧС равен нулю. Таким образом, электрон-электронное электрослабое взаимодействие не дает вклада в неустойчивость магнитного поля в плотном веществе НЗ.

Заметим также, что попытка использовать КМЭ вызванный электрон-нейтринным электрослабым взаимодействием для генерации сильных магнитных полей в НЗ была предпринята в работе [61], где был вычислен поляризацион-

ный оператор фотона в плотном веществе состоящем из электронов и нейтрино. Однако, в силу того, что мощное нейтринное излучение, обладающее дисбалансом, при котором плотность нейтрино больше плотности антинейтрино, может наблюдаться только при взрыве СН в течение  $10^{-3}$  с, данный канал генерации магнитных полей в магнитарах не является основным. Тем не менее, методы, развитые в статье [61] впоследствии были использованы с работе [132] при изучении киральной гидродинамики с учётом нарушения четности.

Генерация магнитного поля в НЗ за счет нарушающего четность электро-слабого взаимодействия между электронами и нуклонами была разработана в статьях [63, 65–68]. Затем, в работе [69], данная модель была использована для описания генерации сильных крупномасштабных полей в ГЗ/КЗ. Было получено, что магнитные поля с напряженностью порядка предсказываемой в магнитарах и с пространственным масштабом достигающим радиуса компактной звезды могут быть получены в рамках этой модели. Используя данную модель, в статье [70] были описаны электромагнитные вспышки магнитаров.

**Целью данной работы** является построение теоретико-полевых подходов для описания осцилляций нейтрино во внешних полях, включающих сильное магнитное поле, а также разработка моделей генерации магнитных полей в космологических и астрофизических средах.

Для этого были решены следующие задачи:

1. Построение формализма для описания флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в вакууме и различных внешних полях основанного на релятивистской квантовой механике.
2. Разработка метода для описания флейворных осцилляций нейтрино в фоновом веществе основанного на квантовой теории поля.
3. Описание флейворных и спин-флейворных осцилляций дираковских и майорановских нейтрино в различных астрофизических средах под действием сильного магнитного поля.

4. Вычисление поляризационного оператора фотона в плазме лептонов электрослабо взаимодействующих с нейтринным газом.
5. Описание генерации сильных магнитных полей в релятивистской плазме ранней вселенной и в СН за счет нейтринной асимметрии.
6. Учет влияния МГД-турбулентности на эволюцию магнитных полей в ранней вселенной и в компактных звездах.
7. Рассмотрение эволюции гипермагнитных полей в ранней вселенной с учетом вкладов левых фермионов и сфалеронных переходов.
8. Описание генерации сильных магнитных полей магнитаров за счет неустойчивости поля в кварковом веществе вызванной электрослабым взаимодействием между кварками.
9. Построение модели электромагнитных вспышек магнитаров на основе мелкомасштабных флуктуаций магнитного поля за счет электрослабых взаимодействий и МГД-турбулентности в кварковом веществе.

**Научная новизна работы** заключается в следующем:

1. Впервые осцилляции нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля были описаны в рамках подхода основанного на релятивистской квантовой механике.
2. Впервые было изучено влияние фонового вещества на осцилляции между нейтрино и антинейтрино с использованием квантовой теории поля.
3. Получено новое ограничение сверху на нейтринные асимметрии в ранней вселенной необходимое для реализации сценария усиления магнитного поля за счет нейтринной асимметрии.
4. Выведены новые уравнения для описания эволюции магнитного поля с учетом МГД-турбулентности.

5. Впервые учтено влияние асимметрий левых лептонов и хиггсовских бозонов, а также сфалеронных переходов на лептогенезис и бариогенезис под действием гипермагнитных полей в ранней вселенной до ЭСФП.
6. Разработана новая модель генерации сильных магнитных полей в магнитарах основанная на неустойчивости поля вызванной нарушающим четность электрослабым взаимодействием в кварковом веществе.
7. Предложено новое объяснение электромагнитных вспышек магнитаров инициируемых мелкомасштабными флуктуациями магнитного поля внутри компактной звезды с учетом МГД-турбулентности и электрослабого взаимодействия между кварками.

**Научная ценность и практическая значимость работы** состоят в том, что полученные результаты и теоретический аппарат, изложенные в диссертации, могут использоваться при интерпретации и анализе данных в космологии и астрофизике, а также при планировании новых экспериментов в физике нейтрино.

**Положения выносимые на защиту:**

1. Разработан формализм для описания флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля. Сформулирована начальная задача для системы флейворных нейтрино, позволяющая проинтерпретировать эффективную квантовомеханическую волновую функцию, используемую для описания осцилляций нейтрино. Данная задача решена для широкого класса внешних полей, что дало возможность описать осцилляции дираковских и майорановских нейтрино в реальных астрофизических средах, таких как расширяющаяся оболочка после взрыва СН.

2. Описаны осцилляции между нейтрино и антинейтрино в фоновом веществе с использованием квантовой теории поля. Получена вероятность перехода, которая позволяет рассмотреть влияние плотного ядерного вещества на  $(0\nu 2\beta)$ -распад.
3. Вычислен антисимметричный член в поляризационном операторе фотона в плазме лептонов, которые электрослабо взаимодействуют с нейтринным газом. Обнаружено, что данный член ответственен за неустойчивость внешнего магнитного поля приводящего к его росту. На этой основе изучена генерация магнитных полей за счет нейтринной асимметрии в ранней вселенной и при взрыве СН. Показано, что в этих случаях можно ожидать значительного роста затравочного поля.
4. Рассмотрено влияние асимметрий левых лептонов и хиггсовских бозонов, а также сфалеронных переходов, на эволюцию гиперзарядовых полей в ранней вселенной до ЭСФП. Используя этот результат, построены модели лептогенезиса и бариогенезиса под действием гипермагнитного поля. Исследован вклад левых лептонов, а также затравочного гипермагнитного поля, в генерацию барионной асимметрии вселенной.
5. Получена поправка к КМЭ за счет электрослабого взаимодействия между заряженными фермионами, которая приводит к неустойчивости магнитного поля. На этой основе построена модель генерации сильных крупномасштабных магнитных полей в кварковом веществе. В рамках данной модели показано, что характеристики генерируемых полей близки к предсказываемым в магнитарах.
6. Исследована роль массы заряженных фермионов на возникновение КМЭ в присутствии электрослабого взаимодействия с фоновым веществом. Используя метод точных решений волнового уравнения в присутствии внешних полей, а также вычисление антисимметричного вклада в поляриза-

онный оператор фотона, показано, что ненулевая масса фермионов нивелирует появление КМЭ. Данный результат связан с нарушением киральной симметрии.

7. Рассмотрено влияние МГД-турбулентности на эволюцию магнитного поля в релятивистской плазме. Обнаружено, что данный вид турбулентности не может приводить к усилению затравочного поля. Рассмотрев, наряду с МГД-турбулентностью, вклады КМЭ и электрослабого взаимодействия между кварками в плотном веществе компактной звезды, была построена модель для описания вспышек магнитаров вызванных мелкомасштабными флуктуациями магнитного поля внутри звезды.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались на научных семинарах Института ядерных исследований РАН, Института экспериментальной и теоретической физики им. А. И. Алиханова, Физического факультета и Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова РАН, Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, Физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета, Физического факультета Иркутского государственного университета, Федеральной политехнической школы Лозанны (г. Лозанна, Швейцария), Физического факультета университета Гамбурга (г. Гамбург, Германия), Физического факультета университета Ювяскюля (г. Ювяскюля, Финляндия), Института теоретической астрофизики университета Осло (г. Осло, Норвегия), Физического факультета университета Хиросимы (г. Хиросима, Япония), Школы физики университета Мельбурна (г. Мельбурн, Австралия), Физического факультета технического университета им. Ф. Санта Марии (г. Вальпараисо, Чили), Института физики университета Сан-Паулу (г. Сан-Паулу, Бразилия),

Астрономического факультета университета Консепсьон (г. Консепсьон, Чили), Астрономического факультета Северного католического университета (г. Антофагаста, Чили), Астрономического факультета университета Чили (г. Сантьяго, Чили) и Астрономического факультета университета Вальпараисо (г. Вальпараисо, Чили), а также на следующих международных конференциях:

1. 3<sup>rd</sup> International Conference on Particle Physics and Astrophysics (2–5 октября, 2017, г. Москва, Россия).
2. 18<sup>th</sup> Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (24–30 августа, 2017, г. Москва, Россия).
3. Ginzburg Centennial Conference on Physics (29 мая – 3 июня, 2017, г. Москва, Россия).
4. 10<sup>th</sup> International Conference “Modern Trends in Physics” (20–22 апреля, 2017, г. Баку, Азербайджан).
5. 52<sup>nd</sup> Rencontres de Moriond “Very High Energy Phenomena in the Universe” (18–25 марта, 2017, г. Ла Тьюль, Италия).
6. 2<sup>nd</sup> International Conference on Particle Physics and Astrophysics (10–14 октября, 2016, г. Москва, Россия).
7. International Workshop on Strong Field Problems in Quantum Theory (6–11 июня, 2016, г. Томск, Россия).
8. 19<sup>th</sup> International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2016” (29 мая – 4 июня, 2016, г. Пушкин, Россия).
9. 17<sup>th</sup> Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (20–26 августа, 2015, г. Москва, Россия).
10. Saha Theory Workshop: Cosmology at the Interface (28–30 января, 2015, г. Калькутта, Индия).

11. 10<sup>th</sup> Latin American Symposium on High Energy Physics (24–28 ноября, 2014, г. Медельин, Колумбия).
12. 37<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics “ICHEP-2014” (2–9 июля, 2014, г. Валенсия, Испания).
13. International Conference on Flavor Physics and Mass Generation (10–14 февраля, 2014, Сингапур).
14. 9<sup>th</sup> Latin American Symposium on High Energy Physics (10–14 декабря, 2012, г. Сан-Паулу, Бразилия).
15. 17<sup>th</sup> International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2012” (4–10 июня, 2012, г. Ярославль, Россия).
16. Miami 2011: Topical Conference on Elementary Particles, Astrophysics, and Cosmology (15–20 декабря, 2011, г. Форт Лодердейл, США).
17. 15<sup>th</sup> International School “Particles and Cosmology” (26 мая – 2 июня, 2011, г. Троицк, Россия).
18. Miami 2010: Topical Conference on Elementary Particles, Astrophysics, and Cosmology (14–19 декабря, 2010, г. Форт Лодердейл, США).
19. 7<sup>th</sup> Latin American Symposium on High Energy Physics (14–21 января, 2009, г. Сан-Карлос-де-Барилоче, Аргентина).
20. European Physical Society Conference on High Energy Physics (19–25 июля, 2007, г. Манчестер, Великобритания).
21. 14<sup>th</sup> International School “Particles and Cosmology” (16–21 апреля, 2007, Баксанское ущелье, Россия).
22. IPM School & Conference on Lepton and Hadron Physics (15–20 мая, 2006, г. Тегеран, Иран).



23. Hiroshima Higgs Workshop (17–19 января, 2006, г. Хиросима, Япония).
24. 12<sup>th</sup> Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics (25–31 августа, 2005, г. Москва, Россия).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 32 печатных работах [49–80], в том числе в 30 публикациях в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК [49, 51–70, 72–80].

**Личный вклад автора.** Все представленные в диссертации основные результаты получены лично автором. Содержание диссертации и положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Вклад диссертанта в постановку задач, формулировку выводов и подготовку к публикации полученных результатов, проводимую совместно с соавторами, был определяющим.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, восьми приложений и списка литературы.

В главе 1 развиваются теоретические подходы для описания флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в вакууме и различных внешних полях. В разд. 1.1, релятивистская квантовая механика применяется для описания флейворных осцилляций нейтрино в вакууме. Затем, в разд. 1.2, рассматриваются флейворные осцилляции в фоновом веществе, а в разд. 1.3 – для описания спин-флейворных осцилляций дираковских нейтрино во внешнем магнитном поле. Наконец, в разд. 1.4 обсуждается наиболее общая ситуация спин-флейворных осцилляций в веществе под действием внешнего магнитного поля. В разд. 1.5 и 1.6 рассматриваются некоторые астрофизические приложения. В разд. 1.7 и 1.8 релятивистская квантовая механика используется для анализа осцилляций майорановских нейтрино в вакууме, а также в веществе и магнитном поле. В разд. 1.9 полученные результаты применяются для описания осцилля-

ций майорановских нейтрино в астрофизике. Наконец, в разд. 1.10 рассматриваются переходы между нейтрино и антинейтрино в рамках подхода основанного на квантовой теории поля, при этом особое внимание уделяется влиянию фонового вещества на процесс осцилляций.

В главе 2 рассматривается эволюция гипермагнитных и магнитных полей в ранней вселенной до и после ЭСФП, а также ряд приложений таких как генерация лептонной и барионной асимметрий и влияние турбулентности вещества на динамику киральных частиц в горячей плазме. В разд. 2.1 и 2.2 получен однопетлевой вклад в антисимметричную часть поляризационного оператора фотона в среде состоящей из лептонной плазмы и нейтринного газа. Затем, в разд. 2.3 рассмотрены некоторые применения вычисленного поляризационного оператора для описания эволюции магнитных полей в горячей релятивистской плазме ранней Вселенной обусловленной наличием нейтринной асимметрии. Далее, в разд. 2.4-2.5 рассматривается влияние МГД-турбулентности на динамику киральных частиц в горячей плазме ранней вселенной. Для этой цели в разд. 2.5 выводится система уравнений МГД, описывающих эволюцию спектров плотности магнитного поля и магнитной спиральности с учетом МГД-турбулентности, и приводится ее численное решение. Наконец, в разд. 2.6-2.9, рассматривается эволюция гипермагнитных полей до ЭСФП с учетом левых лептонов, хиггсовских бозонов и сфалеронных переходов. В разд. 2.6 формулируются условия равновесия в симметричной фазе первичной плазмы и обосновывается соответствующий набор химических потенциалов. Далее, в разд. 2.7, выводятся кинетические уравнения для соответствующих асимметрий. В разд. 2.7.1 анализируются законы сохранения и вычисляется барионная асимметрия Вселенной (БАВ). В разд. 2.8 приводятся решения системы кинетических уравнений. И, наконец, в разд. 2.9 проанализирована эволюция параметра киральной аномалии.

В главе 3 изучается генерация астрофизических магнитных полей за счет КМЭ и электрослабого взаимодействия между фермионами. В разд. 3.1 выводится выражение для аномального тока безмассовых заряженных фермионов,

электрослабо взаимодействующих с фоновым веществом, текущего вдоль внешнего магнитного поля. Затем, в разд. 3.2 исследуется влияние ненулевой массы заряженных частиц на генерацию аномального электрического тока с учетом электрослабого взаимодействия с фоновым веществом. В разд. 3.3 и 3.4 описывается неустойчивость магнитного поля, приводящая к его росту, в кварковом веществе компактной звезды и обсуждается применение полученных результатов для построения модели магнитаров. Наконец, в разд. 3.5-3.7, развивается модель описания вспышек магнитаров. Для этой цели, в разд. 3.5, выводятся уравнения описывающие эволюцию мелкомасштабного магнитного поля с учетом МГД-турбулентности в кварковом веществе. Эти уравнения эволюции численно решаются в разд. 3.6. Результаты численного моделирования применяются в разд. 3.7 для объяснения электромагнитного излучения магнитаров.

В заключении сформулированы основные результаты представленные в диссертации. Некоторые технические вопросы рассматриваются в Приложениях А-З, чтобы не загромождать описание результатов в основном тексте диссертации.

## Глава 1

# Осцилляции нейтрино в веществе под действием сильного магнитного поля

В данной главе рассматриваются теоретические подходы для описания флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в вакууме и различных внешних полях. В разд. 1.1-1.4 обсуждаются осцилляции дираковских нейтрино в рамках релятивистской квантовой механики. Сначала, в разд. 1.1, описываются флейворные осцилляции нейтрино в вакууме. Затем, в разд. 1.2, рассматриваются флейворные осцилляции в фоновом веществе. При этом также изучается случай «нестандартных» взаимодействий нейтрино с веществом. В разд. 1.3 релятивистская квантовая механика применяется для описания спин-флейворных осцилляций дираковских нейтрино во внешнем магнитном поле. Наконец, в разд. 1.4 обсуждается наиболее общая ситуация спин-флейворных осцилляций в веществе под действием внешнего магнитного поля. В разд. 1.5 и 1.6 рассматриваются приложения релятивистской квантовой механики для описания распространения и осцилляций астрофизических нейтрино в намагниченной оболочке после взрыва СН.

В разд. 1.7 и 1.8 проанализирована эволюция массивных смешанных майорановских нейтрино в вакууме, а также в веществе и магнитном поле в рамках подхода основанного на релятивистской квантовой механике. Помимо осцилляций между различными нейтринными флейворами, также рассматриваются переходы между нейтрино и антинейтрино, которые допускаются, если нейтрино являются майорановскими частицами. В разд. 1.9 полученные результаты применяются для исследования астрофизических нейтрино в расширяющейся оболочке от СН. При этом предполагается, что нейтрино являются майорановскими частицами. Проводится сравнение динамики их осцилляций со случаем дираковских нейтрино, изученным в разд. 1.5.

Наконец, в разд. 1.10 рассматриваются переходы между нейтрино и антинейтрино в рамках подхода основанного на квантовой теории поля, в котором нейтрино предполагаются виртуальными частицами, распространяющимися между макроскопически разнесенными точками рождения и детектирования (см. также работы [41–45]). При этом, особое внимание уделяется влиянию фонового вещества на процесс осцилляций, т.к. этот вид переходов может происходить внутри атомного ядра (см., например, статью [27]) и, следовательно, в данном случае нельзя пренебрегать наличием плотного ядерного вещества при осцилляциях нейтрино.

Краткие выводы по результатам данной главы приведены в разд. 1.11. Некоторые технические вопросы рассматриваются в Приложениях А-В, чтобы не загромождать описание основных результатов в разд. 1.1-1.10.

## 1.1. Осцилляции дираковских нейтрино в вакууме

В этом разделе обсуждается динамика флейворных осцилляций нейтрино в вакууме, т.е. в отсутствие внешних полей, с использованием подхода основанного на релятивистской квантовой механике [49, 50]. Сначала формулируется задача Коши для системы флейворных нейтрино. Затем приводится точное решение задачи Коши и находятся вероятности перехода между различными поколениями нейтрино. Также обсуждаются границы применимости разработанного формализма.

Без ограничения общности исследуем эволюцию системы только из двух типов нейтрино  $\nu = (\nu_\alpha, \nu_\beta)$ , где индексы  $\alpha$  и  $\beta$  могут соответствовать электронному, мюонному или  $\tau$ -нейтрино. В различных теоретических моделях (см., например, работу [133]) предлагается, что число типов нейтрино может быть больше чем три,  $N_\nu > 3$ . Случай произвольного числа типов нейтрино может быть рассмотрен в рамках разработанного формализма путем несложного обобщения. Лоренц-инвариантный лагранжиан для рассматриваемой системы ней-

трино имеет следующий вид:

$$\mathcal{L} = \sum_{\lambda=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda - \sum_{\lambda\lambda'=\alpha,\beta} m_{\lambda\lambda'} \bar{\nu}_\lambda \nu_{\lambda'}, \quad (1.1)$$

где  $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma})$  – матрицы Дирака, а  $(m_{\lambda\lambda'})$  – массовая матрица, которая не диагональна во флейворном базисе. Недиагональные элементы этой матрицы  $m_{\alpha\beta} = m_{\beta\alpha}$  соответствуют вакуумному смешению между различными флейворными состояниями нейтрино.

Для описания временной эволюции системы (1.1) сформулируем задачу Коши для флейворных состояний нейтрино, т.е. зададим следующие начальные условия для  $\nu_\lambda$ ,

$$\nu_\lambda(\mathbf{r}, t = 0) = \nu_\lambda^{(0)}(\mathbf{r}), \quad \lambda = \alpha, \beta, \quad (1.2)$$

в которых  $\nu_\lambda^{(0)}(\mathbf{r})$  являются известными функциями координат. Смысл формулы (1.2) состоит в том, что по начальным распределениям полей флейворных нейтрино ищутся волновые функции в последующие моменты времени:  $\nu_\lambda(\mathbf{r}, t > 0)$ . Ситуация, когда изначально представлен только один тип нейтрино, например,  $\beta$ , реализуется в экспериментах по исследованию нейтринных осцилляций: в пучке, состоящем из нейтрино типа  $\beta$  ищутся нейтрино типа  $\alpha$ .

Для решения начальной задачи (1.2) для системы (1.1) определим массовые состояния нейтрино  $\psi_a, a = 1, 2$ ,

$$\nu_\lambda = \sum_{a=1,2} U_{\lambda a} \psi_a, \quad (1.3)$$

где матрица  $(U_\lambda)$  выбрана таким образом, чтобы диагонализировать массовую матрицу  $(m_{\lambda\lambda'})$ . Собственные значения массовой матрицы, которые являются действительными, положительными числами, определяют массы полей  $\psi_a$ . Обозначим их как  $m_a$ .

Лагранжиан (1.1) содержит волновые функции, соответствующие флейворным состояниям нейтрино. Поэтому, до диагонализации массовой матрицы нельзя сказать, являются поля  $\nu_\lambda$  дираковскими либо майорановскими. Только

тогда, когда определены массовые состояния и проанализирована структура полученной массой матрицы, можно выявить природу нейтрино (см., например, статьи [134, 135]). В настоящем разделе предполагается, что поля  $\psi_a$  являются дираковскими частицами.

В случае, когда присутствуют только два типа нейтрино, матрица смешивания ( $U_{\lambda a}$ ) в формуле (1.3) имеет вид,

$$(U_{\lambda a}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

где  $\theta$  – вакуумный угол смешивания.

После замены переменных (1.3) в лагранжиане (1.1), он принимает следующий вид:

$$\mathcal{L} = \sum_{a=1,2} \bar{\psi}_a (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_a) \psi_a. \quad (1.5)$$

Лагранжиан (1.5) должен быть дополнен начальными условиями для полей  $\psi_a$ ,

$$\psi_a(\mathbf{r}, t = 0) = \psi_a^{(0)}(\mathbf{r}), \quad \psi_a^{(0)} = (U_{a\lambda}^{-1}) \nu_\lambda^{(0)}, \quad (1.6)$$

которые следуют из формул (1.2) и (1.3).

Как видно из уравнений Дирака,

$$i\dot{\psi}_a = (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m_a) \psi_a, \quad a = 1, 2, \quad (1.7)$$

возникающих в результате варьирования лагранжиана (1.5), поля  $\psi_a$  эволюционируют независимо. В формуле (1.7) используются стандартные определения для матриц Дирака,  $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$  и  $\beta = \gamma^0$ .

Решение уравнения (1.7) имеет следующий вид:

$$\psi_a(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ a_a^{(\zeta)} u_a^{(\zeta)} e^{-iE_a t} + b_a^{(\zeta)} v_a^{(\zeta)} e^{iE_a t} \right], \quad (1.8)$$

где  $E_a = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m_a^2}$  – энергия массивных нейтрино в вакууме,  $\zeta = \pm$  – спиральности массовых состояний нейтрино, а  $u_a^{(\zeta)}$  и  $v_a^{(\zeta)}$  – базисные спиноры, соответствующие определенным спиральностям.

В рамках подхода для описания эволюции системы нейтрино (1.1), основанного на релятивистской квантовой механике, коэффициенты  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  являются  $c$ -числовыми функциями, а не операторами, действующими в фоковском пространстве [49, 50]. Таким образом, основная задача заключается в нахождении этих коэффициентов. Поскольку поля  $\psi_a$  являются независимыми, значения коэффициентов  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  зависят только от начальных условий (1.6).

Используя свойство ортонормированности базисных спиноров,

$$u_a^{(\zeta')\dagger} u_a^{(\zeta)} = v_a^{(\zeta')\dagger} v_a^{(\zeta)} = \delta_{\zeta'\zeta}, \quad u_a^{(\zeta')\dagger} v_a^{(\zeta)} = 0, \quad (1.9)$$

находим коэффициенты  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  в следующей форме:

$$a_a^{(\zeta)} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} u_a^{(\zeta)\dagger} \psi_a^{(0)}(\mathbf{p}), \quad b_a^{(\zeta)} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} v_a^{(\zeta)\dagger} \psi_a^{(0)}(\mathbf{p}), \quad (1.10)$$

где

$$\psi_a^{(0)}(\mathbf{p}) = \int d^3\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \psi_a^{(0)}(\mathbf{r}), \quad (1.11)$$

это Фурье образ начальной волновой функции (1.6).

С помощью уравнений (1.8)-(1.11) приходим к выражениям для волновых функций нейтринных массовых состояний,

$$\psi_a(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{r}' S_a(\mathbf{r}' - \mathbf{r}, t) (-i\gamma^0) \psi_a^{(0)}(\mathbf{r}'), \quad (1.12)$$

где

$$S_a(\mathbf{r}, t) = (i\gamma^\mu \partial_\mu + m_a) D_a(\mathbf{r}, t), \quad (1.13)$$

является функцией Паули-Йордана спинорной частицы, а

$$D_a(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \frac{\sin E_a t}{E_a}, \quad (1.14)$$

представляет собой функцию Паули-Йордана скалярного поля.

Удобно переписать соотношение (1.12) в форме,

$$\psi_a(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} S_a(-\mathbf{p}, t) (-i\gamma^0) \psi_a^{(0)}(\mathbf{p}), \quad (1.15)$$



где

$$\begin{aligned}
S_a(-\mathbf{p}, t) &= \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ u_a^{(\zeta)} \otimes u_a^{(\zeta)\dagger} e^{-iE_a t} + v_a^{(\zeta)} \otimes v_a^{(\zeta)\dagger} e^{iE_a t} \right] (i\gamma^0) \\
&= \left[ \cos E_a t - i \frac{\sin E_a t}{E_a} (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \beta m_a) \right] (i\gamma^0), \tag{1.16}
\end{aligned}$$

это Фурье образ функции Паули-Йордана функции (1.13). Чтобы получить соотношение (1.16) использовались формулы суммирования по спиновым индексам [136]

$$\begin{aligned}
\sum_{\zeta=\pm 1} u_a^{(\zeta)} \otimes u_a^{(\zeta)\dagger} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2E_a} (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \beta m_a), \\
\sum_{\zeta=\pm 1} v_a^{(\zeta)} \otimes v_a^{(\zeta)\dagger} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2E_a} (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \beta m_a), \tag{1.17}
\end{aligned}$$

которые согласуются с условием нормировки базисных спиноров (1.9).

Рассмотрим теперь начальные условия (1.2) определенного вида. Предположим, что первоначально имеется очень широкий волновой пакет, т.е. координатная зависимость волновых функций  $\nu_\lambda^{(0)}(\mathbf{r})$  соответствует плоской волне с начальным импульсом  $\mathbf{k}$ . Кроме того, будем рассматривать ситуацию, когда изначально присутствует только один аромат нейтрино. Таким образом, имеем,

$$\nu_\alpha^{(0)}(\mathbf{r}) = 0, \quad \nu_\beta^{(0)}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \nu_\beta^{(0)}(\mathbf{k}), \tag{1.18}$$

где  $\nu_\alpha^{(0)}(\mathbf{k})$  – независимый от координат нормировочный спинор,  $|\nu_\beta^{(0)}(\mathbf{k})|^2 = 1$ .

Используя формулы (1.3), (1.4), а также (1.14)-(1.18), получаем волновую функцию флейворного нейтрино  $\nu_\alpha$ , которое изначально отсутствовало в пучке, как

$$\begin{aligned}
\nu_\alpha(\mathbf{r}, t) &= e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \sin \theta \cos \theta \left\{ \cos E_1 t - \cos E_2 t \right. \\
&\quad \left. - i \frac{\sin E_1 t}{E_1} (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{k} + \beta m_1) + i \frac{\sin E_2 t}{E_2} (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{k} + \beta m_2) \right\} \nu_\beta^{(0)}(\mathbf{k}), \tag{1.19}
\end{aligned}$$

где энергии являются функциями начального импульса:  $E_a = \sqrt{|\mathbf{k}|^2 + m_a^2}$ .

С помощью формулы (1.19) получаем вероятность перехода  $P_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha}(t) = |\nu_\alpha(\mathbf{r}, t)|^2$  в виде

$$P_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha}(t) = \sin^2(2\theta) \left[ \sin^2(\Phi t) - \sin(\Phi t) \cos(\sigma t) \times \frac{1}{2} \left( \frac{m_1^2}{k^2} \sin E_1 t - \frac{m_2^2}{k^2} \sin E_2 t \right) \right] + \mathcal{O} \left( \frac{m_a^4}{k^4} \right), \quad (1.20)$$

где

$$\Phi = \frac{E_1 - E_2}{2} \approx \frac{\delta m^2}{4k} + \dots, \quad \sigma = \frac{E_1 + E_2}{2} \approx k + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4k} + \dots, \quad (1.21)$$

а  $\delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$ . Величина  $\Phi$  является фазой осцилляций нейтрино в вакууме. Заметим, что вероятность перехода (1.20) не зависит от координат, поскольку исследуется достаточно широкий начальный волновой пакет.

В пределе ультрарелятивистских частиц главный член в соотношении (1.20) представляет собой вероятность перехода для нейтринных осцилляций в вакууме. Поправки к основному результату подавлены множителем  $m_a^2/k^2 \ll 1$ . Используя соотношение (1.21), можно представить формулу (1.20) в следующем виде:

$$P_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha}(t) = \sin^2(2\theta) \left[ \sin^2 \left( \frac{\delta m^2}{4k} t \right) - \frac{\delta m^2}{4k^2} \sin \left( \frac{\delta m^2}{4k} t \right) \sin(2kt) \right] + \dots, \quad (1.22)$$

где опущены малые поправки  $\sim m_a^4/k^4$ .

Теперь главный член в формуле (1.22) воспроизводит хорошо известный результат для вероятности перехода при осцилляциях нейтрино в вакууме, полученный в рамках квантово-механического подхода [137]. Поправка к главному члену, которая является быстро осциллирующей функцией на частоте  $\sim k$ , была выведена в статье [46] с использованием методов квантовой теории поля. В данном разделе аналогичный результат был получен в рамках релятивистской квантовой механики (см. также [49, 50]). Таким образом, данная поправка к главному члену в вероятности перехода возникает при использовании релятивистски инвариантных решений волновых уравнений для массивных нейтрино.

Отметим, что вероятность перехода в формуле (1.22) является инвариантной относительно замены  $m_1 \Leftrightarrow m_2$ . Это означает, что нельзя получить информацию о иерархии масс нейтрино путем изучения осцилляций нейтрино в вакууме, даже с учетом поправки к главному члену в вероятности перехода.

Обсудим теперь возможные начальные условия, которые отличаются от плоской волны (1.18). Если начальная волновая функция локализована в области пространства с характерным масштабом  $L_0$ , а детектор нейтрино находится в волновой зоне  $|\mathbf{r}| \gg L_0$ , то в функциях Паули-Йордана (1.14) и (1.13) можно пренебречь зависимостью от массы частиц  $m_a$  (см. работы [49, 50, 138]). Таким образом, нейтрино имеющие локализованные в пространстве начальные волновые функции, будут эволюционировать в волновой зоне как безмассовые частицы, которые, как известно, не подвержены флейворным осцилляциям. Поэтому начальный волновой пакет должен быть достаточно широким.

## 1.2. Осцилляции дираковских нейтрино в веществе

В этом разделе формализм, развитый в разд. 1.1, используется для изучения эволюции системы флейворных нейтрино со смешиванием  $\nu = (\nu_\alpha, \nu_\beta)$  распространяющихся в веществе [51, 52]. Будет сформулирована задача Коши для данной системы. Начальная задача будет решена для случая ультрарелятивистских нейтрино. Будет детально исследована ситуация, когда нейтрино взаимодействует с веществом в рамках СМ. Также будет проанализирована динамика нейтринных осцилляций в случае «нестандартных» взаимодействий, которые смешивают различные нейтринные флейворы.

Взаимодействие нейтрино с веществом может быть представлено в форме внешнего аксиально-векторного поля  $f_{\lambda\lambda'}^\mu$  [139–141]. По аналогии с разд. 1.1, сначала запишем лоренц-инвариантный лагранжиан рассматриваемой системы,

$$\mathcal{L} = \sum_{\lambda=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda - \sum_{\lambda,\lambda'=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda (m_{\lambda\lambda'} + f_{\lambda\lambda'}^\mu \gamma_\mu^L) \nu_{\lambda'}, \quad (1.23)$$

где  $\gamma_\mu^L = \gamma_\mu(1 - \gamma^5)/2$ , а  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ . Обозначение для массовой матрицы такое же, как и в разд. 1.1.

Отметим, что в общем случае аксиально-векторное поле  $f_{\lambda\lambda'}^\mu$  может быть недиагональным во флейворном базисе. Появление недиагональных компонент ( $f_{\alpha\beta}^\mu$ ) у этой матрицы является указанием на наличие «нестандартных» взаимодействий нейтрино, которые смешивают различные нейтринные флейворы, поскольку в рамках СМ электрослабого взаимодействия возможны только диагональные элементы этой матрицы.

Если рассмотреть случай взаимодействия нейтрино с веществом в рамках СМ, то нулевая компонента диагональных элементов данной матрицы,  $f_{\lambda\lambda}^0$ , пропорциональна плотности фонового вещества, а пространственная компонента,  $\mathbf{f}_{\lambda\lambda}$ , – средней скорости и поляризации фона фермионов. Подробности операции усреднения по фоновым фермионам среды представлены в работах [140, 141].

Для описания эволюции системы (1.23) сформулируем задачу Коши для флейворных нейтрино с начальными волновыми функциями, имеющими такой же вид, как и в формуле (1.2). Для решения начальной задачи введем массовые состояния нейтрино  $\psi_a$  (см. формулы (1.3) и (1.4)), так чтобы диагонализировать массовую матрицу ( $m_{\lambda\lambda'}$ ). Также, как и в разд. 1.1 полагаем, что массовые состояния  $\psi_a$  являются дираковскими частицами.

Лагранжиан (1.23), выраженный через поля  $\psi_a$  имеет вид,

$$\mathcal{L} = \sum_{a=1,2} \bar{\psi}_a (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_a) \psi_a - \sum_{a,b=1,2} g_{ab}^\mu \bar{\psi}_a \gamma_\mu^L \psi_b, \quad (1.24)$$

где

$$(g_{ab}^\mu) = U^\dagger (f_{\lambda\lambda'}^\mu) U = \begin{pmatrix} g_1^\mu & g^\mu \\ g^\mu & g_2^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

является внешним аксиально-векторным полем выраженным в массовом базисе.

Можно получить уравнения Дирака для массовых состояний нейтрино

непосредственно из лагранжиана (1.24). Данные уравнения имеют вид,

$$\begin{aligned} i\dot{\psi}_a &= \mathcal{H}_a \psi_a + \mathcal{V} \psi_b, \quad a, b = 1, 2, \quad a \neq b, \\ \mathcal{H}_a &= \boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + \beta m_a + \beta \gamma_\mu^L g_a^\mu, \quad \mathcal{V} = \beta \gamma_\mu^L g^\mu. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Следует отметить, что уравнения Дирака для различных массовых состояний не являются независимыми из-за наличия взаимодействия  $\mathcal{V}$ . При исследовании решений уравнения Дирака для массивного нейтрино в веществе будем точно учитывать вклад слагаемого  $\beta \gamma_\mu^L g_a^\mu$ , тогда как взаимодействие  $\mathcal{V}$ , которое смешивает различные массовые состояния, должно быть учтено в рамках теории возмущений. Тем не менее, для ультрарелятивистских нейтрино можно найти решение уравнений (1.26), в котором точно учтено взаимодействие  $\mathcal{V}$ .

Будем исследовать распространение нейтрино в неподвижном и неполяризованном веществе, что соответствует  $\mathbf{g}_{ab} = 0$ . В этом случае матрица  $(g_{ab}^\mu)$  имеет только нулевую компоненту,

$$(g_{ab}) \equiv (g_{ab}^0) = \begin{pmatrix} g_1 & g \\ g & g_2 \end{pmatrix}, \quad (1.27)$$

где введены новые обозначения,  $g_a \equiv g_{aa}^0$  и  $g \equiv g_{12}^0 = g_{21}^0$ . Если фермионы вещества неподвижны и не поляризованы, то оператор спиральности  $(\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{p})/|\mathbf{p}|$ , где  $\boldsymbol{\Sigma} = \gamma^0 \gamma^5 \boldsymbol{\gamma}$ , коммутирует с гамильтонианом  $\mathcal{H}_a$ . Следовательно можно классифицировать состояния массивных нейтрино с помощью собственных значений  $\zeta = \pm$  оператора спиральности.

Наиболее общее решение уравнения (1.26) может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi_a(\mathbf{r}, t) &= e^{-ig_a t/2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p} \mathbf{r}} \\ &\times \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ a_a^{(\zeta)}(t) u_a^{(\zeta)} \exp(-iE_a^{(\zeta)} t) + b_a^{(\zeta)}(t) v_a^{(\zeta)} \exp(+iE_a^{(\zeta)} t) \right], \end{aligned} \quad (1.28)$$

где  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  являются неопределенными неоператорными коэффициентами

(см. формулу (1.8)), которые, однако, теперь зависят от времени, из-за члена  $\mathcal{V}$  в формуле (1.26).

Энергетический спектр  $E_a^{(\zeta)}$  уравнения (1.28) был найден в работе [142,143] в случае неподвижного и неполяризованного вещества,

$$E_a^{(\zeta)} = \sqrt{(|\mathbf{p}| - \zeta g_a/2)^2 + m_a^2}. \quad (1.29)$$

Базисные спиноры  $u_a^{(\zeta)}$  и  $v_a^{(\zeta)}$  в соотношении (1.28) являются собственными векторами оператора спиральности  $(\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{p})/|\mathbf{p}|$ , соответствующими собственным значениям  $\zeta$ . В качестве примера приведем базисные спиноры, которые соответствуют ультррелятивистской частице распространяющейся вдоль оси  $z$ ,

$$u^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

где опущен индекс  $a$ , поскольку масса нейтрино не учитывается в формуле (1.30). Базисные спиноры, соответствующие нейтрино с произвольной энергией были найдены в явном виде в работах [142,143].

Теперь необходимо задать начальные условия. Можно выбрать их в том же виде, что и в формуле (1.18), где  $\mathbf{k} = (0, 0, k)$  и  $k \gg m_a$ . При этом также удобно положить  $\nu_\beta^{(0)} = u^-$  (см. формулу (1.30)). Такая начальная волновая функция соответствует нейтрино, распространяющихся вдоль оси  $z$ , со спином направленным против импульса частицы, то есть она описывает лево-поляризованное нейтрино.

Подставив формулу (1.28) в волновые уравнения (1.26), получим следую-

щие обыкновенные дифференциальные уравнения для функций  $a_a^{(\zeta)}(t)$  и  $b_a^{(\zeta)}(t)$ :

$$\begin{aligned} i\dot{a}_a^{(\zeta)} &= e^{i(g_a - g_b)t/2} \exp\left(iE_a^{(\zeta)}t\right) u^{(\zeta)\dagger} \mathcal{V} \\ &\times \sum_{\zeta'=\pm 1} \left[ a_b^{(\zeta')} u^{(\zeta')} \exp\left(-iE_b^{(\zeta')}t\right) + b_b^{(\zeta')} v^{(\zeta')} \exp\left(iE_b^{(\zeta')}t\right) \right], \\ i\dot{b}_a^{(\zeta)} &= e^{i(g_a - g_b)t/2} \exp\left(-iE_a^{(\zeta)}t\right) v^{(\zeta)\dagger} \mathcal{V} \\ &\times \sum_{\zeta'=\pm 1} \left[ a_b^{(\zeta')} u^{(\zeta')} \exp\left(-iE_b^{(\zeta')}t\right) + b_b^{(\zeta')} v^{(\zeta')} \exp\left(iE_b^{(\zeta')}t\right) \right]. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Чтобы вывести уравнение (1.31) использовалось свойство ортонормированности базисных спиноров (1.30) (см. формулу (1.9)). Необходимо дополнить уравнение (1.31) начальными условиями,

$$a_1^{(\zeta)}(0) = \frac{\sin \theta}{(2\pi)^{3/2}} u^{(\zeta)\dagger} \nu_\beta^{(0)}, \quad a_2^{(\zeta)}(0) = \frac{\cos \theta}{(2\pi)^{3/2}} u^{(\zeta)\dagger} \nu_\beta^{(0)}, \quad (1.32)$$

которые возникают в результате учета формул (1.6) и (1.28). Если исследуется эволюция произвольного начального волнового пакета, то вместо  $\nu_\beta^{(0)}$  в формуле (1.32) необходимо использовать Фурье образ начальной волновой функции  $\nu_\beta^{(0)}(\mathbf{r})$ .

Принимая во внимание тот факт, что  $\langle u^{(\zeta)} | \mathcal{V} | v^{(\zeta')} \rangle = 0$ , получаем, что уравнения для  $a_a^{(\zeta)}(t)$  и  $b_a^{(\zeta)}(t)$  становятся независимыми, т.е. взаимодействие  $\mathcal{V}$  не смешивает собственные функции соответствующие положительным и отрицательным энергиям. В дальнейшем будем рассматривать только эволюцию  $a_a^{(\zeta)}(t)$ , поскольку динамика  $b_a^{(\zeta)}(t)$  может быть изучена аналогичным образом.

Единственными отличными от нуля матричными элементами потенциала  $\mathcal{V}$  в уравнении (1.31) являются  $\langle u^- | \mathcal{V} | u^- \rangle = \langle v^+ | \mathcal{V} | v^+ \rangle = g$ , (см. формулу (1.30)). В результате получаем, что уравнения (1.31) сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям только для функции  $a^-(t)$ ,

$$i\dot{a}_a^- = a_b^- g \exp[i\{E_a^- - E_b^- + (g_a - g_b)/2\}t], \quad a, b = 1, 2, \quad a \neq b. \quad (1.33)$$

Из формулы (1.33) видно, что уравнения для функций  $a_a^-$  и  $a_a^+$  (которое здесь не показано) являются независимыми поскольку взаимодействие с фоновым

веществом сохраняет спиральности частиц. Напомним, что начальные условия были выбраны соответствующими лево-поляризованной частице. В самом деле, из соотношения (1.32) можно получить, что функции  $a_a^+(t)$  равны нулю при  $t = 0$ .

Решение уравнения (1.33) может быть выражено в виде (см. Приложение А),

$$\begin{aligned} a_1^-(t) &= F a_1^-(0) + G a_2^-(0), & F &= \left[ \cos \Omega_- t - i \frac{\omega_-}{2\Omega_-} \sin \Omega_- t \right] \exp(i\omega_- t/2), \\ a_2^-(t) &= F^* a_2^-(0) - G^* a_1^-(0), & G &= -i \frac{g}{\Omega_-} \sin \Omega_- t \exp(i\omega_- t/2), \end{aligned} \quad (1.34)$$

где  $\Omega_- = \sqrt{g^2 + (\omega_-/2)^2}$ , а  $\Omega_- = E_1^- - E_2^- + (g_1 - g_2)/2$ .

Используя тождество  $(v^+ \otimes v^{+\dagger}) \nu_\beta^{(0)} = 0$  (см. формулу (1.30)), а также соотношения (1.3), (1.4), (1.28) и (1.34), приходим к выражению для волновой функции флейворного нейтрино  $\nu_\alpha$ ,

$$\begin{aligned} \nu_\alpha(z, t) &= -i \exp(-i\sigma_- t + ikz) \frac{\sin \Omega_- t}{\Omega_-} \\ &\quad \times [g \cos 2\theta + (\omega_-/2) \sin 2\theta] \nu_\beta^{(0)} + \mathcal{O}\left(\frac{m_a}{k}\right), \end{aligned} \quad (1.35)$$

где  $\sigma_- = (E_1^- + E_2^-)/2 + (g_1 + g_2)/2$ . Отметим, что в формуле (1.35) помимо вклада СМ учтены также возможные «нестандартные» взаимодействия релятивистских нейтрино с неподвижным и неполяризованным веществом произвольной плотности.

Обсудим теперь случай нейтрино, взаимодействующего с веществом в рамках СМ. В этом случае матрица  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$  является диагональной:  $f_{\lambda\lambda'}^\mu = f_\lambda^\mu \delta_{\lambda\lambda'}$ . Поскольку исследуется случай неподвижного и неполяризованного вещества, то пространственные компоненты 4-вектора  $f_\lambda^\mu$  равны нулю. Если изучается вещество состоящее из электронов, нейтронов и протонов, нулевая компонента  $f_\lambda^0 \sim f_\lambda$  принимает форму (см., например, статью [139])

$$f_\lambda = \sqrt{2} G_F \sum_{f=e,p,n} n_f q_f^{(\lambda)}, \quad q_f^{(\lambda)} = \left( I_{3L}^{(f)} - 2Q^{(f)} \sin^2 \theta_W + \delta_{f_e} \delta_{\lambda\nu_e} \right), \quad (1.36)$$



где  $n_f$  – плотность числа частиц среды,  $I_{3L}^{(f)}$  – третья компонента изоспина фермионов типа  $f$ ,  $Q^{(f)}$  – электрический заряд данных фермионов,  $\theta_W$  – угол Вайнберга, а  $G_F \approx 1.17 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  – постоянная Ферми.

Используя формулы (1.4), (1.25) и (1.27) получаем, что матрица  $(g_{ab})$  имеет вид

$$(g_{ab}) = \begin{pmatrix} f_\alpha \cos^2 \theta + f_\beta \sin^2 \theta & \sin 2\theta \Delta V_{\text{eff}}/2 \\ \sin 2\theta \Delta V_{\text{eff}}/2 & f_\alpha \sin^2 \theta + f_\beta \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

где  $\Delta V_{\text{eff}} = f_\beta - f_\alpha$  – разница между эффективными потенциалами флейворных нейтрино, взаимодействующих с веществом. Используя уравнение (1.36), приведем  $\Delta V_{\text{eff}}$  в форме,

$$\Delta V_{\text{eff}} = \sqrt{2} G_F \times \begin{cases} n_e, & \text{для } \nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau}, \\ 0, & \text{для } \nu_{\mu,\tau} \rightarrow \nu_{\tau,\mu}, \end{cases} \quad (1.38)$$

для различных каналов нейтринных осцилляций.

В дальнейшем рассмотрим случай вещества низкой плотности,  $g_a \ll k$ , что справедливо практически для всех реалистичных импульсов нейтрино и плотном фоновом веществе. Действительно, даже для вещества в центре НЗ, где  $n_n = 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ , исходя из формулы (1.36) получаем, что  $g_a \sim 10 \text{ eV}$ , что значительно меньше энергии практически любого нейтрино. С помощью формулы (1.29) получаем, что в этом приближении  $\omega_-/2 \approx \Phi - \cos 2\theta \Delta V_{\text{eff}}/2$ , где  $\Phi$  и  $\delta m^2$  определены в формуле (1.21).

Вероятность перехода для процесса  $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$  может быть рассчитана на основе соотношения (1.35) в виде

$$P_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha}(t) = |\nu_\alpha(z, t)|^2 \approx P_{\text{max}} \sin^2 \left( \frac{\pi}{L_{\text{osc}}} t \right), \quad (1.39)$$

где

$$P_{\text{max}} = \frac{\Phi^2 \sin^2(2\theta)}{(\Phi \cos 2\theta - \Delta V_{\text{eff}}/2)^2 + \Phi^2 \sin^2(2\theta)},$$

$$\frac{\pi}{L_{\text{osc}}} = \sqrt{(\Phi \cos 2\theta - \Delta V_{\text{eff}}/2)^2 + \Phi^2 \sin^2(2\theta)}, \quad (1.40)$$

являются максимальной вероятностью перехода и длиной осцилляций.

Из соотношений (1.39) и (1.40) видно, что они воспроизводят известную формулу для вероятности перехода в нейтринных осцилляциях в веществе (см. работы [17, 18]). Если плотность имеет резонансное значение определяемое из соотношения:  $\Phi \cos 2\theta = \Delta V_{\text{eff}}^{(\text{res})}/2$ , максимальная вероятность перехода достигает больших значений  $\sim 1$ . Данный эффект резонансного усиления осцилляций нейтрино в веществе известен как эффект МСВ [17, 18].

Обсудим теперь осцилляции нейтрино в веществе, с учетом гипотетических «нестандартных» взаимодействий нейтрино. Одной из возможностей проявления такого рода взаимодействий являются недиагональные элементы матрицы  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$ . Это взаимодействие может индуцировать переходы между нейтринными флейворами в присутствии вещества. Рассмотрим, как и прежде, неподвижное и неполяризованное вещество, и обозначим дополнительный ненулевой элемент матрицы  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$  как  $f \equiv f_{\alpha\beta}^0 \neq 0$ . Следует отметить, что вопрос о точной форме зависимости нестандартного взаимодействия от плотности фермионов среды остается открытым. Тем не менее, можно задать нестандартное взаимодействие как  $f = \epsilon_{\alpha\beta}(f_\alpha + f_\beta)/2$ . Экспериментальные ограничения на параметры  $\epsilon_{\alpha\beta}$  составляют  $|\epsilon_{\alpha\beta}| \lesssim 0.4$  [144].

Используя те же рассуждения, что и для вывода соотношений (1.39) и (1.40), приходим к модифицированным выражениям для максимальной вероятности перехода и длины осцилляций,

$$P_{\text{max}} = \frac{(\Phi \sin 2\theta + f)^2}{(\Phi \cos 2\theta - \Delta V_{\text{eff}}/2)^2 + (\Phi \sin 2\theta + f)^2},$$

$$\frac{\pi}{L_{\text{osc}}} = \sqrt{(\Phi \cos 2\theta - \Delta V_{\text{eff}}/2)^2 + (\Phi \sin 2\theta + f)^2}. \quad (1.41)$$

Формула (1.41) является точной и справедливой для произвольной величины нестандартного взаимодействия  $f$ , в отличие от формул, полученных в работе [145] на основе теории возмущений.

Из формулы (1.41) видно, что в большинстве случаев учет нестандартного взаимодействия нейтрино рассматриваемого типа не приводит к возникновению

никаких дополнительных резонансов в нейтринных осцилляциях. Рассматриваемое новое взаимодействие нейтрино может немного изменить поведение вероятности перехода.

Можно, однако заметить, что новое взаимодействие индуцирует флейворные осцилляции даже для безмассовых нейтрино. Действительно, предположив, что  $m_a = 0$  (или, эквивалентно,  $\Phi = 0$ ), получаем, что параметры вероятности перехода, приведенные в формуле (1.41), формально совпадают с аналогичными выражениями в формуле (1.40), которые были выведены для массивных нейтрино, если заменить  $\Phi \sin 2\theta \rightarrow f$ . В данном случае, однако, нельзя ожидать появления обычного МСВ резонанса, поскольку  $\Phi = 0$ . Усиление нейтринных осцилляций может произойти только если  $\Delta V_{\text{eff}} = 0$ , что может иметь место, например, в  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  канале осцилляций (см. формулу (1.38)).

Заметим, что для исследования нейтринных осцилляций в веществе в качестве начальной волновой функции была выбрана плоская волна соответствующая ультрарелятивистской частице. Это позволило точно учесть вклад потенциала  $g$  в уравнении (1.31). Тем не менее, можно исследовать эволюцию флейворных нейтрино в веществе с произвольным начальным условием в случае низкой плотности фермионов среды [51]. В работе [51] было показано, что динамика осцилляций нейтрино в этой ситуации согласуется с результатами статей [17, 18].

### 1.3. Осцилляции дираковских нейтрино во внешнем магнитном поле

В этом разделе формализм, развитый в разд. 1.1 и 1.2, применяется для описания эволюции пучка нейтрино во внешнем электромагнитном поле [53]. В отличие от предыдущих разделах здесь рассматривается ситуация, когда наряду с изменением нейтринного флейвора спиральность частицы также претерпевает изменение, т.е. исследуются т.н. спин-флейворные осцилляции нейтрино,

$\nu_\beta^{\text{L,R}} \leftrightarrow \nu_\alpha^{\text{R,L}}$ . Также будут выведены новые формулы для вероятности перехода, соответствующие произвольной матрице магнитных моментов.

Нейтрино, как известно, является незаряженной частицей. Ограничение на электрический заряд нейтрино находится на уровне  $(10^{-12} - 10^{-13}) e_0$  [23], где  $e_0$  – заряд протона. Тем не менее, нейтрино может взаимодействовать с внешним электромагнитным полем  $F_{\mu\nu} = (\mathbf{E}, \mathbf{B})$ , благодаря наличию аномальных магнитных моментов. Экспериментальное ограничение на магнитные моменты нейтрино составляет  $3.2 \times 10^{-11} \mu_B$  [146], где  $\mu_B$  – магнетон Бора. Несмотря на малость магнитных моментов нейтрино, их взаимодействие с сильными электромагнитными полями может существенно влиять на динамику нейтринных осцилляций (см., например, разд. 1.5 и 1.6 ниже).

Лагранжиан для рассматриваемой системы двух флейворных нейтрино  $\nu = (\nu_\alpha, \nu_\beta)$  может быть записан следующим образом:

$$\mathcal{L} = \sum_{\lambda=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda - \sum_{\lambda\lambda'=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda \left( m_{\lambda\lambda'} + \frac{1}{2} M_{\lambda\lambda'} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \nu_{\lambda'}, \quad (1.42)$$

где  $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$ . Матрица магнитных моментов,  $(M_{\lambda\lambda'})$ , в формуле (1.42) определена во флейворном базисе. В общем случае эта матрица не зависит от массовой матрицы  $(m_{\lambda\lambda'})$ , т.е. диагонализация массовой матрицы не обязательно означает, диагонального вида матрицы магнитных моментов.

Для анализа динамики системы (1.42) сформулируем задачу Коши (см. формулы (1.2), (1.6) и (1.18)) и введем массовые состояния  $\psi_a$  (см. формулы (1.3) и (1.4)). Однако, в отличие от предыдущих разделов, необходимо выбрать определенную форму нормировочного спинора  $\nu_\beta^{(0)}$  в формуле (1.18).

Когда нейтрино с аномальным магнитным моментом взаимодействует с внешним электромагнитным полем, то его спиральность изменяется. Поэтому следует наложить дополнительное условие на начальный спинор,

$$P_\pm \nu_\beta^{(0)} = \nu_\beta^{(0)}, \quad P_\pm = \left( 1 \pm \frac{(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{k})}{|\mathbf{k}|} \right), \quad (1.43)$$

которое означает, что на начальном этапе имеется нейтрино с определенной спи-

ральностью. Здесь  $\Sigma = \gamma^5 \boldsymbol{\alpha}$  – матрицы Дирака. Если подействовать оператором  $P_{\mp}$  на конечное состояние  $\nu_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$ , можно исследовать появление состояний с противоположной спиральностью среди волновых функций соответствующих флейвору  $\alpha$ , т.е. данная ситуация соответствует спин-флейворным осцилляциям нейтрино  $\nu_{\beta}^{\text{L,R}} \leftrightarrow \nu_{\alpha}^{\text{R,L}}$ . Для определенности будем выбирать начальную волновую функцию соответствующую лево-поляризованному нейтрино, а конечную – право-поляризованной частице.

Запишем теперь лагранжиан (1.42), используя массовые состояния  $\psi_a$ , которые диагонализуют массовую матрицу,

$$\mathcal{L} = \sum_{a=1,2} \bar{\psi}_a (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m_a) \psi_a - \frac{1}{2} \sum_{ab=1,2} \mu_{ab} \bar{\psi}_a \sigma_{\mu\nu} \psi_b F^{\mu\nu}, \quad (1.44)$$

где

$$(\mu_{ab}) = U^{\dagger} (M_{\lambda\lambda'}) U = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{pmatrix}, \quad (1.45)$$

это матрица магнитных моментов, представленная в массовом базисе. Напомним, что данная матрица не обязательно должна быть диагональной.

Аналогично разд. 1.1 и 1.2 будем считать, что массовые состояния нейтрино  $\psi_a$  являются дираковскими частицами. Это означает, что матрица магнитных моментов  $(\mu_{ab})$  может иметь как диагональные и недиагональные элементы. Диагональные элементы этой матрицы соответствуют обычным магнитным моментам, а недиагональные соответствуют переходным магнитным моментам. Переходные магнитные моменты индуцируют изменение как спиральности, так и флейвора нейтрино под действием внешнего электромагнитного поля.

Будем считать, что магнитное поле является постоянным, однородным и направленным вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ , и что электрическое поле равно нулю,  $\mathbf{E} = 0$ . В этом случае запишем уравнение Паули-Дирака для  $\psi_a$ , следующее из лагранжиана (1.44), в виде:

$$\begin{aligned} i\dot{\psi}_a &= \mathcal{H}_a \psi_a + \mathcal{V} \psi_b, \quad a, b = 1, 2, \quad a \neq b, \\ \mathcal{H}_a &= (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p}) + \beta m_a - \mu_a \beta \Sigma_3 B, \quad \mathcal{V} = -\mu \beta \Sigma_3 B, \end{aligned} \quad (1.46)$$

где  $\mu_a = \mu_{aa}$  и  $\mu = \mu_{ab} = \mu_{ba}$  – элементы матрицы  $(\mu_{ab})$  (1.45).

Следует заметить, что, по аналогии с разд. 1.2, волновые уравнения (1.46) для различных массовых состояний являются связанными из-за наличия взаимодействия  $\mathcal{V}$ . Следовательно, для анализа динамики данной системы с учетом этого слагаемого необходимо использовать подход, основанный на теории возмущений, в то время как диагональное магнитное взаимодействие  $-\mu_a \beta \Sigma_3 B$  будет учитываться точно с самого начала.

Будем исследовать распространение нейтрино в поперечном магнитном поле. Поэтому удобно выбрать направление начального импульса вдоль оси  $x$ :  $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ , а начальный спинор в виде  $\nu_\beta^{(0)\text{T}} = (1/2)(1, -1, -1, 1)$ . Данный выбор параметров начального пучка нейтрино означает, что волновая функция  $\nu_\beta^{(0)}(\mathbf{r})$  описывает ультрарелятивистские частицы, распространяющиеся вдоль оси  $x$ , со спином направленным против оси  $x$ , т. е. лево-поляризованные нейтрино. Вклад продольного магнитного поля на динамику осцилляций нейтрино подавлен множителем  $m_a/k \ll 1$  [139, 147, 148].

Общее решение уравнения (1.46) может быть представлено следующим образом:

$$\psi_a(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \times \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ a_a^{(\zeta)}(t) u_a^{(\zeta)} \exp(-iE_a^{(\zeta)}t) + b_a^{(\zeta)}(t) v_a^{(\zeta)} \exp(+iE_a^{(\zeta)}t) \right]. \quad (1.47)$$

Теперь необходимо определить коэффициенты  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  в соответствии с уравнением эволюции (1.46), а также исходя из начальных условий (1.18) и (1.43). Аналогично разд. 1.2, данные коэффициенты в общем случае являются функциями времени.

Как уже упоминалось ранее, спиральность нейтральных частиц, обладающих аномальным магнитным моментом не сохраняется в присутствии внешнего магнитного поля. Поэтому для классификации состояний массивных нейтрино в формуле (1.47) необходимо использовать спиновый оператор следующего ви-

да [53, 56, 149]:

$$\Pi_a = m_a \Sigma_3 + i\gamma^0 \gamma^5 (\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{p})_3 - \mu_a B, \quad (1.48)$$

который коммутирует с гамильтонианом  $\mathcal{H}_a$  в уравнении (1.46) и, следовательно, характеризует направление спина по отношению к магнитному полю. Квантовое число  $\zeta \pm 1$  является собственным значением оператора (1.48).

Уровни энергии массивного нейтрино (1.47) имеют вид [53, 56]:

$$E_a^{(\zeta)} = \sqrt{p_3^2 + \mathcal{E}_a^{(\zeta)2}}, \quad \mathcal{E}_a^{(\zeta)} = \mathcal{K}_a - \zeta \mu_a B, \quad \mathcal{K}_a = \sqrt{m_a^2 + p_1^2 + p_2^2}. \quad (1.49)$$

Для выбранных направлений внешнего магнитного поля  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  и начального импульса  $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ , можно представить формулу (1.49) в виде,

$$E_a^{(\zeta)} = \mathcal{K}_a - \zeta \mu_a B \approx k + \frac{m_a^2}{2k} - \zeta \mu_a B, \quad (1.50)$$

в случае ультрарелятивистских нейтрино для которых  $k \gg m_a$ . В формуле (1.50)  $\mathcal{K}_a = \sqrt{k^2 + m_a^2}$  – кинетическая энергия массивных нейтрино.

Явный вид базисных спиноров  $u_a^{(\zeta)}$  и  $v_a^{(\zeta)}$  в формуле (1.47) для произвольного нейтринного импульса приведен в работах [53, 149]. Воспроизведем базисные спиноры, соответствующие ультрарелятивистским нейтрино,

$$u^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.51)$$

поскольку в дальнейшем будет изучаться эволюция именно таких частиц. В соотношении (1.51) опущен индекс  $a$ , поскольку предполагается, что  $k \gg m_a$ . Базисные спиноры  $u^-$  и  $v^-$  соответствуют отрицательным собственным значениям оператора (1.48) (спин нейтрино направлен противоположно магнитному полю), а  $u^+$  и  $v^+$  – положительным (спин нейтрино направлен по магнитному полю).

Используя общее решение (1.47), содержащее неопределенные функции  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$ , учитывая свойство ортонормированности базисных спиноров (1.51),

и исходя из уравнения Паули-Дирака (1.46), получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$ :

$$\begin{aligned} i\dot{a}_a^{(\zeta)} &= \exp(+iE_a^{(\zeta)}t)u_a^{(\zeta)\dagger}\mathcal{V} \\ &\times \sum_{\zeta'=\pm 1} \left[ a_b^{(\zeta')}u_b^{(\zeta')} \exp(-iE_b^{(\zeta')}t) + b_b^{(\zeta')}v_b^{(\zeta')} \exp(+iE_b^{(\zeta')}t) \right], \\ i\dot{b}_a^{(\zeta)} &= \exp(-iE_a^{(\zeta)}t)v_a^{(\zeta)\dagger}\mathcal{V} \\ &\times \sum_{\zeta'=\pm 1} \left[ a_b^{(\zeta')}u_b^{(\zeta')} \exp(-iE_b^{(\zeta')}t)b_b^{(\zeta')}v_b^{(\zeta')} \exp(+iE_b^{(\zeta')}t) \right], \end{aligned} \quad (1.52)$$

которые должны быть дополнены начальными условиями (1.32), соответствующими начальной волновой функции  $\nu_\beta^{(0)\Gamma} = (1/2)(1, -1, -1, 1)$  (см. выше).

С помощью очевидных тождеств  $\langle u_a^\pm | \mathcal{V} | u_b^\pm \rangle = \mp \mu B$  и  $\langle u_a^\pm | \mathcal{V} | v_b^\mp \rangle = 0$ , которые следуют из формулы (1.51), можно преобразовать уравнение (1.52) к форме,

$$i\dot{a}_a^\pm = \mp a_b^\pm \mu B \exp[i(E_a^\pm - E_b^\pm)t]. \quad (1.53)$$

Полученное выражение аналогично уравнению (1.33), выведенному в разд. 1.2. Следует отметить, что обыкновенные дифференциальные уравнения для функций  $a_a^{(\zeta)}$  и  $b_a^{(\zeta)}$  являются независимыми.

Используя результаты Приложения А можно записать решение уравнения (1.53) в виде:

$$a_1^\pm(t) = F^\pm a_1^\pm(0) + G^\pm a_2^\pm(0), \quad a_2^\pm(t) = F^{\pm*} a_2^\pm(0) - G^{\pm*} a_1^\pm(0), \quad (1.54)$$

где

$$\begin{aligned} F^\pm &= \left[ \cos \Omega_\pm t - i \frac{\omega_\pm}{2\Omega_\pm} \sin \Omega_\pm t \right] \exp(i\omega_\pm t/2), \\ G^\pm &= \pm i \frac{\mu B}{\Omega_\pm} \sin \Omega_\pm t \exp(i\omega_\pm t/2), \end{aligned} \quad (1.55)$$

а

$$\Omega_\pm = \sqrt{(\mu B)^2 + (\omega_\pm/2)^2}, \quad \omega_\pm = E_1^\pm - E_2^\pm. \quad (1.56)$$

Более подробная информация о выводе соотношений (1.54) -(1.56) из формулы (1.53) также представлена в работе [53].



Используя формулу (1.47) и соотношения (1.52) -(1.56), а также тождество  $(v^{(\zeta)} \otimes v^{(\zeta)\dagger}) \nu_\beta^{(0)} = 0$  (см. формулу (1.51)) получаем волновые функции  $\psi_a$ ,  $a = 1, 2$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned}\psi_1(x, t) &= \exp(-iE_1^+ t) (u^+ \otimes u^{+\dagger}) [F^+ \psi_1(x, 0) + G^+ \psi_2(x, 0)] \\ &\quad + \exp(-iE_1^- t) (u^- \otimes u^{-\dagger}) [F^- \psi_1(x, 0) + G^- \psi_2(x, 0)], \\ \psi_2(x, t) &= \exp(-iE_2^+ t) (u^+ \otimes u^{+\dagger}) [F^{+*} \psi_2(x, 0) - G^{+*} \psi_1(x, 0)] \\ &\quad + \exp(-iE_2^- t) (u^- \otimes u^{-\dagger}) [F^{-*} \psi_2(x, 0) - G^{-*} \psi_1(x, 0)],\end{aligned}\quad (1.57)$$

которые удовлетворяют выбранным начальным условием, поскольку  $G^\pm(0) = 0$ ,  $F^\pm(0) = 1$  (см. формулу (1.55)) и  $[(u^+ \otimes u^{+\dagger}) + (u^- \otimes u^{-\dagger})] \psi_a(x, 0) = \psi_a(x, 0)$  (см. формулу (1.51)).

Для изучения появления право-поляризованных нейтрино типа  $\alpha$  необходимо подействовать оператором  $P_+ = (1 + \Sigma_1)/2$ , приведенным в формуле (1.43), на конечную волновую функцию  $\nu_\alpha(x, t)$ ,

$$\nu_\alpha^R(x, t) = \frac{1}{2}(1 + \Sigma_1) [\cos \theta \psi_a(x, t) - \sin \theta \psi_a(x, t)], \quad (1.58)$$

где  $\psi_a(x, t)$  приведено в формуле (1.57).

С помощью уравнений (1.3), (1.4), (1.57) и (1.58) получаем для право-поляризованной компоненты волновой функции  $\nu_\alpha$  следующее выражение:

$$\begin{aligned}\nu_\alpha^R(x, t) &= \frac{1}{2} \{ \sin \theta \cos \theta [e^{-i\mathcal{K}_1 t} (e^{i\mu_1 B t} F^+ - e^{-i\mu_1 B t} F^-) \\ &\quad - e^{-i\mathcal{K}_2 t} (e^{i\mu_2 B t} F^{+*} - e^{-i\mu_2 B t} F^{-*})] \\ &\quad + \cos^2 \theta e^{-i\mathcal{K}_1 t} (e^{i\mu_1 B t} G^+ - e^{-i\mu_1 B t} G^-) \\ &\quad + \sin^2 \theta e^{-i\mathcal{K}_2 t} (e^{i\mu_2 B t} G^{+*} - e^{-i\mu_2 B t} G^{-*}) \} e^{ikx} \nu_\alpha^{(0)R},\end{aligned}\quad (1.59)$$

где  $(\nu_\alpha^{(0)R})^T = (1/2)(1, 1, 1, 1)$  – нормировочный спинор соответствующий право-поляризованному конечному состоянию нейтрино.

Наконец, принимая во внимание формулы (1.55) и (1.56) можно предста-

вить волновую функцию в формуле (1.59) в виде

$$\begin{aligned} \nu_\alpha^{\text{R}}(x, t) = & \left\{ \sin \theta \cos \theta \frac{1}{2i} \left[ \frac{\omega_+}{\Omega_+} \sin(\Omega_+ t) \exp(i\bar{\mu} B t) - \frac{\omega_-}{\Omega_-} \sin(\Omega_- t) \exp(-i\bar{\mu} B t) \right] \right. \\ & \left. + i\mu B \left[ \frac{\sin(\Omega_+ t)}{\Omega_+} \cos^2 \theta - \frac{\sin(\Omega_- t)}{\Omega_-} \sin^2 \theta \right] \cos(\bar{\mu} B t) \right\} \\ & \times \exp(-i\sigma t + ikx) \nu_\alpha^{(0)\text{R}}, \end{aligned} \quad (1.60)$$

где  $\Sigma = (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_1)/2$ , а  $\bar{\mu} = (\mu_1 + \mu_2)/2$ . Магнитные моменты  $\mu$  и  $\mu_a$  определены в формуле (1.45).

Вероятность перехода для процесса  $\nu_\beta^{\text{L}} \rightarrow \nu_\alpha^{\text{R}}$  может быть получена непосредственно из уравнений (1.59) или (1.60) как  $P_{\nu_\beta^{\text{L}} \rightarrow \nu_\alpha^{\text{R}}}(t) = |\nu_\alpha^{\text{R}}(x, t)|^2$ . Необходимо отметить, что вероятность в зависимости только от времени и не зависит от пространственных координат. Этот факт следует из того, что начальная волновая функция была выбрана в виде плоской волны и магнитное поле считалось пространственно однородным.

Применим теперь общее выражение для вероятности перехода (см. формулу (1.59) или (1.60)) для описания динамики нейтринных осцилляций в двух частных случаях. Рассмотрим сначала ситуацию, когда  $\mu_{1,2} \gg \mu$ , т.е. случай, когда переходный магнитный момент мал по сравнению с диагональными магнитными моментами. Используя формулы (1.55) и (1.56) находим, что в этом случае  $F^\pm \approx 1$  и  $\Omega_\pm \approx \omega_\pm/2$ . Следовательно, уравнение (1.59) принимает вид:

$$\begin{aligned} \nu_\alpha^{\text{R}}(x, t) \approx & i \left\{ \sin \theta \cos \theta [e^{-i\mathcal{K}_1 t} \sin \mu_1 B t - e^{-i\mathcal{K}_2 t} \sin \mu_2 B t] \right. \\ & \left. + \cos 2\theta \frac{\mu B}{2} \left( e^{-i\Sigma_+ t} \frac{\sin \Delta_+ t}{\Delta_+} + e^{-i\Sigma_- t} \frac{\sin \Delta_- t}{\Delta_-} \right) \right\} e^{ikx} \nu_\alpha^{(0)\text{R}}, \end{aligned} \quad (1.61)$$

где

$$\Sigma_\pm = \sigma \pm \bar{\mu} B, \quad \Delta_\pm = \Phi \pm \delta\mu B, \quad \delta\mu = \frac{\mu_1 - \mu_2}{2}, \quad (1.62)$$

а фаза вакуумных осцилляций  $\Phi$  определяется формулой (1.21). Соотношение (1.61) было получено в статье [53] с использованием методов теории возмущений.

В качестве другой иллюстрации полученных общих результатов исследуем ситуацию, когда переходный магнитный момент имеет гораздо большую величину, чем диагональные моменты, т.е.  $\mu \gg \mu_{1,2}$ . В этом случае из уравнения (1.55) следует, что  $F^+ \approx F^-$  и  $G^+ \approx -G^-$ . Таким образом, из соотношения (1.60) получаем выражение для волновой функции  $\nu_\alpha^R$ ,

$$\nu_\alpha^R(x, t) \approx i \exp(-i\sigma t + ikx) \cos(2\theta) \sin(\Omega_B t) \frac{\mu B}{\Omega_B} \nu_\alpha^{(0)R}, \quad (1.63)$$

где

$$\Omega_B = \sqrt{(\mu B)^2 + \Phi^2}. \quad (1.64)$$

Вероятность перехода для процесса  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$  дается формулой

$$P_{\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R}(t) = \cos^2(2\theta) \left( \frac{\mu B}{\Omega_B} \right)^2 \sin^2(\Omega_B t). \quad (1.65)$$

Поведение системы в этом случае схематически проиллюстрировано на рис. 1.1. Следует заметить, что аналог уравнения (1.65) был получен в работе [33], где авторы изучали резонансную спин-флейворную прецессию дираковских и майорановских нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля в рамках квантово-механического подхода.

Используя формулу (1.60) можно описать спин-флейворные осцилляции дираковских нейтрино, обладающих произвольной матрицей магнитных моментов. Это новый результат, который был получен в рамках подхода, основанного на релятивистской квантовой механике. Тем не менее данный результат согласуется с общепринятым квантово-механическим описанием спин-флейворных осцилляций. Согласованность этих двух методов описания нейтринных осцилляций будет продемонстрирована в разд. 1.4, где исследуется более общий случай нейтрино, распространяющихся в веществе и внешнем магнитном поле.

Спин-флейворные осцилляции дираковских нейтрино с произвольными начальными условиями, не обязательно соответствующими ультрарелятивистским частицам, были изучены в работе [53] с использованием методов теории возмущений. Для эффективного применения методов теории возмущений необходи-

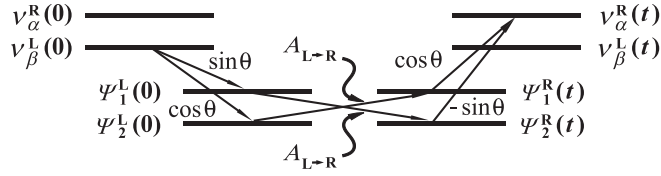


Рис. 1.1. Схематическое изображение эволюции системы в случае  $\mu \gg \mu_{1,2}$ . Горизонтальные линии на рисунке соответствуют различным нейтринным состояниям в моменты времени  $t = 0$  и  $t$ . Выражения рядом с стрелками соответствуют коэффициентам в формуле (1.63) для волновой функции. Например, стрелки, начинающиеся из  $\nu_\beta^L(0)$  и заканчивающиеся в  $\nu_\alpha^R(t)$  и  $\psi_1^L(0)$  и  $\psi_2^L(0)$ , обозначают преобразование с вакуумной матрицей смешивания при  $t = 0$ . Стрелка, начинающаяся из  $\psi_1^L(0)$  и заканчивающаяся в  $\psi_2^R(t)$ , обозначает эволюцию массовых состояний и их спиральностей с течением времени. Амплитуда переходов  $\psi_a^L(0) \rightarrow \psi_b^R(t)$  может быть описана формулой,  $\psi_{1,2}^R(t) = A_{L \rightarrow R} \psi_{2,1}^L(0)$ , где  $A_{L \rightarrow R} = i(\mu B / \Omega) \sin \Omega t$ .

можно считать, что переходные магнитные моменты являются малыми:  $\mu \ll \mu_a$ . Можно вывести формулу (1.61), используя результаты работы [53] в пределе  $k \gg m_a$ .

## 1.4. Осцилляции дираковских нейтрино в веществе под действием магнитного поля

В этом разделе, с помощью методов релятивистской квантовой механики, будет исследован общий случай смешанных флейворных нейтрино распространяющихся в фоновом веществе и взаимодействующих с внешним электромагнитным полем [56]. Сначала будет сформулирована начальная задача для спин-флейворных осцилляций нейтрино. Затем будет выведен эффективный гамильтониан, который описывает спин-флейворные осцилляции. Используя полученные результаты, будет продемонстрирована согласованность данного подхода со стандартным квантовомеханическим описанием нейтринных осцилляций. Помимо этого будут получены поправки к стандартному эффективному гамильтониану.

Лагранжиан системы состоящей из двух смешанных флейворных нейтрино  $\nu = (\nu_\alpha, \nu_\beta)$  взаимодействующих с фоновым веществом и внешним электромагнитным полем имеет вид,

$$\mathcal{L} = \sum_{\lambda=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda - \sum_{\lambda\lambda'=\alpha,\beta} \bar{\nu}_\lambda \left( m_{\lambda\lambda'} + \gamma_\mu^L f_{\lambda\lambda'}^\mu + \frac{1}{2} M_{\lambda\lambda'} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \nu_{\lambda'}, \quad (1.66)$$

где массовая матрица  $(m_{\lambda\lambda'})$ , а также матрицы взаимодействия с веществом  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$  и магнитных моментов  $(M_{\lambda\lambda'})$  определены в разд. 1.1, 1.2 и 1.3 соответственно.

В дальнейшем будет рассматриваться взаимодействие нейтрино с веществом в рамках СМ, которое соответствует диагональной матрице  $f_{\lambda\lambda'}^\mu = \delta_{\lambda\lambda'} f_\lambda^\mu$ . Кроме того, будем изучать неподвижное и неполяризованное вещество. В этом случае только временная компонента 4-вектора  $f_\lambda^\mu$  отлична от нуля. Явный вид этой компоненты  $f_\lambda \equiv f_\lambda^0$  для фонового вещества состоящего из электронов, протонов и нейтронов дается в формуле (1.36).

Выберем конфигурацию электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = (\mathbf{E}, \mathbf{B})$  в формуле (1.66) в той же форме, что и в разд. 1.3. А именно, предположим, что электрическое поле отсутствует  $\mathbf{E} = 0$ , а магнитное поле постоянно и направлено вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ .

Для того, чтобы исследовать эволюцию флейворных нейтрино во времени необходимо дополнить лагранжиан (1.66) начальным условием. Выберем начальные волновые функции в той же форме, что и в разд. 1.3, т.е. предположим, что  $\nu_\alpha(\mathbf{r}, 0) = 0$ , а  $\nu_\beta(\mathbf{r}, 0) = e^{ikx} \nu_\beta^{(0)}$ , где спинорная  $\nu_\beta^{(0)}$  соответствует либо лево-либо право-поляризованному нейтрино. Явный вид  $\nu_\beta^{(0)}$  может быть определен с помощью операторов  $P_\pm$  в формуле (1.43). Данный выбор начальных условий означает, что изначально имеется пучок нейтрино во флейворном состоянии  $\beta$  с определенной поляризацией распространяющихся вдоль оси  $x$ . Если изучается возможность появления нейтрино в состоянии  $\alpha$  с противоположной поляризацией, то это будет соответствовать ситуации спин-флейворных осцилляций нейтрино в веществе под действием поперечного магнитного поля:  $\nu_\beta^{L,R} \leftrightarrow \nu_\alpha^{R,L}$ .

Затем необходимо ввести массовые состояния нейтрино  $\psi_a$  с помощью соотношений (1.3) и (1.4), так чтобы диагонализировать массовую матрицу  $(m_{\lambda\lambda'})$  в формуле (1.66). Предполагается, что данные массовые состояния являются дираковскими фермионами. Используя массовые состояния, функция Лагранжа (1.66) принимает форму,

$$\mathcal{L} = \sum_{a=1,2} \bar{\psi}_a (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_a) \psi_a - \sum_{ab=1,2} \bar{\psi}_a \left( g_{ab}^\mu \gamma_\mu^L + \frac{1}{2} \mu_{ab} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \psi_b, \quad (1.67)$$

где  $(g_{ab}^\mu)$  и  $(\mu_{ab})$  – матрицы взаимодействия нейтрино с веществом и магнитных моментов нейтрино выраженные в массовом базисе, которые определены в формулах (1.25) и (1.45). Напомним, что в случае неподвижного и неполяризованного фонового вещества матрица  $(g_{ab}^\mu)$  имеет только временную компоненту (1.27).

Основываясь на лагранжиане записанном через массовые состояния (1.67), получаем соответствующее волновое уравнения, которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} i\dot{\psi}_a &= \mathcal{H}_a \psi_a + \mathcal{V} \psi_b, \quad a = 1, 2, \quad a \neq b, \\ \mathcal{H}_a &= (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p}) + \beta m_a - \mu_a \beta \Sigma_3 B + g_a (1 - \gamma^5) / 2, \\ \mathcal{V} &= -\mu \beta \Sigma_3 B + g (1 - \gamma^5) / 2. \end{aligned} \quad (1.68)$$

Следует отметить, что невозможно решить полную систему волновых уравнений (1.68) из-за присутствия недиагонального потенциала  $\mathcal{V}$ , который смешивает различные массовые состояния (см. также разд. 1.2 и 1.3). Тем не менее можно найти точное решение волнового уравнения  $i\dot{\psi}_a = \mathcal{H}_a \psi_a$  для одного массового состояния  $\psi_a$ , которое точно учитывает влияние внешних полей  $g_a$  и  $\mu_a B$ . Вклад смешивающего потенциала  $\mathcal{V}$  может быть учтен с помощью теории возмущений. При этом ряд теории возмущений будет просуммирован точно.

Будем искать решение уравнения (1.68) в следующем виде [56]:

$$\begin{aligned} \psi_a(\mathbf{r}, t) = & e^{-ig_a t/2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \\ & \times \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ a_a^{(\zeta)}(t) u_a^{(\zeta)} \exp(-iE_a^{(\zeta)} t) + b_a^{(\zeta)}(t) v_a^{(\zeta)} \exp(iE_a^{(\zeta)} t) \right], \end{aligned} \quad (1.69)$$

где энергетические уровни, которые были найдены в работе [54], имеют вид,

$$E_a^{(\zeta)} = \sqrt{\mathcal{M}_a^2 + m_a^2 + p^2 - 2\zeta R_a^2}, \quad \mathcal{M}_a = \sqrt{(\mu_a B)^2 + g_a^2/4}, \quad (1.70)$$

где  $R_a^2 = \sqrt{p^2 \mathcal{M}_a^2 + (\mu_a B)^2 m_a^2}$ .

Базисные спиноры в формуле (1.69) можно найти в пределе малой массы нейтрино [54],

$$\begin{aligned} u_a^{(\zeta)} = & \frac{1}{2\sqrt{2\mathcal{M}_a(\mathcal{M}_a - \zeta g_a/2)}} \begin{pmatrix} \mu_a B + \zeta \mathcal{M}_a - g_a/2 \\ \mu_a B - \zeta \mathcal{M}_a + g_a/2 \\ \mu_a B - \zeta \mathcal{M}_a + g_a/2 \\ \mu_a B + \zeta \mathcal{M}_a - g_a/2 \end{pmatrix}, \\ v_a^{(\zeta)} = & \frac{1}{2\sqrt{2\mathcal{M}_a(\mathcal{M}_a + \zeta g_a/2)}} \begin{pmatrix} \mathcal{M}_a - \zeta[\mu_a B - g_a/2] \\ \mathcal{M}_a + \zeta[\mu_a B + g_a/2] \\ -\mathcal{M}_a - \zeta[\mu_a B + g_a/2] \\ -\mathcal{M}_a + \zeta[\mu_a B - g_a/2] \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Следует отметить, что дискретное квантовое число  $\zeta = \pm 1$  в формулах (1.69)–(1.71) не равно спиральности квантовых состояний.

Теперь нашей целью будет нахождение зависящих от времени коэффициентов  $a_a^{(\zeta)}(t)$  и  $b_a^{(\zeta)}(t)$ . Основываясь на общем решении (1.69) волнового уравнения (1.68), получаем обыкновенные дифференциальные уравнения для данных функций, которые формально совпадают с уравнением (1.31). Однако смешивающий потенциал  $\mathcal{V}$  теперь определен в соотношении (1.68). Для того, чтобы получить модифицированное уравнение (1.31) снова воспользуемся ортонормированностью базисных спиноров (1.71). Начальное условие для функций  $a_a^{(\zeta)}(t)$

и  $b_a^{(\zeta)}(t)$  также совпадает с условием в формуле (1.32), где  $\nu_\beta^{(0)}$  – спинор соответствующий определенной спиральности.

Принимая во внимание тот факт, что  $\langle u_a^{(\zeta)} | \mathcal{V} | v_b^{(\zeta')} \rangle = 0$ , получаем, что уравнения для  $a_a^{(\zeta)}(t)$  и  $b_a^{(\zeta)}(t)$  становятся независимыми, т.е. взаимодействие  $\mathcal{V}$  не смешивает состояния с положительной и отрицательной энергией. В дальнейшем будем рассматривать эволюцию только  $a_a^{(\zeta)}(t)$  поскольку динамика  $b_a^{(\zeta)}(t)$  исследуется аналогично.

Перепишем модифицированное уравнение (1.31) в более привычной гамильтоновой форме. Для этого введем «волновую функцию»  $\Psi'^T = (a_1^-, a_2^-, a_1^+, a_2^+)$ . Непосредственно из модифицированного уравнения (1.31) для функции  $a_a^{(\zeta)}(t)$  получаем уравнение для  $\Psi'$ ,

$$i \frac{d\Psi'}{dt} = H' \Psi', \quad H' = \begin{pmatrix} 0 & h_- e^{i\omega_- t} & 0 & H_- e^{i\Omega_- t} \\ h_- e^{-i\omega_- t} & 0 & H_+ e^{-i\Omega_+ t} & 0 \\ 0 & H_+ e^{i\Omega_+ t} & 0 & h_+ e^{i\omega_+ t} \\ H_- e^{-i\Omega_- t} & 0 & h_+ e^{-i\omega_+ t} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.72)$$

где

$$\begin{aligned} h_\mp &= \langle u_a^\mp | \mathcal{V} | u_b^\mp \rangle = \frac{1}{8\sqrt{\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b (\mathcal{M}_a \pm g_a/2) (\mathcal{M}_b \pm g_b/2)}} \\ &\quad \times [2\mu B (g_a \mu_b B + g_b \mu_a B) \pm 4\mu B (\mu_a B \mathcal{M}_b + \mu_b B \mathcal{M}_a) \\ &\quad \pm 2g (g_a \mathcal{M}_b + g_b \mathcal{M}_a) + 4g \mathcal{M}_a \mathcal{M}_b + g g_a g_b], \quad a \neq b, \\ H_\mp &= \langle u_1^\mp | \mathcal{V} | u_2^\pm \rangle = \langle u_2^\pm | \mathcal{V} | u_1^\mp \rangle = \frac{1}{8\sqrt{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 (\mathcal{M}_1 \pm g_1/2) (\mathcal{M}_2 \mp g_2/2)}} \\ &\quad \times [2\mu B (g_1 \mu_2 B + g_2 \mu_1 B) \mp 4\mu B (\mu_1 B \mathcal{M}_2 - \mu_2 B \mathcal{M}_1) \\ &\quad \mp 2g (g_1 \mathcal{M}_2 - g_2 \mathcal{M}_1) - 4g \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 + g g_1 g_2], \end{aligned} \quad (1.73)$$

а также  $\omega_\mp = E_1^\mp - E_2^\mp + (g_1 - g_2)/2$  и  $\Omega_\mp = E_1^\mp - E_2^\pm + (g_1 - g_2)/2$ .

Для того, чтобы исключить явную зависимость от времени эффективного гамильтониана  $H'$ , вместо  $\Psi'$  рассмотрим преобразованную «волновую функ-



цию»  $\Psi$  определяемую соотношением,

$$\Psi' = \mathcal{U}\Psi, \quad \mathcal{U} = \text{diag} \left\{ e^{i(\Omega+\omega_-)t/2}, e^{i(\Omega-\omega_-)t/2}, e^{-i(\Omega-\omega_+)t/2}, e^{-i(\Omega+\omega_+)t/2} \right\}, \quad (1.74)$$

где  $\Omega = (\Omega_- - \Omega_+)/2$ . Учитывая свойство  $\omega_+ + \omega_- = \Omega_+ + \Omega_-$ , приходим к новому уравнению Шредингера для «волновой функции»  $\Psi$ ,

$$i \frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad H = \mathcal{U}^\dagger H' \mathcal{U} - i\mathcal{U}^\dagger \dot{\mathcal{U}} \quad (1.75)$$

$$= \begin{pmatrix} (\Omega + \omega_-)/2 & h_- & 0 & H_- \\ h_- & (\Omega - \omega_-)/2 & H_+ & 0 \\ 0 & H_+ & -(\Omega - \omega_+)/2 & h_+ \\ H_- & 0 & h_+ & -(\Omega + \omega_+)/2 \end{pmatrix}.$$

Несмотря на то, что изначально использовалась теория возмущений для учета влияния потенциала  $\mathcal{V}$  на динамику системы (1.68), вклад этого потенциала точно учитывается в уравнении (1.75). Это означает, что данный метод эквивалентен суммированию всех слагаемых в ряде теории возмущений.

Как уже было упомянуто выше, квантовые числа  $\zeta$  не соответствуют определенной спиральности собственного состояния. Таким образом, начальное условие, которым следует дополнить уравнение (1.75), должно быть получено из соотношений (1.32) и (1.71). Кроме того, оно также зависит от канала нейтринных осцилляций. Например, если речь идет об осцилляциях нейтрино типа  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$ , то соответствующее начальное условие для «волновой функции»  $\Psi(0) = \Psi_0$  имеет вид,

$$\Psi_0^T = \begin{pmatrix} -\sin\theta \sqrt{\frac{\mathcal{M}_1 + g_1/2}{2\mathcal{M}_1}}, -\cos\theta \sqrt{\frac{\mathcal{M}_2 + g_2/2}{2\mathcal{M}_2}}, \\ \sin\theta \sqrt{\frac{\mathcal{M}_1 - g_1/2}{2\mathcal{M}_1}}, \cos\theta \sqrt{\frac{\mathcal{M}_2 - g_2/2}{2\mathcal{M}_2}} \end{pmatrix}. \quad (1.76)$$

Предположим, что найдено решение системы (1.75) и (1.76) в форме,  $\Psi^T(t) = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$ . Тогда вероятность перехода для канала осцилляций  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$

может быть найдена в виде,

$$P_{\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\mu_1 B \cos \theta}{\sqrt{\mathcal{M}_1}} \left[ \frac{\psi_1(t)}{\sqrt{\mathcal{M}_1 + g_1/2}} + \frac{\psi_3(t)}{\sqrt{\mathcal{M}_1 - g_1/2}} \right] - \frac{\mu_2 B \sin \theta}{\sqrt{\mathcal{M}_2}} \left[ \frac{\psi_2(t)}{\sqrt{\mathcal{M}_2 + g_2/2}} + \frac{\psi_4(t)}{\sqrt{\mathcal{M}_2 - g_2/2}} \right] \right\}^2. \quad (1.77)$$

При выводе формулы (1.77) используется тот факт, что изначально имеются довольно широкие пространственные волновые пакеты, что соответствует начальным условиям  $\nu_\beta(\mathbf{r}, 0) = e^{ikx} \nu_\beta^{(0)L}$  (см. соотношение (1.18)).

Теперь продемонстрируем согласованность результатов подхода основанного на релятивистской квантовой механике для описания спин-флейворных осцилляций нейтрино (см. формулы (1.75)-(1.77), которые выглядят совершенно новыми) со стандартным квантовомеханическим методом разработанный в статье [33]. Напомним, что следующий эффективный гамильтониан:

$$H'_{QM} = \begin{pmatrix} \Phi + g_1 & g & -\mu_1 B & -\mu B \\ g & -\Phi + g_2 & -\mu B & -\mu_2 B \\ -\mu_1 B & -\mu B & \Phi & 0 \\ -\mu B & -\mu_2 B & 0 & -\Phi \end{pmatrix}, \quad (1.78)$$

был предложен в работе [33], чтобы описания эволюции массовых состояний нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля.

Эффективный гамильтониан  $H'_{QM}$  действует в фоковском пространстве с базисными функциями соответствующими спиральным состояниям массовых нейтрино. Как уже упоминалось выше, оператор спиральности  $(\Sigma \mathbf{p})/|\mathbf{p}|$  не коммутирует с гамильтонианом  $\mathcal{H}_a$  в уравнении (1.68). Следовательно выбор спиральных собственных состояний в качестве базисных функций оправдан только в случае относительно слабого внешнего магнитного поля (см. детальное обсуждение в работе [56]) либо в случае малых диагональных магнитных моментов [55]. В разработанном подходе, используются базисные спиноры (1.71), которые являются собственными функциями гамильтониана  $\mathcal{H}_a$ . Следовательно в них точно учитывается взаимодействие с веществом и внешним магнитным

полам. Таким образом использование данных спиноров в качестве базисных функций для описания спин-флейворных осцилляций являются более предпочтительным.

Было получено, что в рамках подхода основанного на релятивистской квантовой механике для описания эволюции системы нейтрино следует использовать уравнение Шредингера с эффективным гамильтонианом (1.75). Полагая, что нейтрино являются ультрарелятивистскими частицами, представим уровни энергии (1.70) в виде,

$$E_a^{(\zeta)} = k + \frac{g_a}{2} - \zeta \mathcal{M}_a + \frac{m_a^2}{2k} + \zeta \frac{m_a^2 g_a^2}{8k^2 \mathcal{M}_a} + \dots \quad (1.79)$$

В формуле (1.79) сохранено слагаемое  $\sim m_a^2/k^2$  для того, чтобы была возможность изучить поправку к стандартному квантовомеханическому подходу.

Преобразуем эффективный гамильтониан  $H$  в уравнении (1.75) с помощью ортогональной матрицы  $\mathcal{R}$  ( $\mathcal{R}^T \mathcal{R} = I$ ) следующего вида:

$$\mathcal{R} = \quad (1.80)$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{\mathcal{M}_1 + g_1/2}}{\sqrt{2\mathcal{M}_1}} & 0 & \frac{\mu_1 B}{\sqrt{2\mathcal{M}_1(\mathcal{M}_1 + g_1/2)}} & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{\mathcal{M}_2 + g_2/2}}{\sqrt{2\mathcal{M}_2}} & 0 & \frac{\mu_2 B}{\sqrt{2\mathcal{M}_2(\mathcal{M}_2 + g_2/2)}} \\ \frac{\sqrt{\mathcal{M}_1 - g_1/2}}{\sqrt{2\mathcal{M}_1}} & 0 & \frac{\mu_1 B}{\sqrt{2\mathcal{M}_1(\mathcal{M}_1 - g_1/2)}} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{\mathcal{M}_2 - g_2/2}}{\sqrt{2\mathcal{M}_2}} & 0 & \frac{\mu_2 B}{\sqrt{2\mathcal{M}_2(\mathcal{M}_2 - g_2/2)}} \end{pmatrix}.$$

При этом гамильтониан  $H$  переходит в  $\mathcal{R}^T H \mathcal{R} \approx H_{QM} + \delta H$ , где

$$H_{QM} = \quad (1.81)$$

$$\begin{pmatrix} \Phi + 3g_1/4 - g_2/4 & g & -\mu_1 B & -\mu B \\ g & -\Phi + 3g_2/4 - g_1/4 & -\mu B & -\mu_2 B \\ -\mu_1 B & -\mu B & \Phi - (g_1 + g_2)/4 & 0 \\ -\mu B & -\mu_2 B & 0 & -\Phi - (g_1 + g_2)/4 \end{pmatrix},$$

а

$$\delta H = \frac{1}{16k^2} \text{diag} \left( -m_1^2 \frac{g_1^3}{\mathcal{M}_1^2}, -m_2^2 \frac{g_2^3}{\mathcal{M}_2^2}, m_1^2 \frac{g_1^3}{\mathcal{M}_1^2}, m_2^2 \frac{g_2^3}{\mathcal{M}_2^2} \right), \quad (1.82)$$

является поправкой к стандартному эффективному квантовомеханическому гамильтониану. Следует отметить, что матрица преобразования  $\mathcal{R}$  в формуле (1.80) зависит от напряженности магнитного поля и от плотности вещества.

Эффективный гамильтониан  $H_{QM}$  эквивалентен  $H'_{QM}$  в формуле (1.78), поскольку  $H_{QM} = H'_{QM} - \text{tr}(H'_{QM})/4 \cdot I$ , где  $I$  – единичная матрица размером  $4 \times 4$ . Известно, что слагаемые в гамильтониане пропорциональные единичной матрице не меняют динамики системы. Таким образом, подход основанный на релятивистской квантовой механике эквивалентен стандартному описанию спин-флейворных осцилляций нейтрино разработанному в статье [33].

Обсудим теперь поправку  $\delta H$  к квантовомеханическому методу в формуле (1.82). Данная поправка является результатом того, что используются точные уровни энергии для нейтрино, движущегося в плотном веществе и взаимодействующего с сильным магнитным полем. Заметим, что в формуле (1.82) удерживаются поправки  $\sim m_a^2/k^2$  только к диагональным элементам эффективного гамильтониана (1.81). Небольшие изменения недиагональных элементов гамильтониана приводят к несущественным изменениям вероятности перехода. А небольшие добавки к диагональным элементам могут спровоцировать резонансное усиление осцилляций нейтрино.

Напомним, что выражения для базисных спиноров (1.71) были получены в приближении малых масс нейтрино, тогда как в соотношении (1.79) выражение для энергии разложено вплоть до членов  $\sim m_a^2/k^2$ . Если учесть поправки  $\sim m_a^2/k^2$  к базисным спинорам (1.71), можно ожидать, что некоторые недиагональные элементы в эффективном гамильтониане  $H$  (1.75) также получат вклады  $\sim m_a^2/k^2$ :  $h_{\pm} \rightarrow h_{\pm} + \delta h_{\pm}$  и  $H_{\pm} \rightarrow H_{\pm} + \delta H_{\pm}$ . Тем не менее, используя явный вид эффективного гамильтониана  $H$  (1.75) и матрицы  $\mathcal{R}$  (1.80) получаем, что подобные дополнительные вклады в диагональные элементы в фор-

муле (1.82) равны нулю. Обоснованность приближений сделанных при выводе поправки (1.82) проанализирована в Приложении Б.

## 1.5. Спин-флейворные осцилляции дираковских нейтрино в намагниченной оболочке после взрыва сверхновой

В данном разделе изучается применение общего формализма для описания спин-флейворных осцилляций нейтрино, разработанного в разд. 1.4, для описания нейтрино распространяющейся в расширяющейся оболочке, образовавшейся после взрыва СН [55]. Будет найдено точное решение уравнения Шредингера с эффективным гамильтонианом (1.81) для случая фонового вещества, представленного в расширяющейся оболочке в СН, под действием магнитного поля. Также будет проанализирована возможность усиления осцилляций нейтрино.

Для описания динамики спин-флейворных осцилляций нейтрино необходимо решить уравнение эволюции с гамильтонианом в формуле (1.81). Эта проблема, в свою очередь, требует решения секулярного уравнения, которое является алгебраическим уравнением четвертого порядка, для нахождения собственных значений эффективного гамильтониана. В принципе, можно выразить решение такого уравнения в радикалах, однако его фактическая форма оказывается весьма громоздкой для произвольных параметров.

Если, однако, рассмотреть случай нейтрино, распространяющихся в электрически нейтральном изоскалярном веществе, т.е. если считать что  $n_e = n_p$  и  $n_p = n_n$ , можно найти решение в явном виде. Как будет продемонстрировано ниже, оно соответствует реальной физической ситуации. Как можно заключить из соотношения (1.36) для случая канала осцилляций  $\nu_e^L \rightarrow \nu_\mu^R$ , в рассматриваемом веществе имеются следующие эффективные потенциалы  $f_\alpha \equiv f_\mu = V_\mu = -G_F n / \sqrt{2}$  и  $f_\beta \equiv f_e = V_e = G_F n / \sqrt{2}$ , где  $n \equiv n_e = n_p = n_n$ . Используя формулу (1.37) получаем, что  $g_1 = -g_2 = g_0$ , где  $g_0 = -V \cos 2\theta$ ,  $g = V \sin 2\theta$ , и  $V = G_F n / \sqrt{2}$ .

Отметим, что фоновое вещество с рассматриваемыми характеристиками вполне может существовать в определенных астрофизических средах. Распределение вещества в звезде непосредственно перед взрывом СН не является хорошо изученным вопросом. Более того, модели соответствующие различным профилям вещества представлены в литературе (см., например, обзор [150]). Тем не менее, электрически нейтральное изоскалярное вещество вполне может присутствовать во внутренних частях подобной звезды, состоящих из элементов тяжелее водорода. Действительно, например, в модели W02Z в работе [150] предсказывается, что в звезде с массой  $15M_{\odot}$  имеется  $Y_e = n_e/(n_p + n_n) = 0.5$  в слое O+Ne+Mg, который расположен между слоями Si+O и He, на расстоянии  $(0.007 - 0.2)R_{\odot}$  от центра звезды.

Рассмотрим также модель нейтринных магнитных моментов, в которой недиагональные элементы матрицы магнитных моментов (1.45) намного больше, чем диагональные магнитные моменты. Подобная матрица магнитных моментов ранее обсуждалась в наших работах [53–55] (см. также разд. 1.3). Следует отметить, что в случае пренебрежимо малых диагональных магнитных моментов оператор спиральности (1.43) коммутирует с гамильтонианом  $\mathcal{H}_a$  в формуле (1.68) и, следовательно, эффективный гамильтониан (1.81) действует в базисе из собственных векторов оператора спиральности. Другими словами, использование эффективного гамильтониана (1.78) предложенного в стандартном квантовомеханическом подходе [33] является обоснованным в рассматриваемой ситуации.

Для нейтрино, имеющих выбранные магнитные моменты и распространяющихся в изоскалярном веществе, вместо (1.81) можно использовать следующий

эффективной гамильтониан:

$$H_{QM} \rightarrow \begin{pmatrix} \Phi + g_0 & g & 0 & -\mu B \\ g & -(\Phi + g_0) & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & \Phi & 0 \\ -\mu B & 0 & 0 & -\Phi \end{pmatrix}. \quad (1.83)$$

Необходимо найти стационарные решения уравнения Шредингера с подобным гамильтонианом. Прямой расчет показывает, что данное решение имеет вид:

$$\Psi(t) = \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ \left( U_{\zeta} \otimes U_{\zeta}^{\dagger} \right) \exp(-i\mathcal{E}_{\zeta}t) + \left( V_{\zeta} \otimes V_{\zeta}^{\dagger} \right) \exp(i\mathcal{E}_{\zeta}t) \right] \Psi_0, \quad (1.84)$$

где введено обозначение

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\pm} &= \frac{1}{2} \sqrt{2V^2 + 4(\mu B)^2 + 4\Phi^2 - 4\Phi V \cos 2\theta \pm 2VR}, \\ R &= \sqrt{(V - 2\Phi \cos 2\theta)^2 + 4(\mu B)^2}. \end{aligned} \quad (1.85)$$

Векторы  $U_{\pm}$  и  $V_{\pm}$  являются собственными векторами соответствующими собственным значениям энергии  $\mathcal{E}_{\pm}$  и  $-\mathcal{E}_{\pm}$ , соответственно. В явном виде они имеют форму (при  $\zeta = \pm$ ):

$$U_{\zeta} = \frac{1}{N_{\zeta}} \begin{pmatrix} Z_{\zeta} \\ \sin 2\theta(\mathcal{E}_{\zeta} - \Phi) \\ -\mu B \sin 2\theta \\ -\mu B Z_{\zeta}/(\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi) \end{pmatrix}, \quad V_{\zeta} = \frac{1}{N_{\zeta}} \begin{pmatrix} -\sin 2\theta(\mathcal{E}_{\zeta} - \Phi) \\ Z_{\zeta} \\ \mu B Z_{\zeta}/(\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi) \\ -\mu B \sin 2\theta \end{pmatrix}, \quad (1.86)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{\zeta} &= \frac{V + \zeta R}{2} - \mathcal{E}_{\zeta} \cos 2\theta, \\ N_{\zeta}^2 &= Z_{\zeta}^2 \left[ 1 + \frac{(\mu B)^2}{(\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi)^2} \right] + \sin^2(2\theta) [(\mu B)^2 + (\mathcal{E}_{\zeta} - \Phi)^2]. \end{aligned} \quad (1.87)$$

Следует отметить, что соотношение (1.84) является общим решением уравнения эволюции с эффективным гамильтонианом (1.83), удовлетворяющим начальному условию  $\Psi(0) = \Psi_0$ .

Следует отметить, что решение (1.84)-(1.87) было получено при некоторых предположениях о внешних полях, таких как изоскалярность вещества и его постоянная плотность, а также постоянство магнитного поля. В разд. 1.4 было показано, что использованный метод эквивалентен квантовомеханическому описанию осцилляций нейтрино [33], который может быть использован для более общего случая внешних полей зависящих от координат. Тем не менее, предположение о постоянстве плотности вещества и магнитного поля является справедливым для некоторых астрофизических сред, таких как ударная волна распространяющихся внутри расширяющейся оболочки после взрыва СН.

Наряду с соотношениями (1.2)-(1.4), а также используя (1.18) с начальным спинором  $\nu_\beta^{(0)}$  соответствующим левополяризованному нейтрино (1.43), возьмем начальную волновую функцию  $\Psi(0) \equiv \Psi_0$  в уравнении (1.84) в виде  $\Psi_0^T = (\psi_1^L, \psi_2^L, \psi_1^R, \psi_2^R) = (\sin \theta, \cos \theta, 0, 0)$ . С помощью формул (1.84)-(1.87) можно найти компоненты квантовомеханической волновой функции, соответствующей правополяризованным нейтрино, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\psi_1^R(t) &= \frac{\mu B}{N_+^2} \left\{ \cos \theta \left[ e^{i\mathcal{E}_+ t} \frac{Z_+^2}{\mathcal{E}_+ + \Phi} - \sin^2(2\theta)(\mathcal{E}_+ - \Phi)e^{-i\mathcal{E}_+ t} \right] \right. \\ &\quad \left. - \sin \theta \sin 2\theta Z_+ \left[ e^{-i\mathcal{E}_+ t} + e^{i\mathcal{E}_+ t} \frac{\mathcal{E}_+ - \Phi}{\mathcal{E}_+ + \Phi} \right] \right\} + \{+ \rightarrow -\}, \\ \psi_2^R(t) &= \frac{\mu B}{N_+^2} \left\{ \sin \theta \left[ \sin^2(2\theta)(\mathcal{E}_+ - \Phi)e^{i\mathcal{E}_+ t} - e^{-i\mathcal{E}_+ t} \frac{Z_+^2}{\mathcal{E}_+ + \Phi} \right] \right. \\ &\quad \left. - \cos \theta \sin 2\theta Z_+ \left[ e^{i\mathcal{E}_+ t} + e^{-i\mathcal{E}_+ t} \frac{\mathcal{E}_+ - \Phi}{\mathcal{E}_+ + \Phi} \right] \right\} + \{+ \rightarrow -\},\end{aligned}\quad (1.88)$$

где посредством  $\{+ \rightarrow -\}$  обозначены слагаемые, аналогичные предшествующим, в которых величины с нижним индексом  $+$  заменены на соответствующие выражения с нижним индексом  $-$ . Волновая функция правых нейтрино флейвора  $\alpha$ ,  $\nu_\alpha^R$ , может быть записана с помощью формул (1.2)-(1.4), и (1.88) в виде  $\nu_\alpha^R(t) = \cos \theta \psi_1^R(t) - \sin \theta \psi_2^R(t)$ .

Вероятность перехода для процесса  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$  получается возведением в квадрат модуля квантовомеханической волновой функции  $\nu_\alpha^R$ . В результате полу-



чаем

$$P_{\nu_{\beta}^L \rightarrow \nu_{\alpha}^R}(t) = |\nu_{\alpha}^R|^2 = [C_+ \cos(\mathcal{E}_+ t) + C_- \cos(\mathcal{E}_- t)]^2 + [S_+ \sin(\mathcal{E}_+ t) + S_- \sin(\mathcal{E}_- t)]^2, \quad (1.89)$$

где ( $\zeta = \pm$ )

$$C_{\zeta} = \frac{\mu B}{N_{\zeta}^2} \left\{ \frac{Z_{\zeta}^2}{\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi} - \sin^2(2\theta)(\mathcal{E}_{\zeta} - \Phi) \right\},$$

$$S_{\zeta} = \frac{\mu B}{N_{\zeta}^2} \left\{ \sin^2(2\theta) \frac{2\Phi Z_{\zeta}}{\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi} + \cos 2\theta \left[ \frac{Z_{\zeta}^2}{\mathcal{E}_{\zeta} + \Phi} + \sin^2(2\theta)(\mathcal{E}_{\zeta} - \Phi) \right] \right\}. \quad (1.90)$$

В качестве проверки справедливости полученного результата, можно найти из формулы (1.90), что  $C_+ + C_- = 0$ . Данный результат необходим для выполнения  $P(0) = 0$ .

В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая, когда  $\mathcal{E}_+ \approx \mathcal{E}_-$ , что соответствует ситуации, когда влияние взаимодействия нейтрино с веществом ( $V$ ) мало по сравнению с магнитным взаимодействием ( $\mu B$ ) или вакуумный вкладом ( $\Phi$ ) или обоими (см. формулу (1.85)). В этом случае можно проанализировать точную вероятность перехода (1.89) аналитически. В более общей ситуации подобное исследование было бы невозможным.

В случае, когда  $\mathcal{E}_+ \approx \mathcal{E}_-$ , можно представить вероятность перехода в формуле (1.89) в следующем виде:

$$P(t) = P_0(t) + P_c(t) \cos(2\Omega t) + P_s(t) \sin(2\Omega t), \quad (1.91)$$

где

$$P_0(t) = \frac{1}{2} [S_+^2 + S_-^2 + 2S_+ S_- \cos(2\delta\Omega t) - 4C_+ C_- \sin^2(\delta\Omega t)],$$

$$P_c(t) = -\frac{1}{2} [(S_+^2 + S_-^2) \cos(2\delta\Omega t) + 2S_+ S_- - 4C_+ C_- \sin^2(\delta\Omega t)],$$

$$P_s(t) = \frac{1}{2} (S_+^2 - S_-^2) \sin(2\delta\Omega t), \quad (1.92)$$

и

$$\Omega = \frac{\mathcal{E}_+ + \mathcal{E}_-}{2}, \quad \delta\Omega = \frac{\mathcal{E}_+ - \mathcal{E}_-}{2}. \quad (1.93)$$

Как можно заключить из этих выражений, вероятность перехода  $P(t)$  является быстро осциллирующей функцией с частотой  $\Omega$ . Верхней и нижней медленно меняющимися огибающими являются функции  $P_{u,d} = P_0 \pm \sqrt{P_c^2 + P_s^2}$ , соответственно.

Вероятности перехода при различных плотностях вещества  $\rho$  и значения магнитной энергии  $\mu B$ , при фиксированной энергии нейтрино  $E = 10 \text{ MeV}$  и разности квадратов масс  $\delta m^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ , показаны на рис. 1.2-1.4.

Как видно на приведенных рисунках, при низкой плотности вещества огибающие функции дают, для каждой дистанции распространения пучка нейтрино, диапазон возможных значений вероятности осцилляций нейтрино. При увеличении плотности вещества вероятность осциллирует с меньшей частотой, делая огибающие функции менее пригодными для анализа физических ситуаций.

Можно найти максимальное значение верхней огибающей функции, которое также является наибольшим значением вероятности перехода, в виде,

$$P_u^{(\max)} = \begin{cases} (S_+ - S_-)^2, & \text{если } B < B', \\ \frac{C_+ C_- (S_+^2 - S_-^2)^2}{C_+ C_- (S_+^2 + S_-^2) + (C_+ C_-)^2 + (S_+ S_-)^2}, & \text{если } B > B', \end{cases} \quad (1.94)$$

где значение  $B'$  является решением трансцендентного алгебраического уравнения  $C_+ C_- = S_+ S_-$ . Максимальные значения усредненной вероятности перехода  $P_0(x)$  задаются следующим выражением:

$$P_0^{(\max)} = \frac{1}{2} [(S_+ S_-)^2 - 4C_+ C_-], \quad (1.95)$$

для произвольных значений  $B$ . Значения данных максимальных значений зависят от величины  $\mu B$ . Эти зависимости приведены на рис. 1.2(d)-1.4(d). В случае быстрых осцилляций, вместо максимальной вероятности следует рассматривать усредненную вероятность перехода, которая также показана на данных рисунках.

Как видно из рис. 1.2(d)-1.4(d), при определенном соотношении между потенциалом взаимодействия с веществом, характеризуемым плотностью веще-

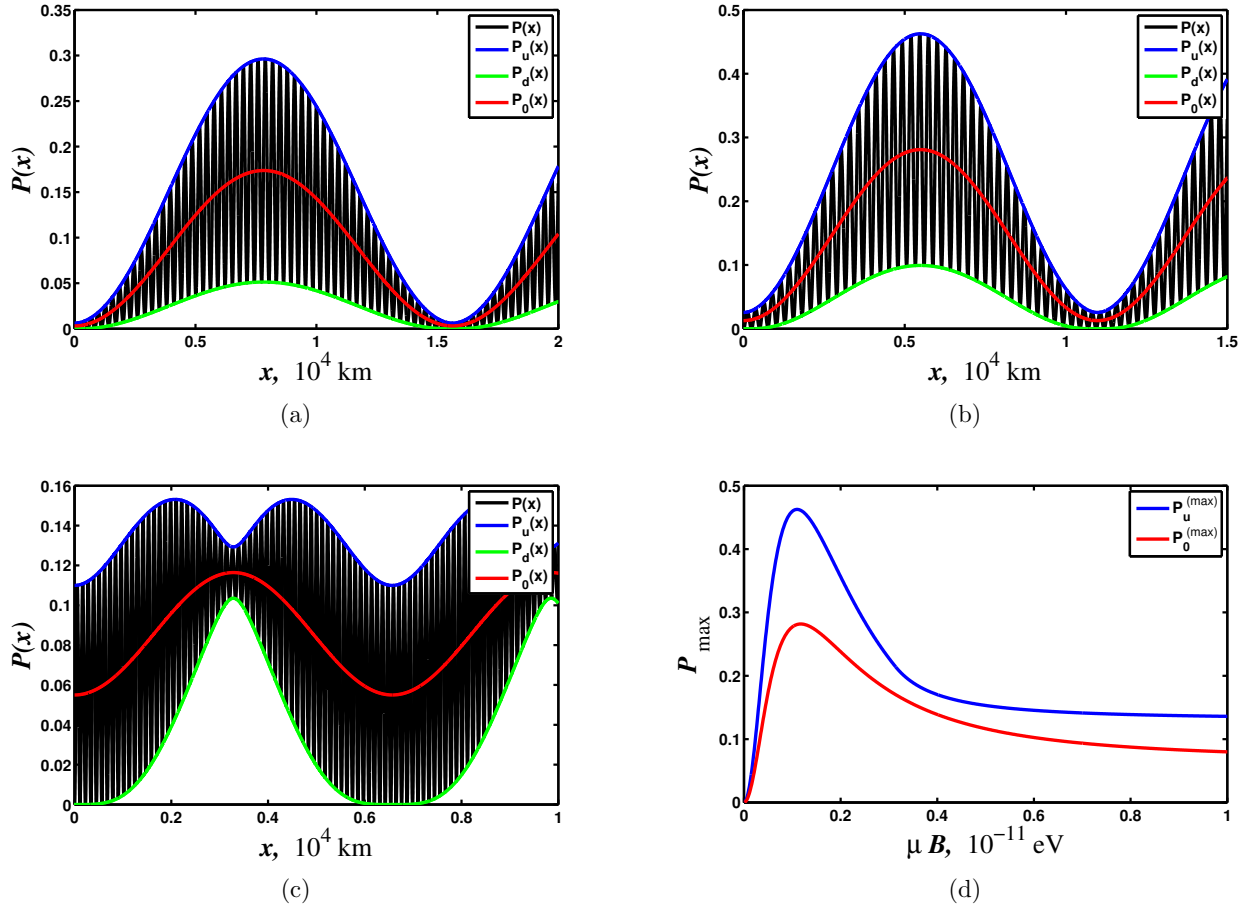


Рис. 1.2. (a)-(c) вероятность перехода в зависимости от расстояния пройденного пучком нейтрино в веществе с плотностью  $\rho = 10 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ; (a)  $\mu B = 5 \times 10^{-13} \text{ eV}$ , (b)  $\mu B = 1.1 \times 10^{-12} \text{ eV}$ , (c)  $\mu B = 5 \times 10^{-12} \text{ eV}$ . Принимается, что  $E_\nu = 10 \text{ MeV}$ ,  $\delta m^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  и  $\theta = 0.6$ , что довольно близко к параметрам осцилляций солнечных нейтрино. Черная кривая – функция  $P(x)$ , синие и зеленые кривые – огибающие функции  $P_{u,d}(x)$ , а красная кривая – усредненная вероятность перехода  $P_0(x)$ . (d) Зависимость максимальных значений функции  $P(x)$  и  $P_0(x)$ , синие и красные линии, соответственно, от магнитной энергии  $\mu B$  для выбранной плотности.

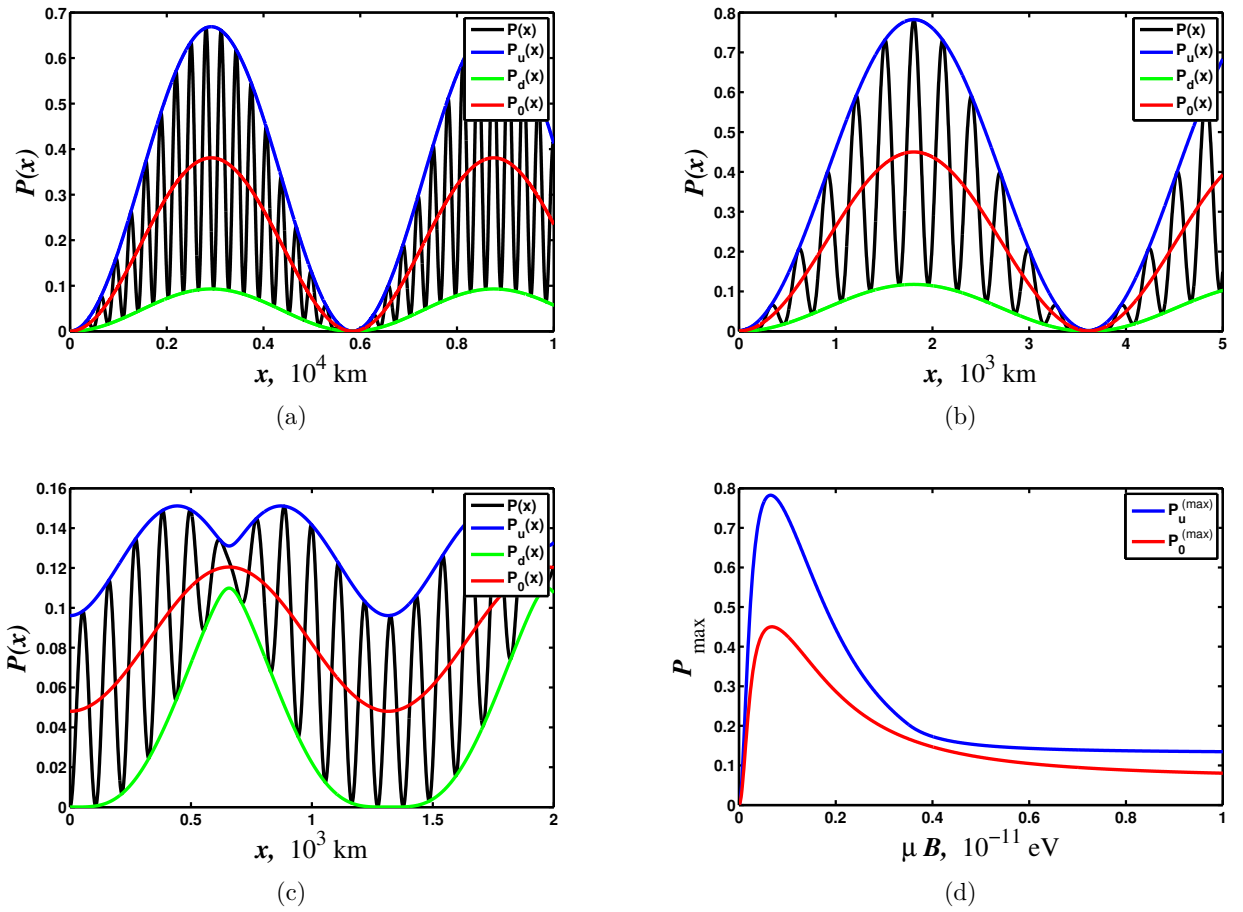


Рис. 1.3. Так же, что и на рис. 1.2 для плотности  $\rho = 50 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ; (a)  $\mu B = 3.5 \times 10^{-13} \text{ eV}$ , (b)  $\mu B = 6.6 \times 10^{-13} \text{ eV}$ , (c)  $\mu B = 5 \times 10^{-12} \text{ eV}$ .

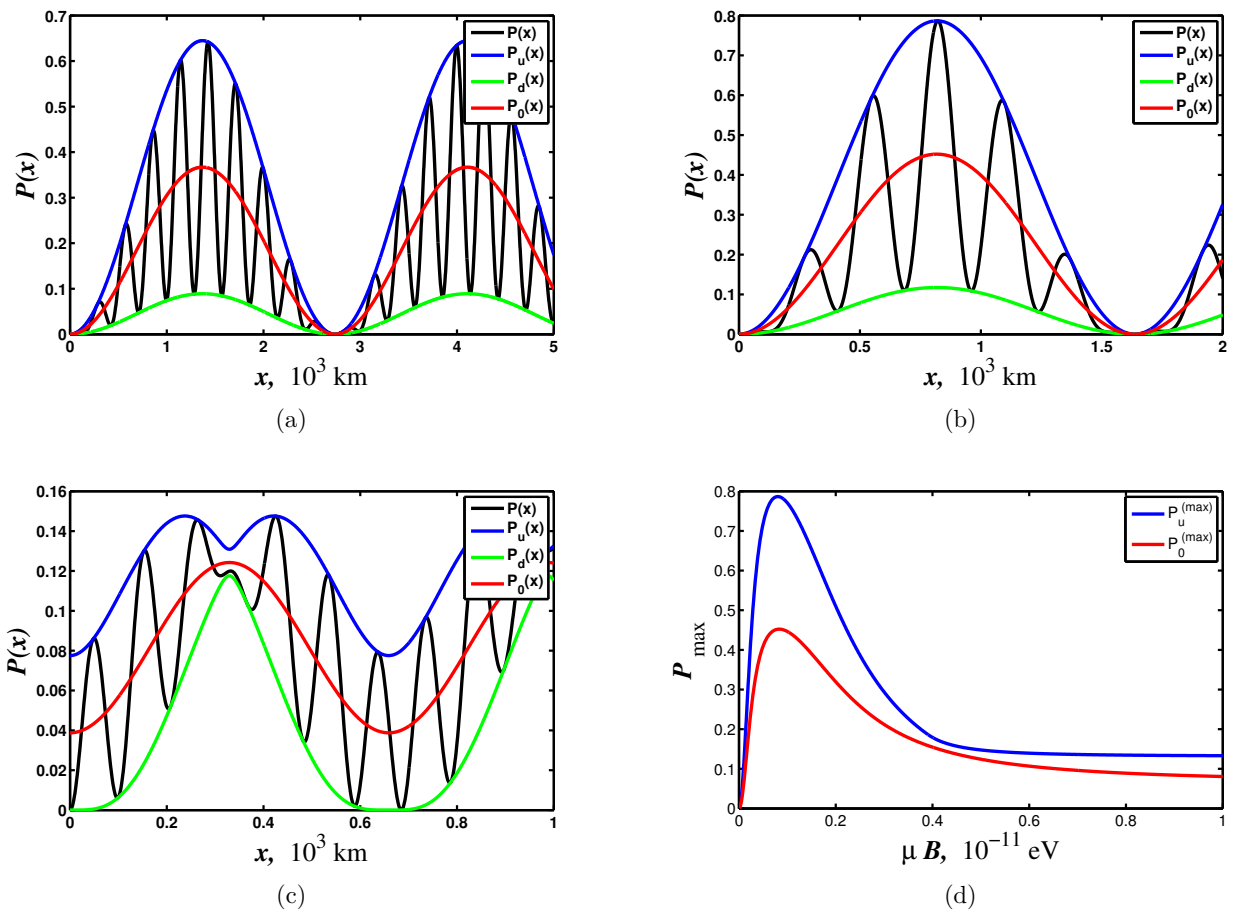


Рис. 1.4. Так же, что и на рис. 1.2 для плотности  $\rho = 100 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ; (a)  $\mu B = 4 \times 10^{-13} \text{ eV}$ , (b)  $\mu B = 8 \times 10^{-13} \text{ eV}$ , (c)  $\mu B = 5 \times 10^{-12} \text{ eV}$ .

ства  $\rho$ , и магнитным взаимодействием может наблюдаться усиление спин-флейворных осцилляций. В выполненном численном расчете данный эффект происходит, когда  $\mu B_{\max} = 1.1 \times 10^{-12}$  eV для  $\rho = 10 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ; при  $\mu B_{\max} = 6.6 \times 10^{-13}$  eV для  $\rho = 50 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ; и когда  $\mu B_{\max} = 8 \times 10^{-13}$  eV для  $\rho = 100 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Для данных величин  $\mu B$ , как максимальные, так и средние значения вероятности перехода становятся значительно больше, чем для любых других значений  $\mu B$ . Рис. 1.2(b)-1.4(b) соответствуют ситуации максимального усиления, в то время как рис. 1.2(a)-1.4(a) и рис. 1.2(c)-1.4(c) иллюстрируют случаи магнитного поля с напряженностью выше и ниже оптимальной  $B_{\max}$ .

Следует отметить, что увеличенная вероятность перехода достигается при относительно умеренной напряженности магнитного поля. При больших значениях  $\mu B$  максимальная вероятность перехода стремится к  $\cos^2(2\theta)$ . Действительно, если  $\mu B \gg \max(\Phi, V)$ , то вероятность перехода можно записать в виде  $P(t) = \cos^2(2\theta) \sin^2(\mu B t)$ ; см. формулу (1.65). Как было найдено в работе [151], спин-флейворные осцилляции нейтрино могут быть усилены в очень сильном магнитном поле, причем вероятность перехода становится практически равной единице. Данное явление может быть реализовано только для дираковских нейтрино с малыми недиагональными магнитными моментами и малый углом смешивания. Как можно видеть на рис. 1.2(d)-1.4(d), для больших недиагональных магнитных моментов условие усиления осцилляций становится совершенно другим.

Заметим, что при больших расстояниях распространения пучка нейтрино, сравнимых с несколькими периодами колебаний огибающих функций, эффект усиления осцилляций будет значительно уменьшаться из-за необходимости усреднения. В примерах, полученных на основе численного моделирования и представленных на рис. 1.2-1.4 период изменения огибающей функции составляет порядка  $10^3 - 10^4$  km, что является характерным пространственным масштабом ударной волны распространяющейся в веществе с той же плотностью, которая была использована для построения выше приведенных рисунков (см.,

например, работу [152]). Таким образом, усиление спин-флейворных переходов может иметь место, когда нейтрино пересекают область ударной волны.

Напомним, что приведенный выше анализ был сделан в предположении, что нейтрино являются дираковскими частицами. Как будет продемонстрировано ниже (см. разд. 1.9), динамика осцилляций в аналогичных средах весьма отличается в случае майорановских нейтрино.

## 1.6. Спин-флейворные осцилляции между электронными и стерильными астрофизическими нейтрино

В этом разделе будет продолжено изучение осцилляций нейтрино от СН с использованием эффективного гамильтониана полученного в разд. 1.4. В частности, будет рассмотрена возможность спин-флейворных осцилляций между правополяризованными электронными нейтрино и стерильными нейтрино в расширяющейся оболочке образующейся после взрыва СН под действием сильного магнитного поля. Будет показано, что резонансное усиление осцилляций нейтрино возможно, если учитывается поправка к эффективному гамильтониану (1.82).

Как уже упоминалось в разд. 1.5, в общем случае решение уравнения Шредингера с эффективными гамильтонианами (1.81) и (1.82) довольно громоздко и должно анализироваться с использованием численных методов. Для аналитического изучения спин-флейворных осцилляций рассмотрим, для простоты, ситуацию, когда вакуумный угол смешивания между различными собственными состояниями нейтрино мал,  $\theta \ll 1$ . Если  $\theta \ll 1$ , взаимодействие с веществом, а также матрица магнитных моментов совпадают во флейворном и массовом базисах.

Резонанс в осцилляциях нейтрино может появиться, если разность между двумя диагональными элементами в эффективном гамильтониане мала [153]. В таблице 1.1, где учтены вклады обоих гамильтонианов (1.81) и (1.82), пере-

№	Канал осцилляций	Условие резонанса
1	$\nu_\beta^L \leftrightarrow \nu_\alpha^R$	$\Phi = \frac{f_\beta}{2} - \frac{1}{32k^2} \left( \frac{m_1^2 f_\alpha^3}{\mathcal{M}_1^2} + \frac{m_2^2 f_\beta^3}{\mathcal{M}_2^2} \right)$
2	$\nu_\beta^R \leftrightarrow \nu_\alpha^L$	$\Phi = -\frac{f_\alpha}{2} + \frac{1}{32k^2} \left( \frac{m_1^2 f_\alpha^3}{\mathcal{M}_1^2} + \frac{m_2^2 f_\beta^3}{\mathcal{M}_2^2} \right)$
3	$\nu_\beta^L \leftrightarrow \nu_\alpha^L$	$\Phi = \frac{f_\beta - f_\alpha}{2} + \frac{1}{32k^2} \left( \frac{m_1^2 f_\alpha^3}{\mathcal{M}_1^2} - \frac{m_2^2 f_\beta^3}{\mathcal{M}_2^2} \right)$
4	$\nu_\beta^R \leftrightarrow \nu_\alpha^R$	$\Phi = -\frac{1}{32k^2} \left( \frac{m_1^2 f_\alpha^3}{\mathcal{M}_1^2} - \frac{m_2^2 f_\beta^3}{\mathcal{M}_2^2} \right)$

Таблица 1.1. Условия возникновения резонанса при осцилляциях  $\nu_\alpha^{L,R} \leftrightarrow \nu_\beta^{L,R}$ , которые учитывают гамильтонианы (1.81) и (1.82).

числены резонансные условия для различных каналов осцилляций. Как видно из этой таблицы, поправки (1.82) в эффективный гамильтониан становятся существенными, когда исследуются каналы осцилляций  $\nu_{e,\mu,\tau}^R \leftrightarrow \nu_s^{L,R}$ , где  $\nu_s$  – стерильное нейтрино.

В качестве примера, исследуем осцилляции  $\nu_e^R \leftrightarrow \nu_s^L$ . Полагая в таблице 1.1  $\alpha \equiv s$  и  $\beta \equiv e$ , с помощью формулы (1.36), получаем, что  $f_s = 0$ ,  $f_e = \sqrt{2}G_F(n_e - n_n/2)$  и  $\mathcal{M}_2 \equiv \mathcal{M}_e = \sqrt{(\mu_{\nu_e} B)^2 + f_e^2}$ . Из таблицы 1.1 находим условие резонанса для рассматриваемого канала осцилляций в виде:

$$\delta m^2 = \frac{1}{4\sqrt{2}E_\nu} G_F \left( n_e - \frac{n_n}{2} \right) m_{\nu_e}^2, \quad (1.96)$$

где учитывается случай малых диагональных магнитных моментов электронного нейтрино,  $\mu_{\nu_e} B \ll f_e$ , а  $E_\nu = k$  – энергия нейтрино. В приложении Б обсуждается влияние других малых факторов на возникновение резонанса (1.96).

В качестве примера рассмотрим осцилляции  $\nu_e^R \leftrightarrow \nu_s^L$  в расширяющейся оболочке образовавшейся после взрыва СН. Как известно (см, например, работы [154, 155], в которых приведено более детальное описание), правополяризованные электронные нейтрино могут возникнуть во время взрыва СН II типа. Действительно, если нейтрино является дираковской частицей, то изме-



нение спиральности может произойти в следующей реакции:  $\nu_L + (e^-, p, N) \rightarrow \nu_R + (e^-, p, N)$ , с электронами  $e^-$ , протонами  $p$  и ядрами  $N$  в плотном веществе формирующейся НЗ. Изменение спиральности нейтрино обусловлено взаимодействием диагонального магнитного момента нейтрино с заряженными частицами. Следовательно левополяризованные нейтрино с энергией в диапазоне  $(100 - 200)$  MeV становятся правополяризованными [156, 157].

Помимо того факта, что возникновение правополяризованных нейтрино влечет за собой дополнительное охлаждение СН [158], эти частицы потенциально можно регистрировать с помощью наземного детектора. Когда правополяризованные нейтрино распространяются от места взрыва СН к Земле, то взаимодействуя с галактическим магнитным полем, их спиральность опять может измениться на противоположную, и они станут левополяризованными частицами. Хотя поток этих нейтрино меньше чем изначально левополяризованных частиц [155, 159], их можно обнаружить в современных нейтринных обсерваториях. Анализ прецессии спина нейтрино в галактическом магнитном поле проведен в работе [159].

Предположим, что поток правополяризованных электронных нейтрино распространяется в расширяющейся оболочке СН. Как известно [160], ударная волна может формироваться в оболочке. Спустя примерно 1 с после коллапса ядра звезды, плотность вещества в области ударной волны размером 1 с может достигать  $10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Предположим также, что плотность вещества примерно постоянна внутри ударной волны (см. также разд. 1.5).

В случае электронейтрального вещества формула (1.96) даёт

$$\begin{aligned} \delta m^2 \approx & 5.0 \times 10^{-17} \text{ eV}^2 \times (3Y_e - 1) \\ & \times \left( \frac{\rho}{10^6 \text{ g/cm}^3} \right) \left( \frac{E_\nu}{100 \text{ MeV}} \right)^{-1} \left( \frac{m_{\nu_e}}{1 \text{ eV}} \right)^2, \end{aligned} \quad (1.97)$$

где  $Y_e = n_e / (n_e + n_n)$  – доля электронов в веществе. Из формулы (1.97) видно, что для вещества с  $Y_e > 1/3$  и  $\rho \sim 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  и электронного нейтрино с  $E_\nu \sim 100 \text{ MeV}$  и  $m_{\nu_e} \sim 1 \text{ eV}$  разность квадратов масс должна быть  $\delta m^2 \sim 10^{-17} \text{ eV}^2$ .

Необходимо отметить, что возможность существования стерильных нейтрино сильно вырожденных по массе с активными нейтрино недавно обсуждалась в литературе. В работах [161, 162] было рассмотрено изменение потока нейтрино от СН при наличии почти вырожденных по массе нейтрино. Влияние спин-флейворных осцилляций между активными и стерильными нейтрино с малыми  $\delta m^2$  на потоки солнечных нейтрино обсуждалось в работах [163, 164]. Влияние CP нарушающей фазы в смешении между активными и стерильными нейтрино, обладающими малой  $\delta m^2$  на эффективную массу электронных нейтрино рассматривалось в статье [165]. В работе [166] была рассмотрена возможность экспериментального подтверждения, например, в детекторе IceCube, существования почти вырожденных по массе стерильных нейтрино высокой энергии от внегалактических источников. Диапазон  $\delta m^2$  рассмотренных в работах [161, 162] составляет  $10^{-16} \text{ eV}^2 < \delta m^2 < 10^{-12} \text{ eV}^2$ , что довольно близко к оценке полученной в соотношении (1.97). В работе [166] были изучены стерильные нейтрино с еще меньшими  $\delta m^2$ :  $10^{-19} \text{ eV}^2 < \delta m^2 < 10^{-12} \text{ eV}^2$ .

Помимо выполнения резонансного условия (1.96), для того, чтобы иметь значительное число переходов  $\nu_e^R \leftrightarrow \nu_s^L$ , напряженность магнитного поля и расстояние, проходимое пучком нейтрино, которое принимается равным ширине ударной волны  $L$ , должны удовлетворять условию  $\mu B L \approx \pi/2$ . Можно переписать это условие в виде,

$$B \approx 5.3 \times 10^7 \text{ G} \left( \frac{\mu}{10^{-12} \mu_B} \right)^{-1} \left( \frac{L}{10^3 \text{ km}} \right)^{-1}. \quad (1.98)$$

Для переходного магнитного момента  $\mu = 3 \times 10^{-12} \mu_B$  [167] и  $L \sim 10^8 \text{ cm}$  (см. выше), получаем, что  $B \sim 10^7 \text{ G}$ . Предположив, что магнитное поле НЗ зависит от расстояния как  $B(r) = B_0(R/r)^3$ , где  $R = 10 \text{ km}$  – характерный радиус протонейтронной звезды, а  $B_0 = 10^{13} \text{ G}$  – напряженность магнитного поля на поверхности протонейтронной звезды, получаем, что при  $r = 10^8 \text{ cm}$  поле достигает напряженности  $10^7 \text{ G}$ , что согласуется с оценками в формуле (1.98). Отметим, что магнитные поля при взрыве СН могут быть даже сильнее  $10^{13} \text{ G}$ ,

и достигать значений  $\sim 10^{16}$  G [168].

## 1.7. Майорановские нейтрино в вакууме

В этом разделе формализм, разработанный в разд. 1.1-1.4 для описания эволюции дираковских нейтрино в различных внешних полях, применяется для исследования осцилляций майорановских нейтрино. Сначала будет исследована эволюция смешанных майорановских нейтрино в вакууме. Для этой цели будет решена начальная задача для двух типов нейтрино и найдена вероятность перехода. Тем не менее, помимо флейворных осцилляций, для майорановской частицы можно рассматривать переходы между нейтрино и антинейтрино. Данный процесс также будет изучен на основе релятивистской квантовой механики.

В общем случае система флейворных нейтрино может быть описана с помощью соответствующего числа левых и правых киральных спиноров [134]. Однако можно предположить, что только левые киральные компоненты  $\nu_\lambda^L = (1/2)(1 - \gamma^5)\nu_\lambda$  присутствуют в рассматриваемой системе. Подобная ситуация имеет место, например, для нейтрино описываемых в рамках СМ, где правые нейтрино являются стерильными. Общая ситуация, когда имеются как левые, так и правые киральные частицы была изучена в работе [56].

В общем случае массовая матрица, соответствующая левым флейворным нейтрино  $\nu_\lambda^L$ , может быть диагонализирована с помощью матричного преобразования [134],

$$\nu_\lambda^L = \sum_a U_{\lambda a} \eta_a, \quad (1.99)$$

где  $\lambda = \alpha, \beta$  – флейворный индекс, а  $\eta_a$ ,  $a = 1, 2$ , соответствует майорановской частице с определенной массой  $m_a$ . В простейшем случае смешивание флейворных состояний возникает только из майорановских массовых слагаемых соответствующих левым нейтрино. Следовательно матрица смешивания ( $U_{\lambda a}$ ) является унитарной матрицей размером  $2 \times 2$ , т.е.  $a = 1, 2$ . Более того, предполагая, что СР четность не нарушена, находим, что ( $U_{\lambda a}$ ) может быть параметризована

таким же образом, как и в формуле (1.4).

Для описания эволюции данной системы выберем следующее начальное условие (см. также формулу (1.18)):

$$\nu_\alpha^L(\mathbf{r}, 0) = 0, \quad \nu_\beta^L(\mathbf{r}, 0) = \nu_\beta^{(0)} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (1.100)$$

где  $\mathbf{k} = (0, 0, k)$  – начальный импульс, а  $\nu_\beta^{(0)\text{T}} = (0, 1)$ . Таким образом, начальное состояние соответствует левому нейтрино флейвора  $\beta$  распространяющемуся вдоль оси  $z$  в положительном направлении.

Поскольку имеются два левых состояния  $\nu_\lambda^L$ ,  $\lambda = \alpha, \beta$ , и майорановские спиноры  $\eta_a$  имеют две степени свободы, будем описывать их с помощью двухкомпонентных вейлевских спиноров. Вейлевский спинор майорановской частицы в вакууме подчиняется волновому уравнению (см., например, работу [72]),

$$i\dot{\eta}_a + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p})\eta_a + im_a\sigma_2\eta_a^* = 0. \quad (1.101)$$

Отметим, что уравнение (1.101) может быть формально получено из уравнения (1.7), если наложить условие Майораны на четырехкомпонентный спинор  $\psi_a$ :  $\psi_a = (\psi_a)^c$ , где индекс  $c$  означает зарядовое сопряжение. Условие Майораны означает, что данный спинор представляется в виде  $\psi_a^{\text{T}} = (i\sigma_2\eta_a^*, \eta_a)$ .

Общее решение уравнения (1.101) может быть представлено в виде [169]:

$$\begin{aligned} \eta_a(\mathbf{r}, t) = & \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \\ & \times \sum_{\zeta=\pm 1} [a_a^{(\zeta)}(\mathbf{p})u_a^{(\zeta)}(\mathbf{p})e^{-iE_a t} + a_a^{(\zeta)*}(-\mathbf{p})v_a^{(\zeta)}(-\mathbf{p})e^{iE_a t}], \end{aligned} \quad (1.102)$$

где  $E_a = \sqrt{m_a^2 + |\mathbf{p}|^2}$ . Как и в разд. 1.1, коэффициент  $a_a^{(\zeta)}(\mathbf{p})$  зависит от времени, а его значение определяется начальным условием (1.100).

Базисные спиноры  $u_a^{(\zeta)}$  и  $v_a^{(\zeta)}$  в соотношении (1.102) имеют вид:

$$\begin{aligned} u_a^-(\mathbf{p}) &= \lambda_a w_-, & u_a^+(\mathbf{p}) &= -\lambda_a \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{p}|} w_+, \\ v_a^+(\mathbf{p}) &= \lambda_a w_-, & v_a^-(\mathbf{p}) &= \lambda_a \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{p}|} w_+, \end{aligned} \quad (1.103)$$

где  $w_{\pm}$  – спиральные амплитуды приведенные в книге [170],

$$w_+ = \begin{pmatrix} e^{-i\phi/2} \cos(\vartheta/2) \\ e^{i\phi/2} \sin(\vartheta/2) \end{pmatrix}, \quad w_- = \begin{pmatrix} -e^{-i\phi/2} \sin(\vartheta/2) \\ e^{i\phi/2} \cos(\vartheta/2) \end{pmatrix}, \quad (1.104)$$

а сферические углы  $\phi$  и  $\vartheta$  задают направление импульса частицы,  $\mathbf{p} = |\mathbf{p}| \times (\sin \vartheta \cos \phi, \sin \vartheta \sin \phi, \cos \vartheta)$ . Нормировочный коэффициент  $\lambda_a$  в формуле (1.103) может быть выбран в виде:

$$\lambda_a^{-2} = 1 - \frac{m_a^2}{(E_a + |\mathbf{p}|)^2}. \quad (1.105)$$

Отметим следующие свойства спиральных амплитуд  $w_{\pm}$ :

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}) w_{\pm} &= \pm |\mathbf{p}| w_{\pm}, \quad i\sigma_2 w_{\pm}^* = \mp w_{\mp}, \quad w_{\pm}(-\mathbf{p}) = iw_{\mp}(\mathbf{p}), \\ (w_+ \otimes w_-^T) - (w_- \otimes w_+^T) &= i\sigma_2, \quad (w_+ \otimes w_+^{\dagger}) + (w_- \otimes w_-^{\dagger}) = 1, \end{aligned} \quad (1.106)$$

которые могут быть получены непосредственно из формулы (1.104) и которые будут использованы при выводе результатов, приведенных ниже.

Не зависящие от времени коэффициенты  $a_a^{\pm}(\mathbf{p})$  в формуле (1.102) имеют следующий вид [169]:

$$\begin{aligned} a_a^+(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[ \eta_a^{(0)\dagger}(-\mathbf{p}) v_a^+(\mathbf{p}) + \frac{im_a}{E_a + |\mathbf{p}|} v_a^{+\dagger}(-\mathbf{p}) \eta_a^{(0)}(\mathbf{p}) \right], \\ a_a^-(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[ u_a^{-\dagger}(\mathbf{p}) \eta_a^{(0)}(\mathbf{p}) - \frac{im_a}{E_a + |\mathbf{p}|} \eta_a^{(0)\dagger}(-\mathbf{p}) u_a^-(\mathbf{p}) \right], \end{aligned} \quad (1.107)$$

где  $\eta_a^{(0)}(\mathbf{p})$  – преобразование Фурье начальной волновой функции  $\eta_a$ ,

$$\eta_a^{(0)}(\mathbf{p}) = \int d^3 \mathbf{p} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \eta_a^{(0)}(\mathbf{r}). \quad (1.108)$$

Используя формулы (1.102)-(1.107), получим следующее выражение для волновой функции нейтрино соответствующее массовому состоянию:

$$\begin{aligned} \eta_a(\mathbf{r}, t) &= \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \lambda_a^2 \left[ \left\{ \left( e^{-iE_a t} - \left[ \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{p}|} \right]^2 e^{iE_a t} \right) (w_- \otimes w_-^{\dagger}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( e^{iE_a t} - \left[ \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{p}|} \right]^2 e^{-iE_a t} \right) (w_+ \otimes w_+^{\dagger}) \right\} \eta_a^{(0)}(\mathbf{p}) \right] \end{aligned}$$

$$\left. - 2 \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{p}|} \sin(E_a t) \sigma_2 \eta_a^{(0)*}(-\mathbf{p}) \right]. \quad (1.109)$$

Из формул (1.106) и (1.109) следует, что массовое состояние частиц, находившихся в начальный момент в левополяризованном состоянии  $\eta_a^{(0)}(\mathbf{r}) \sim w_-(\mathbf{k})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ , в более поздние времена описывается волновой функцией,

$$\begin{aligned} \eta_a(\mathbf{r}, t) \sim \lambda_a^2 \left\{ \left( e^{-iE_a t} - \left[ \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{k}|} \right]^2 e^{iE_a t} \right) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} w_-(\mathbf{k}) \right. \\ \left. - 2i \frac{m_a}{E_a + |\mathbf{k}|} \sin(E_a t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} w_+(\mathbf{k}) \right\}. \end{aligned} \quad (1.110)$$

Отметим, что второе слагаемое в соотношении (1.110) описывает состояние антинейтрино. Действительно спинор  $w_+(\mathbf{k})$  удовлетворяет соотношению,  $(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}) \times w_+(\mathbf{k}) = |\mathbf{k}|w_+(\mathbf{k})$  (см. формулу (1.106)). Поэтому данное слагаемое соответствует античастице (см. книгу [170]). Этот член в формуле (1.110) соответствует флейворным переходам между нейтрино и антинейтрино  $\nu_\beta^L \leftrightarrow (\nu_\alpha^L)^c$ .

Согласно формулам (1.4) и (1.99) волновая функция левого нейтрино аромата  $\alpha$  имеет форму  $\nu_\alpha^L = \cos\theta\eta_1^L - \sin\theta\eta_2^L$ . Из соотношений (1.99) и (1.110) следует, что вероятность перехода  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^L$  в вакууме дается выражением,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^L}(t) = |\nu_\alpha^L|^2 = \sin^2(2\theta) \left\{ \sin^2(\Phi t) \right. \\ \left. + \frac{1}{2|\mathbf{k}|^2} \cos(\sigma t) \sin(\Phi t) [m_1^2 \sin(E_1 t) - m_2^2 \sin(E_2 t)] \right\} + \mathcal{O}\left(\frac{m_a^4}{|\mathbf{k}|^4}\right), \end{aligned} \quad (1.111)$$

где  $\sigma$  и  $\Phi$  введены в формуле (1.21).

Можно сравнить формулу (1.111) с аналогичным выражением для дираковской частицы (1.20). Главные члены в обоих соотношениях совпадают, в то время как следующие за основными поправочные члены имеют противоположные знаки. Поэтому, можно ответить на вопрос о природе нейтрино, т.е. сказать, являются ли массовые состояния нейтрино дираковскими или майорановскими частицами, изучая поправки к формуле для вероятности перехода флейворных осцилляций.

Аналогично можно вычислить вероятность перехода для процесса  $\nu_\beta^L \rightarrow (\nu_\alpha^L)^c$ , используя второе слагаемое в формуле (1.110),

$$P_{\nu_\beta^L \rightarrow (\nu_\alpha^L)^c}(t) = |(\nu_\alpha^L)^c|^2 = \frac{\sin^2(2\theta)}{4|\mathbf{k}|^2} [m_1 \sin(E_1 t) - m_2 \sin(E_2 t)]^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_a^4}{|\mathbf{k}|^4}\right). \quad (1.112)$$

Следует отметить, что член следующий за главным в формуле (1.111), а также главное слагаемое в соотношении (1.112) имеют одинаковый порядок величины  $\sim m_a^2/|\mathbf{k}|^2$ .

Перед тем как переходить к рассмотрению майорановских нейтрино в магнитных полях в разд. 1.8, сделаем замечание общего порядка, касающееся справедливости применения подхода, основанного на релятивистской квантовой механике учитывающей первично квантованные (классические) майорановские поля. В работе [171] утверждалось, что динамика массивного майорановского поля не может быть описана в рамках подхода использующего классическую теорию поля, поскольку массовый член в лагранжиане,  $\eta^T i \sigma_2 \eta$ , обращается в ноль, когда  $\eta$  является  $s$ -числовой функцией (см., например, обсуждение в работах [72, 73]). Отметим, что уравнение (1.101) является прямым следствием уравнения Дирака, если предположить, что четырехкомпонентная волновая функция удовлетворяет условию Майораны. Поэтому решение уравнения (1.101), т.е. волновые функции и уровни энергии, в принципе не зависит от существования лагранжиана используемого для вывода этого уравнения. Волновые уравнения описывающие свойства элементарных частиц должны следовать из общих принципов квантовой теории поля. Тем не менее, довольно часто квантовые уравнения допускают существования классических решений (см. книгу [172], где приведены многочисленные интересные примеры). Как было показано в разд. 1.1-1.4 (см., также работы [49–56]), осцилляции дираковских нейтрино в вакууме и в различных внешних полях могут быть описаны в рамках классической теории поля. Основным результатом настоящего раздела является доказательство того, что квантовое уравнение (1.101) для массивных майорановских частиц

может также иметь решение, см. формулу (1.110), имеющее смысл в рамках классической теории поля.

## 1.8. Майорановские нейтрино в веществе и поперечном магнитном поле

В этом разделе формализм, разработанный в разд. 1.7, будет использован для более общего случая майорановских нейтрино, распространяющиеся в фоновом веществе и взаимодействующих с внешним магнитным полем. В частности, будет показано, что начальная задача для массовых состояний может быть сформулирована с использованием уравнения Шредингера с эффективным гамильтонианом, который совпадает с ранее предложенным [33].

Для описания эволюции двух массовых состояний майорановских нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля, волновое уравнение (1.101) должно быть переписано в следующей форме [74]:

$$i\dot{\eta}_a + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p} - g_a)\eta_a + im_a\sigma_2\eta_a^* - g\eta_b - i\mu(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{B})\sigma_2\epsilon_{ab}\eta_b^* = 0, \quad a \neq b, \quad (1.113)$$

где  $\epsilon_{ab} = i(\sigma_2)_{ab}$ , а также  $g_a$  и  $g$  были определены в формуле (1.27). Отметим, что уравнение (1.113) может быть формально получено из уравнения (1.68), если пренебречь векторным током во взаимодействии с веществом, т.е., заменить  $(1 - \gamma^5)/2$  на  $-\gamma^5$ , и принять во внимание то, что матрица магнитных моментов майорановского нейтрино антисимметричная (смотри, например, книгу [25]). Будем считать, что начальное условие для уравнения (1.113) совпадает с таковым для вакуумного случая (1.100).

Общее решение уравнения (1.113) может быть записано в следующем виде:

$$\eta_a(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \times \sum_{\zeta=\pm 1} [a_a^{(\zeta)}(\mathbf{p}, t)u_a^{(\zeta)}(\mathbf{p}) \exp(-iE_a^{(\zeta)}t) + a_a^{(\zeta)*}(-\mathbf{p}, t)v_a^{(\zeta)}(-\mathbf{p}) \exp(iE_a^{(\zeta)}t)], \quad (1.114)$$



где уровни энергии аналогичны приведенным в формуле (1.29) с заменой  $g_a/2 \rightarrow g_a$ , т.е.  $E_a^{(\zeta)} = \sqrt{(|\mathbf{p}| - \zeta g_a)^2 + m_a^2}$ . Базисные спиноры в формуле (1.114) могут быть выбраны в виде:

$$\begin{aligned} u_a^-(\mathbf{p}) &= \lambda_a^- w_-, & u_a^+(\mathbf{p}) &= -\lambda_a^+ \frac{m_a}{E_a^+ + |\mathbf{p}| - g_a} w_+, \\ v_a^+(\mathbf{p}) &= \lambda_a^+ w_-, & v_a^-(\mathbf{p}) &= \lambda_a^- \frac{m_a}{E_a^- + |\mathbf{p}| + g_a} w_+, \end{aligned} \quad (1.115)$$

где нормировочные коэффициенты  $\lambda_a^{(\zeta)}$ ,  $\zeta = \pm$ , задаются выражением,

$$(\lambda_a^{(\zeta)})^{-2} = 1 - \frac{m_a^2}{[E_a + |\mathbf{p}| - \zeta g_a]^2}. \quad (1.116)$$

Рассмотрим распространение майорановского нейтрино в поперечном магнитном поле. Используя методы, разработанные в разд. 1.4 для описания дираковского нейтрино, и полагая  $k \gg m_a$ , приходим к следующим обыкновенным дифференциальным уравнениям для коэффициентов  $a_a^{(\zeta)}$ :

$$i \frac{d\Psi'}{dt} = H' \Psi', \quad H' = \begin{pmatrix} 0 & g e^{i\omega_- t} & 0 & \mu B e^{i\Omega_- t} \\ g e^{-i\omega_- t} & 0 & -\mu B e^{-i\Omega_+ t} & 0 \\ 0 & -\mu B e^{i\Omega_+ t} & 0 & -g e^{i\omega_+ t} \\ \mu B e^{-i\Omega_- t} & 0 & -g e^{-i\omega_+ t} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.117)$$

где  $\Psi'^T = (a_1^-, a_2^-, a_1^+, a_2^+)$  и

$$\omega_{\pm} = E_1^{\pm} - E_2^{\pm} \approx 2\Phi \mp (g_1 - g_2), \quad \Omega_{\mp} = E_1^{\mp} - E_2^{\pm} \approx 2\Phi \pm (g_1 + g_2), \quad (1.118)$$

которые можно сравнить с уравнением (1.72).

Делая матричное преобразование

$$\Psi' = \mathcal{U} \Psi, \quad \mathcal{U} = \text{diag} \left\{ e^{i(\Phi+g_1)t}, e^{-i(\Phi-g_2)t}, e^{i(\Phi-g_1)t}, e^{-i(\Phi+g_2)t} \right\}, \quad (1.119)$$

можно преобразовать уравнение (1.117) к виду:

$$i \frac{d\Psi}{dt} = H \Psi, \quad H = \mathcal{U}^\dagger H' \mathcal{U} - i \mathcal{U}^\dagger \dot{\mathcal{U}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \Phi + g_1/2 & g & 0 & \mu B \\ g & -\Phi + g_2 & -\mu B & 0 \\ 0 & -\mu B & \Phi - g_1/2 & -g \\ \mu B & 0 & -g & -\Phi - g_2 \end{pmatrix}. \quad (1.120)$$

Отметим, что аналогичный эффективный гамильтониан был использован при описании спин-флейворных осцилляций майорановских нейтрино в рамках квантовомеханического подхода (см, например, статью [33]), если используется базис  $\Psi_{QM}^T = (\psi_1^L, \psi_2^L, [\psi_1^L]^c, [\psi_2^L]^c)$ .

Следует отметить, что последовательный вывод основного уравнения (1.113) должен быть сделан с использованием методов квантовой теории поля (см., например, статью [171]), предполагая что спиноры  $\eta_a$  выражаются через антикоммутирующие операторы. Подобный квантовополевой подход важен для объяснения антисимметрии матрицы магнитных моментов. Тем не менее, можно видеть, что основное уравнение (1.113) может приведено к стандартному шредингеровскому уравнению эволюции (1.120) для описания спин-флейворных осцилляций нейтрино, даже если считать, что волновые функции  $\eta_a$  являются  $c$ -числовыми объектами. Поэтому снова можно сделать вывод, что подходы для изучения распространения майорановских нейтрино во внешних полях основанные на классической и квантовой теории поля являются эквивалентными.

## 1.9. Спин-флейворные осцилляции майорановских нейтрино в расширяющейся оболочке после взрыва сверхновой

В данном разделе, формализм, разработанный в разд. 1.8 для описания спин-флейворных осцилляций майорановских нейтрино, будет использован для изучения распространения нейтрино в расширяющейся оболочке после взрыва СН. Полученные результаты сравниваются со случаем дираковских нейтрино

исследованном в разд. 1.5.

Динамика системы двух майорановских нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля определяется уравнением Шредингера (1.120). Тем не менее, как и в разд. 1.5, явное аналитическое решение этого уравнения является довольно громоздким. Именно поэтому мы снова рассмотрим ситуацию, когда  $n_e = n_p = n_n = n$ , что приводит к  $g_1 = -g_2$  (см. формулы (1.36) и (1.37), а также разд. 1.5). В этом случае собственные значения гамильтониана (1.120)  $\lambda = \pm \mathcal{E}_\pm$  определяются выражением,

$$\mathcal{E}_\pm = \frac{1}{2} \sqrt{V^2 + 4(\mu B)^2 + 4\Phi^2 \pm 4VR}, \quad R = \sqrt{(\Phi \cos 2\theta)^2 + (\mu B)^2}, \quad (1.121)$$

где  $V = \sqrt{2}G_F n$ . Временная эволюция волновой функции задается формулой,

$$\Psi(t) = \sum_{\zeta=\pm 1} \left[ \left( U_\zeta \otimes U_\zeta^\dagger \right) \exp(-i\mathcal{E}_\zeta t) + \left( V_\zeta \otimes V_\zeta^\dagger \right) \exp(i\mathcal{E}_\zeta t) \right] \Psi_0, \quad (1.122)$$

где  $U_\zeta$  и  $V_\zeta$  – собственные векторы гамильтониана (1.120) определяемые выражением

$$U_\zeta = \frac{1}{N_\zeta} \begin{pmatrix} -x_\zeta \\ -y_\zeta \\ 1 \\ -z_\zeta \end{pmatrix}, \quad V_\zeta = \frac{1}{N_\zeta} \begin{pmatrix} -y_\zeta \\ x_\zeta \\ z_\zeta \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.123)$$

где

$$\begin{aligned} x_\zeta &= \frac{\mu B(\mathcal{E}_\zeta + \Phi)}{\Sigma_\zeta} V \sin 2\theta, \\ y_\zeta &= \frac{\mu B}{\mathcal{E}_\zeta + \Phi - V \cos 2\theta/2} \left[ 1 + \frac{(\mathcal{E}_\zeta + \Phi)}{2\Sigma_\zeta} V^2 \sin^2(2\theta) \right], \\ z_\zeta &= \frac{V \sin 2\theta}{2(\mathcal{E}_\zeta + \Phi + V \cos 2\theta/2)} \left[ 1 + \frac{2(\mu B)^2(\mathcal{E}_\zeta + \Phi)}{\Sigma_\zeta} \right], \\ \Sigma_\zeta &= \frac{V}{2} [2\mathcal{E}_\zeta(\mathcal{E}_\zeta + \Phi) - V^2/2 + \Phi V \cos 2\theta] \cos 2\theta \\ &\quad + \zeta R V (\mathcal{E}_\zeta + \Phi - V \cos 2\theta/2). \end{aligned} \quad (1.124)$$

Нормировочный коэффициент  $N_\zeta$  в формуле (1.123) имеет форму,  $N_\zeta = \sqrt{1 + x_\zeta^2 + y_\zeta^2 + z_\zeta^2}$ .

Придерживаясь той же схемы, что и в разд. 1.5, из формул (1.99) и (1.122)-(1.124) находим вероятность процесса  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$ ,

$$P_{\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R}(t) = [C_+ \cos(\mathcal{E}_+ t) + C_- \cos(\mathcal{E}_- t)]^2 + [S_+ \sin(\mathcal{E}_+ t) + S_- \sin(\mathcal{E}_- t)]^2, \quad (1.125)$$

где

$$C_\zeta = -\frac{1}{N_\zeta^2} [\sin 2\theta(x_\zeta + y_\zeta z_\zeta) + \cos 2\theta(y_\zeta - x_\zeta z_\zeta)],$$

$$S_\zeta = \frac{1}{N_\zeta^2} (y_\zeta + x_\zeta z_\zeta). \quad (1.126)$$

Основываясь на соотношении (1.100), в начальный момент волновая функция считалась равной

$$\Psi_0^T = (\sin \theta, \cos \theta, 0, 0). \quad (1.127)$$

С помощью формул (1.124) и (1.126) можно проверить выполнение тождества  $C_+ + C_- = 0$ , гарантирующего, что  $P(0) = 0$ .

Отметим, что, с формальной точки зрения, формула (1.125) соответствует переходам  $\nu_\beta^L \rightarrow \nu_\alpha^R$ . Тем не менее, фактически она описывает осцилляции между активными нейтрино  $\nu_\beta^L \leftrightarrow (\nu_\alpha^L)^c$ , поскольку для майорановской частицы справедливо тождество:  $\nu_\alpha^R = (\nu_\alpha^L)^c$ .

Как и в случае соотношения (1.89), формула (1.125) может быть проанализирована аналитически при относительно малых значениях эффективного потенциала  $V$ . Огибающие функций  $P_{u,d} = P_0 \pm \sqrt{P_c^2 + P_s^2}$  зависят от коэффициентов  $C_\zeta$  и  $S_\zeta$  таким же образом, что и в формуле (1.92). Вероятности перехода при различных значениях плотности вещества и магнитного поля представлены на рис. 1.5.

Несмотря на формальное сходство между вероятностями перехода для дираковского и майорановского нейтрино, см. (1.89) и (1.125), фактическая динамика осцилляций довольно сильно отличается в этих двух случаях, что можно видеть, сравнивая рис. 1.2(d)-1.4(d) и рис. 1.5(b), 1.5(d) и 1.5(f). В частности, в

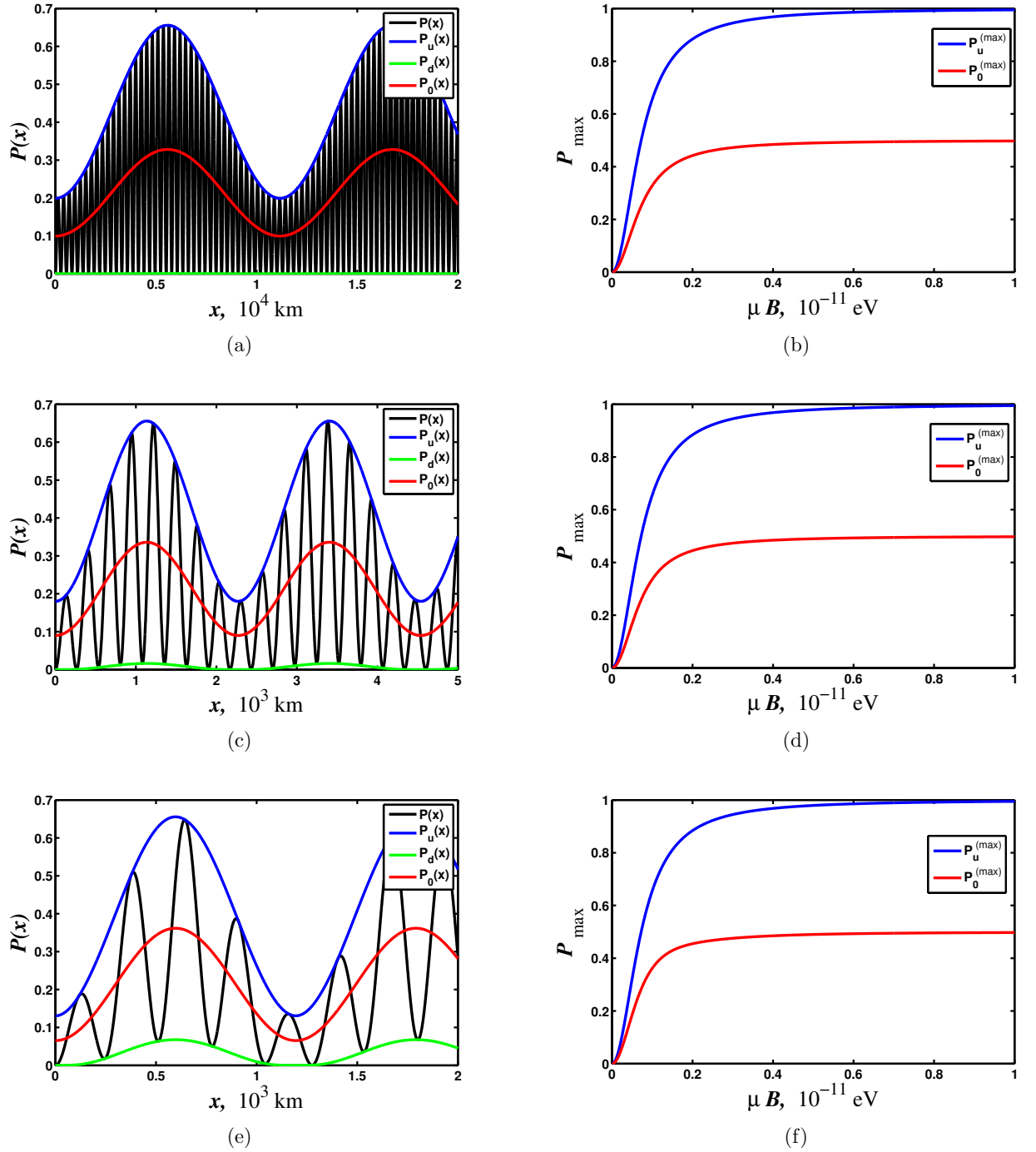


Рис. 1.5. (а), (с) и (е) вероятности перехода в зависимости от расстояния, пройденное пучком нейтрино. Параметры нейтрино имеют те же значения, что и на рис. 1.2-1.4:  $E_\nu = 10$  MeV,  $\delta m^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  и  $\theta = 0.6$ . Магнитная энергия равна  $\mu B = 10^{-12}$  eV. Черная кривая – функция  $P(x)$ , синие и зеленые кривые – огибающие функции  $P_{u,d}(x)$ , а красная кривая – усредненная вероятность перехода  $P_0(x)$ . (b), (d) и (f) Зависимость максимальных значений функций  $P(x)$  и  $P_0(x)$ , синие и красные кривые соответственно, от магнитной энергии для заданной плотности. Рис. (а) и (b) соответствуют плотности вещества  $\rho = 20 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , (с) и (d) –  $\rho = 100 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  and (е) и (f) –  $\rho = 200 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

случае майорановского нейтрино  $P_u^{(\max)} = 4|C_+C_-|$  для произвольного  $B$ , следует сравнить с формулой (1.94). В то же время, функция  $P_0^{(\max)}$  имеет тот же вид, что и для дираковских нейтрино, который приведен в формуле (1.95). В отличие от дираковских нейтрино, усредненная вероятность перехода не достигает максимального значения при некотором умеренном магнитном поле  $B_{\max}$ . Вместо этого  $P_u^{\max}$  и  $P_0^{\max}$  являются монотонно возрастающими функциями напряженности магнитного поля с асимптотическими значениями 1 и 1/2, соответственно. Подобная зависимость вероятности перехода может быть объяснена если вспомнить, что при  $\mu B \gg \max(\Phi, V)$ , эффективный гамильтониан в формуле (1.120) становится равным

$$H_\infty = i\mu B\gamma^2, \quad i\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.128)$$

Уравнение Шредингера с эффективным гамильтонианом (1.128) имеет формальное решение

$$\Psi(t) = \exp(-iH_\infty t)\Psi(0) = [\cos(\mu Bt) + \gamma^2 \sin(\mu Bt)]\Psi(0). \quad (1.129)$$

Используя формулы (1.99), (1.127) и (1.129) приходим к выражению для вероятности перехода:  $P(t) = |\nu_\alpha^R|^2 = \sin^2(\mu Bt)$ , из которого и следует поведение функции  $P_u^{(\max)}$  в сильном магнитном поле. Необходимо отметить, что аналогичный результат также был получен в работе [151].

Наконец, стоит отметить, что в отличие от дираковского случая, поведение вероятности перехода для майорановских нейтрино качественно одинаково для различных плотностей вещества и различных напряженностей магнитного поля (см. рис. 1.5(а), 1.5(с) и 1.5(е)).

Проблема спин-флейворных осцилляций майорановских нейтрино ранее исследовалась в работах [173, 174] при помощи численного моделирования. Например, в работе [173] уравнение эволюции для трех нейтринных флейворов,

распространяющихся внутри звезды непосредственно перед взрывом СН в веществе с нулевой металличностью, что соответствует например, модели W02Z [150], было решено для реалистических профилей вещества и магнитного поля. Хотя выведенная в данном разделе аналитическая вероятность перехода в формуле (1.125) справедлива только для постоянных плотности вещества и напряженности магнитного поля, тем не менее интересно сравнить полученные здесь результаты с численным моделированием в работе [173]. В статье [173] были использованы магнитные поля  $B \sim 10^{10}$  G и магнитные моменты  $\sim 10^{-12} \mu_B$ , что дает магнитную энергию  $\mu B \sim 10^{-11}$  eV. Эта значение соответствует максимальной магнитной энергии, используемой в данном разделе.

В работе [173] было найдено, что спин-флейворная конверсия является практически адиабатической для низкоэнергетических нейтрино, соответствующих  $E_\nu \sim 5$  MeV, внутри области, где  $Y_e \approx 0.5$ . Более того, усредненная вероятность перехода для канала  $\nu_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  близка к 0.5. Подобная большая вероятность перехода проистекает из-за наличия RSF-H и RSF-L резонансов на расстоянии  $\approx 0.01 R_\odot$ . Несмотря на то, что в данном разделе исследуется система из двух нейтринных поколений, полученное поведение  $P_0^{(\max)}$  (см. рис. 1.5) аналогично найденному в работе [173]. Тем не менее, в рассмотренном здесь случае большая вероятность перехода обусловлена наличием сильного магнитного поля (см. статьи [24, 151]). Нельзя сравнивать вероятность перехода в формуле (1.125) с результатами работы [173] для более высоких энергий,  $E_\nu > 25$  MeV, поскольку спин-флейворные осцилляции становятся сильно неадиабатическими для таких энергий и необходимо учитывать зависимость плотности вещества от координат. При этом плотность вещества должна убывать с радиусом как  $1/r^3$  [175].

## 1.10. Описание осцилляций нейтрино в веществе на основе квантовой теории поля

В настоящем разделе квантовая теория поля будет использована для описания осцилляций нейтрино в веществе (см. разд. 1.2). В частности, будет исследовано влияние фонового вещества на переходы между нейтрино и антинейтрино, которые изучались в разд. 1.7.

Несмотря на то, что ранее удавалось получить удовлетворительные результаты для описания переходов между нейтрино и антинейтрино в вакууме в рамках подхода основанного на релятивистской квантовой механике (см. формулу (1.112), а также работу [57]) самосогласованное описание этого процесса должно быть сделано в рамках квантовой теории поля, по следующей причине. В случае майорановских нейтрино, частицы идентичны античастицам. Только в рамках квантовой теории поля можно корректно определить состояние соответствующее античастице. К тому же, как уже было показано в разд. 1.7, вероятность появления антинейтрино в осцилляциях подавлена малым множителем  $m_a/E_\nu$ . Как правило, различные подходы к описанию осцилляций нейтрино дают противоречивые результаты в этом порядке точности [179]. Именно поэтому необходимо использовать подход основанный на квантовой теории поля, чтобы учесть такой малый эффект.

Аналогично работе [56], будет изучена система флейворных нейтрино  $\nu_\lambda$ ,  $\lambda = e, \mu, \tau, \dots$ , распространяющихся в плотном фоновом веществе между двумя пространственно разнесенными точками:  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$ . Предположим, что излучение и поглощение нейтрино связано со взаимодействием с лептонами  $l_\lambda^\pm$  и тяжелыми нуклонами  $N$ , которые локализованы в двух пространственных областях, условно называемых «источник» и «детектор». В то время как фоновое вещество, с которым взаимодействует нейтрино, будет считаться равномерно распределенным вдоль всего пути распространения нейтрино  $\mathbf{L} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ .

В общем случае динамика системы смешанных массивных нейтрино долж-



на быть сформулирована с использованием левых  $\nu_\lambda^L$  и правых  $\nu_\lambda^R$  киральных проекций флейворных нейтрино (см., например, работу [57]),

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_\lambda \left( \overline{\nu_\lambda^L} i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda^L + \overline{\nu_\lambda^R} i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_\lambda^R \right) \\ & - \sum_{\lambda\lambda'} \left( m_{\lambda\lambda'}^D \overline{\nu_\lambda^L} \nu_{\lambda'}^R + m_{\lambda\lambda'}^L (\nu_\lambda^L)^T C \nu_{\lambda'}^L + m_{\lambda\lambda'}^R (\nu_\lambda^R)^T C \nu_{\lambda'}^R + \text{h.c.} \right) \\ & - \sum_\lambda \overline{\nu_\lambda^L} \gamma_\mu \nu_\lambda^L f_{\lambda\lambda'}^\mu - \sqrt{2} G_F (j^\mu J_\mu + \text{h.c.}), \end{aligned} \quad (1.130)$$

где  $m_{\lambda\lambda'}^D$  и  $m_{\lambda\lambda'}^{L,R}$  – дираковская и майорановские массовые матрицы определенные в работе [56], а

$$j^\mu = \sum_\lambda \overline{\nu_\lambda^L} \gamma^\mu l_\lambda^L, \quad (1.131)$$

представляет собой электрослабый ток нейтрино и лептонов. Эффективный потенциал взаимодействия нейтрино с фоновым веществом  $f_{\lambda\lambda'}^\mu$  (см. формулу (1.23)) предполагается независимым от координат, в то время как ядерный ток  $J_\mu$  локализован в пространстве. Взаимодействие с фоновым веществом будет учитываться точно. Как и в разд. 1.2 здесь будет исследован общий случай, в котором матрица  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$  может быть недиагональной. Следует отметить, что в соотношении (1.130) правые нейтрино не участвуют во взаимодействии с другими частицами, т.е. они стерильны.

Как будет видно ниже, переходы между нейтрино и антинейтрино соответствуют процессу  $(N_1, N_2) + l_\beta^- \rightarrow (\text{нейтрино}) \rightarrow (N'_1, N'_2) + l_\alpha^+$ . Следует отметить, что массивные нейтрино участвуют в этом процессе в виде виртуальных частиц [41–43]. Выражение элемента  $S$ -матрицы для этой реакции имеет вид [41]:

$$\begin{aligned} S = & - \frac{1}{2!} \left( \sqrt{2} G_F \right)^2 \int d^4x d^4y \\ & \times \langle l_\alpha^+; N'_1 N'_2 | T \{ j^\mu(x) J_\mu(x) j^\nu(y) J_\nu(y) \} | l_\beta^-; N_1 N_2 \rangle, \end{aligned} \quad (1.132)$$

где  $N_{1,2}$  и  $N'_{1,2}$  – начальное и конечное состояния нуклонов. Рассматриваемый процесс схематически показан на рис. 1.6. Следует отметить, что внутренняя

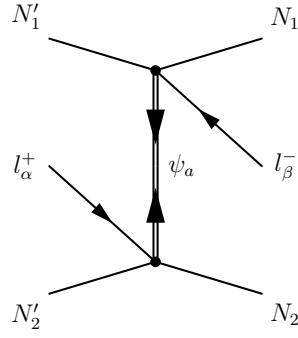


Рис. 1.6. Фейнмановская диаграмма, соответствующая рассеянию лептонов на ядрах  $(N_1, N_2) + l_\beta^- \rightarrow (\text{нейтрино}) \rightarrow (N'_1, N'_2) + l_\alpha^+$ ,  $S$ -матричный элемент которой приведен в формуле (1.132).

нейтринная линия является широкой, что означает точный учет взаимодействия с фоновым веществом.

Теперь необходимо диагонализировать массовые матрицы  $m_{\lambda\lambda'}^D$  и  $m_{\lambda\lambda'}^{L,R}$  в уравнении (1.130) с помощью матричного преобразования, аналогичного рассмотренному в работе [57], которое основано на прямоугольных матрицах  $(U_{\lambda a})$  и  $(V_{\lambda a})$  являющихся не унитарными и независимыми. Амплитуда процесса, показанного на рис. 1.6 отлична от нуля, если виртуальные нейтрино соответствуют майорановским полям. Именно поэтому, аналогично статье [57], вводятся новые майорановские поля  $\psi_a = \Psi_a^L + (\Psi_a^L)^c$ .

Перепишем лагранжиан (1.130) используя майорановские поля  $\psi_a$ ,

$$\mathcal{L} = \sum_a \bar{\psi}_a (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_a) \psi_a - \sum_{ab} g_{ab}^\mu \bar{\psi}_a^L \gamma_\mu \psi_b^L - (\text{источники}), \quad (1.133)$$

где  $(g_{ab}^\mu)$  – матрица эффективных потенциалов взаимодействия массовых состояний нейтрино с веществом в базисе который был определен в формуле (1.25). В соотношении (1.133) не приводится выражение для источников в явном виде, так как они, как предполагается, локализованы в пространстве.

Используя результаты работы [58] находим, что хронологические произведения лептон-нейтринных токов в формуле (1.132) принимает вид:

$$\langle l_\alpha^+ | T \{ j_\mu(x) j_\nu(y) \} | l_\beta^- \rangle = \frac{e^{ip_\alpha x - ip_\beta y}}{2\mathcal{V} \sqrt{E_\alpha E_\beta}} \sum_{ab} U_{\alpha a}^* U_{\beta b}^* \quad (1.134)$$

$$\times u^T(-p_\alpha) (\gamma_\mu^L)^T \langle 0|T\{[\bar{\psi}_a(x)]^T \bar{\psi}_b(y)\}|0\rangle \gamma_\nu^L u(p_\beta),$$

где  $u(p_{\alpha,\beta})$  – исходящие и входящие спиноры с 4-импульсами  $p_{\alpha,\beta} = (E_{\alpha,\beta}, \mathbf{p}_{\alpha,\beta})$ , а  $\mathcal{V}$  – нормировочный объем. В формуле (1.134) используется представление лептонных состояний в виде плоских волн [170].

Так как масса нуклонов намного превышает характерные энергии лептонов, то можно предположить, что нуклоны находятся в состоянии покоя, т.е. можно заменить нуклонные токи на

$$J_\mu(x) = \delta_{0\mu} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2), \quad J_\mu(x) = \delta_{0\mu} \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}_1), \quad (1.135)$$

в формуле (1.132).

Хронологическое произведение майорановских полей нейтрино в формуле (1.134) может быть переписано в виде (см, например, книгу [25]):

$$\langle 0|T\{[\bar{\psi}_a(x)]^T \bar{\psi}_b(y)\}|0\rangle = -CS_{ab}(x-y), \quad (1.136)$$

где  $C$  – матрица зарядового сопряжения, а  $S_{ab}(x-y) = \langle 0|T\{\psi_a(x)\bar{\psi}_b(y)\}|0\rangle$  – стандартный фейнмановский пропагатор дираковской частицы.

Для упрощения расчетов предположим, что матрица  $(g_{ab}^\mu)$  в формуле (1.133) близка к диагональной. При этом предположении пропагатор в формуле (1.136) имеет диагональный вид:  $S_{ab}(x) = \delta_{ab}S_a(x)$ . Явный вид функции  $S_a(x)$  приведен в приложении В. К тому же, как и в разд. 1.2 и 1.4, будем изучать случай неподвижного и неполяризованного вещества, который соответствует матрице  $(g_{ab}^\mu)$  имеющей только временную компоненту.

Используя результаты приложения В можно представить элемент  $S$ -матрицы в формуле (1.132) в виде:

$$S = 2\pi\delta(E_\alpha - E_\beta) \frac{G_F^2}{4\mathcal{V}\sqrt{E_\alpha E_\beta}} M_{\beta\alpha},$$

$$M_{\beta\alpha} = - \frac{e^{i\mathbf{p}_\beta \mathbf{x}_1 - i\mathbf{p}_\alpha \mathbf{x}_2}}{2\pi L} \sum_a m_a U_{\alpha a}^* U_{\beta a}^* \bar{u}(p_\alpha) F_a u(p_\beta), \quad (1.137)$$

где

$$F_a = \frac{1}{2|g_a|p_a} \left\{ e^{ik_1L} [g_a^2 + |g_a|p_a - g_a k_1(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{n})] - e^{ik_2L} [g_a^2 - |g_a|p_a - g_a k_2(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{n})] \right\} (1 - \gamma^5), \quad (1.138)$$

а  $k_{1,2}^2 = (p_a \pm |g_a|)^2$ ,  $p_a = \sqrt{E^2 - m_a^2}$  – аналог импульса нейтрино,  $E = E_\alpha = E_\beta$  – энергия лептонов, которая сохраняется, поскольку нуклоны предполагаются находящимися в состоянии покоя.

Рассмотрим случай высоких энергий лептонов  $E_\lambda \gg m_\lambda$ , где  $m_\lambda$  – масса лептона. В этом случае наибольший вклад в матричный элемент процесса дается каналом, в котором спиральности лептонов меняются на противоположную: с  $-1/2$  на  $1/2$ . Таким образом, матричный элемент в формуле (1.137) принимает форму,

$$M(l_\beta^- \rightarrow l_\alpha^+) \approx -\frac{2e^{i\mathbf{p}_\beta \mathbf{x}_1 - i\mathbf{p}_\alpha \mathbf{x}_2}}{\pi L} \sum_a E m_a U_{\alpha a}^* U_{\beta a} \langle F_a \rangle e^{-i\varphi/2} \sin \frac{\vartheta}{2}, \quad (1.139)$$

где сферические углы  $\varphi$  и  $\vartheta$  задают направление импульса конечного лептона по отношению к импульсу начального лептона, который, для простоты, выбирается направленным вдоль вектора  $\mathbf{L}$ .

Используя формулу (1.138) можно вычислить функцию  $F_a$  в соотношении (1.139) в приближении высоких энергий лептонов,

$$\langle F_a \rangle = \bar{u}(p_\alpha) F_a u(p_\beta) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|g_a|}{p_a}\right) e^{i(p_a - |g_a|)L}, & \text{если } p_a > |g_a|, \\ 0, & \text{если } p_a < |g_a|. \end{cases} \quad (1.140)$$

Детали усреднения по состояниям лептонов в формулах (1.139) и (1.140) можно найти в статье [41].

Наконец, полное сечение рассеяния лептонов  $(N_1, N_2) + l_\beta^- \rightarrow (\text{нейтрино}) \rightarrow (N'_1, N'_2) + l_\alpha^+$  может быть представлено в следующем виде:

$$\sigma(l_\beta^- \rightarrow l_\alpha^+) \sim \frac{G_F^4 E^2}{L^2} \sum_{ab} m_a m_b U_{\alpha a}^* U_{\beta a}^* U_{ab} U_{\beta b} \langle F_a \rangle \langle F_b^* \rangle \frac{v_\alpha}{v_\beta}, \quad (1.141)$$

где  $v_{\alpha,\beta}$  – скорости испущенных и падающих лептонов. Если рассмотреть наиболее общий лагранжиан (1.130), который содержит как дираковскую так и майорановские массовые матрицы, то формулы (1.140) и (1.141) описывают переходы между нейтрино и антинейтрино, которые рассмотрены в работах [41, 176, 177] (см. также разд. 1.7).

Используя формулы (1.140) и (1.141) можно заключить, что для легких нейтрино с  $m_a \ll E$  вклад взаимодействия с веществом ничтожно мал, так как  $p_a \approx E - m_a^2/2E \gg |g_a|$ . Однако ситуация становится совершенно иной в случае тяжелых нейтрино, существование которых не исключено некоторыми теоретическими моделями [180]. Если изучается нейтрино распространяющиеся в плотном ядерном веществе с  $|g_a| \sim eV$ , то эффективный импульс таких тяжелых нейтрино может быть сравним с эффективным потенциалом взаимодействия с веществом при соответствующем выборе энергии лептонов. Тем не менее, из формулы (1.140) можно заключить, что вклад такого тяжелого массового состояния в переходы между нейтрино и антинейтрино будет сильно подавлен взаимодействием с фоновым веществом. Заметим, что такое поведение вероятности перехода в присутствии фонового вещества согласуется с результатами работы [178], где осцилляции между нейтрино и антинейтрино были изучены в рамках стандартного квантовомеханического подхода.

При выводе основных результатов (1.140) и (1.141) не учитывался вклад недиагональных элементов матрицы  $(g_{ab}^\mu)$ . Возможно, данный вклад может приводить к увеличению вероятности переходов между нейтрино и антинейтрино, аналогично тому как это происходит при флейворных осцилляциях нейтрино в веществе (см. разд. 1.2). Если учесть эти недиагональные элементы, в пропагаторе нейтрино в формуле (1.136) также появятся недиагональные элементы. Подобные недиагональных пропагаторы довольно трудно анализировать аналитически. Таким образом, подход для описания осцилляций нейтрино на основе квантовой теории поля, по-видимому, не применим в случае больших недиагональных элементов матрицы  $(g_{ab}^\mu)$ .

## 1.11. Выводы: осцилляции нейтрино во внешних полях

В данной главе было приведено теоретическое описание осцилляций нейтрино в вакууме и во внешних полях. В основном были представлены два подхода к этой проблеме: с использованием релятивистской квантовой механики (разд. 1.1-1.4, 1.7, и 1.8) и метод основанный на квантовой теории поля (разд. 1.10).

Формулировка начальной задачи (1.2) для системы флейворных нейтрино является основной особенностью метода релятивистской квантовой механики. После этого исследуются волновые функции флейворных нейтрино в последующие моменты времени. В вакууме задача Коши для массовых собственных состояний нейтрино (1.3) может быть решена точно (см. формулу (1.12)), что дает волновые функции нейтрино для произвольного начального условия. В рамках этого формализма, эволюцию во времени флейворных нейтрино в присутствии внешних полей можно свести к исследованию эффективного уравнения Шредингера (см., например, уравнения (1.75) и (1.120)).

Заметим, что, используя этот формализм, можно решить не только проблему структуры эффективного гамильтониана, но также становится ясным, в каком пространстве волновых функций действует данный эффективный гамильтониан. В рамках стандартного квантово-механического подхода [33, 137] изучается эволюция эффективной «волновой функции» нейтрино  $\nu^T = (\nu_\alpha, \nu_\beta, \dots)$ , но происхождение компонент этой волновой функции неясно. На основе метода релятивистской квантовой механики можно получить ответ на этот вопрос. Если взять коэффициенты  $a_a^{(\zeta)}$  разложения четырехкомпонентной нейтринной волновой функции по базисным спинорам (см., например, формулы (1.69) и (1.114)), а затем сделать определенные преобразования, аналогичные соотношениям (1.74) и (1.119), то на основе этих коэффициентов получаем квантово-механическую нейтринную «волновую функцию».

Заметим, что в данном подходе коэффициенты  $a_a^{(\zeta)}$  являются  $c$ -числами,

а не операторами, как в квантовой теории поля. Это означает, что этот метод можно назвать описанием осцилляций нейтрино с помощью классической теории поля, поскольку вторично квантованные нейтринные волновые функции не используются.

Помимо решения концептуальных проблем связанных с осцилляциями нейтрино, метод релятивистской квантовой механики может применяться для описания нейтринных осцилляций не только в вакууме (см. разд. 1.1), но и в фоновом веществе (см. разд. 1.2), а также спин-флейворных осцилляций во внешнем магнитном поле (в разд. 1.3) и в комбинации фонового вещества и магнитного поля (см. раздел 1.4). Заметим, что в этом формализме можно описывать осцилляции как дираковских, так и майорановских нейтрино (см. разд. 1.7 и 1.8).

Когда изучается эволюция нейтрино во внешнем поле, используются точные решения волновых уравнений в этом внешнем поле. Именно почему предложенный подход справедлив для произвольной напряженности внешнего поля. Более того, эволюция смешанных нейтрино обычно описывается в базисе массовых собственных состояний. В общем случае, внешние поля, такие как взаимодействие с фоновым веществом или с внешним электромагнитным полем, не являются диагональными в этом базисе (см. формулы (1.25) и (1.45)). Таким образом, собственные массовые состояния нейтрино не являются независимыми в присутствии внешнего поля (см., например, уравнение (1.68)). Тем не менее в рамках метода релятивистской квантовой механики удается описывать и подобные связанные массовые состояния нейтрино и получать результаты которые согласуются со стандартным квантово-механическим подходом.

Используя метод релятивистской квантовой механики была сделана попытка описать переходы между нейтрино и антинейтрино (см. формулу (1.112)). В результате была получена соответствующая формула для вероятности перехода, которая напоминает ранее выведенные соотношения [41, 176]. Однако, в случае майорановских нейтрино, частицы идентичны своим античастицам. Состояния античастиц наиболее однозначно интерпретируются в рамках квантовой

теории поля. Таким образом, подход для описания осцилляций между нейтрино и антинейтрино, основанный на классической физике, может содержать внутренние противоречия. Именно почему в разд. 1.10 был использован метод квантовой теории поля для изучения переходов между майорановскими нейтрино и антинейтрино в фоновом веществе. Отметим, что аналогичный метод описания осцилляций нейтрино в вакууме ранее использовался в статьях [41, 42, 179].

Следует отметить, что осцилляции между нейтрино и антинейтрино эквивалентны  $(0\nu 2\beta)$ -распаду [27]. В этом процессе два нуклона внутри ядра обмениваются виртуальным майорановским нейтрино. Именно почему важно изучить влияние плотного ядерного вещества на процесс распространения майорановского нейтрино.

Была рассмотрена ситуация, когда взаимодействие с веществом диагонально в базисе массовых собственных состояний, т.к. случай недиагонального пропагатора нейтрино довольно сложно анализировать аналитически. Тем не менее было обнаружено, что этот тип взаимодействия с веществом может подавлять переходы между нейтрино и антинейтрино. Более того, в случае гипотетического очень тяжелого майорановского нейтрино, вероятность перехода стремится к нулю (см. формулы (1.140) и (1.141)). Это означает, что нельзя подтвердить наличие подобных тяжелых нейтрино изучая  $(0\nu 2\beta)$ -распад.

В разделах 1.5, 1.6 и 1.9 были рассмотрены несколько приложений результатов, полученных с помощью метода релятивистской квантовой механики, для исследования астрофизических нейтрино, излучаемых во время взрыва СН. Сначала были изучены спин-флейворные осцилляции дираковских (в разд. 1.5) и майорановских (см. разд. 1.9) нейтрино в расширяющейся оболочке под действием магнитного поля звезды. Было обнаружено, что для дираковских нейтрино усиление нейтринных осцилляций может быть достигнуто в умеренном магнитном поле (см. рис. 1.2(d)-1.4(d)]. В случае же майорановских нейтрино, их осцилляции могут быть усилены только в сильном магнитном поле (см. рис. 1.5(b), (d) и (f)).



В разделе 1.6 исследуется еще один канал осцилляций астрофизических нейтрино. Была изучена возможность спин-флейворных осцилляций между электронными и дополнительными квазивырожденными по массе стерильными нейтрино. Было получено, что поправка (1.82) к эффективному гамильтониану (1.81), найденная в рамках релятивистской квантовой механики, приводит к появлению нового резонанса в этом канале осцилляций.

## Глава 2

# Сильные магнитные и гипермагнитные поля в ранней вселенной

В данной главе рассматривается эволюция гипермагнитных и магнитных полей в ранней вселенной до и после ЭСФП, а также ряд приложений, таких как генерация лептонной и барионной асимметрий и влияние турбулентности вещества на динамику киральных частиц в горячей плазме. В частности, будут рассмотрены следующие вопросы. В разд. 2.1 будет получен однопетлевой вклад виртуальных заряженных лептонов в поляризационный оператор фотона с использованием точного пропагатора заряженного лептона, вычисленного в приложении Г на основе эффективного взаимодействия между нейтрино и лептонами в присутствии  $\nu\bar{\nu}$ -газа. Затем в разд. 2.2, используя теорию возмущений с мнимым временем, вычисляется наиболее общий вклад плазмы в поляризационный оператор. Полученные результаты проанализированы в случаях классической плазмы с низкой температурой и плотностью, а также для горячей и вырожденной релятивистской плазмы.

В разд. 2.3 рассмотрены некоторые применения вычисленного поляризационного оператора для описания эволюции магнитных полей в горячей релятивистской плазме ранней Вселенной (см. разд. 2.3.2). В подобной космологической плазме, в которой может существовать достаточное число нейтрино, обнаруживается неустойчивость магнитного поля, обусловленная нейтринной асимметрией  $\Delta n_\nu = n_\nu - n_{\bar{\nu}} \neq 0$ . Анализ неустойчивости космического магнитного поля основан на решении уравнения Фарадея, модифицированного вкладом СМ. Подобное решение для трехмерной конфигурации магнитного поля с максимальной магнитной спиральностью получено в Приложении Д.

Далее, в разд. 2.4-2.5.2, рассматривается влияние МГД-турбулентности на динамику киральных частиц в горячей плазме ранней вселенной. Сначала, в

разделе 2.4 производится упрощение уравнения Навье-Стокса. При этом поле скоростей плазмы  $\mathbf{v}$ , входящее в слагаемое динамо в уравнении Фарадея, заменяется на выражение пропорциональное силе Лоренца, как предложено в статье [181]. Затем в разд. 2.5 выводится система уравнений МГД, описывающих эволюцию спектров плотности магнитного поля и магнитной спиральности с учетом МГД турбулентности. При определенных предположениях можно представить данные кинетические уравнения в виде интегральных уравнений (см. разд. 2.5.1). В разд. 2.5.2 выведенные нелинейные кинетические уравнения решены численно.

Наконец, в разд. 2.6-2.9, рассматривается эволюция гипермагнитных полей до ЭСФП с учетом левых лептонов, хиггсовских бозонов и сфалеронных переходов. Одной из целей данного исследования является более тщательный анализ начального параметра киральной аномалии  $\Delta\mu(T_{EW})$ , возникающего в гипермагнитных полях перед ЭСФП и учитывающего прямые и обратные распады хиггсовских бозонов, которые влияют на эволюцию киральностей правых и левых электронов и позитронов. Кроме того, сфалеронные процессы, которые, как известно, выключаются после ЭСФП, являются активными в симметричной фазе при  $T > T_{EW}$ , и поэтому их следует учитывать, поскольку лептонные и барионные числа нарушаются даже в отсутствие гипермагнитного поля.

В разд. 2.6 формулируются условия равновесия в симметричной фазе первичной плазмы и обосновывается соответствующий набор химических потенциалов. Далее, в разд. 2.7, выводятся кинетические уравнения для соответствующих асимметрий правых и левых электронов (позитронов) при наличии абелевых аномалий для фермионов, а также кинетическое уравнение для асимметрии хиггсовских бозонов, учитывающее как обратные, так и для прямые их распады. Такой более расширенный кинетический подход, по сравнению со статьей [59], позволяет исправить значение  $\Delta\mu(T_{EW})$  с учетом асимметрии хиггсовских бозонов.

В разд. 2.7.1 анализируются законы сохранения и вычисляется БАВ про-

исходящая из лептогенезиса в гипермагнитных полях. В разд. 2.8 кинетические уравнения для всех лептонных и хиггсовской асимметрий решены как аналитически (пренебрегая гиперзарядовым полем), так и численно, учитывая гипермагнитные поля. В разд. 2.9 проанализирована эволюция параметра киральной аномалии  $\Delta\mu(t)$  в симметричной фазе вплоть до  $t = t_{EW}$ .

Наконец, в разд. 2.10 кратко обсуждаются результаты данной главы. Детали вывода кинетических уравнений для спектров с учетом МГД-турбулентности приведены в Приложении E.

## 2.1. Тензор поляризации фотонов в $\nu\bar{\nu}$ газе

В этом разделе вычисляется вклад взаимодействия нарушающего четность в тензор поляризации в присутствии  $\nu\bar{\nu}$  газа. Следует отметить, что фотоны не взаимодействуют непосредственно с нейтрино, т.к. нейтрино является электрически нейтральной частицей<sup>1</sup>. Таким образом,  $\nu\gamma$  взаимодействие должно осуществляться опосредовано через заряженные лептоны, обозначаемыми как  $l$ , которые в данном разделе считаются виртуальными частицами. Будем учитывать  $\nu l$  взаимодействие в пропагаторах лептонов в приближении внешнего среднего поля  $f_{L,R}^\mu = (f_{L,R}^0, \mathbf{f}_{L,R})$  (см. Приложение Г).

Представляет особый интерес случай изотропного  $\nu\bar{\nu}$  газа, в котором  $\mathbf{f}_L = \mathbf{f}_R = 0$ , а ненулевые величины  $f_{L,R}^0$  заданы в формуле (Г.5). В этой ситуации наиболее общее выражение для тензора поляризации имеет вид [182],

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(k) &= \left( g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \Pi_T + e_\mu e_\nu \Pi_L + i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha (f_L^\beta - f_R^\beta) \Pi_P \\ e^\mu &= \frac{1}{\sqrt{k_0^2 - \mathbf{k}^2}} \left( |\mathbf{k}|, k_0 \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \right), \quad e^\mu k_\mu = 0, \quad e^\mu e_\mu = -1, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $k^\mu = (k^0, \mathbf{k})$  – импульс фотона,  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$  – метрический тензор в пространстве Минковского,  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  – абсолютный антисимметричный

---

<sup>1</sup> В этом разделе не учитывается магнитный момент нейтрино рассмотренный в главе 1.

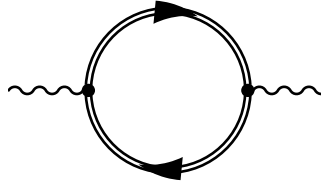


Рис. 2.1. Диаграмма Фейнмана для однопетлевого вклада в поляризационный оператор заданная формулой (2.2). Пропагаторы лептонов показаны в виде широких прямых линий и соответствуют формуле (Г.8).

тензор, имеющий  $\varepsilon^{0123} = +1$ , а  $\Pi_{T,L,R}$  – формфакторы фотона. Поскольку изучаются эффекты нарушения четности, необходимо проанализировать формфактор  $\Pi_2 = (f_L^0 - f_R^0)\Pi_P$ . В данном разделе предполагается, что единственными частицами, находящимися на массовой поверхности, являются нейтрино. Поэтому добавим индекс  $\nu$  к формфакторам фотона, например,  $\Pi_2 \rightarrow \Pi_2^{(\nu)}$  и т.д.

Однопетлевой вклад в поляризационный оператор схематично показан на рисунке 2.1. Пропагаторы лептонов представлены широкими линиями, поскольку в расчетах учитываются внешние поля  $f_{L,R}^\mu$ . Заметим, что будет рассматриваться вклад в  $\Pi_{\mu\nu}^{(\nu)}$  линейный по внешним полям  $f_{L,R}^\mu$ . Выражение для  $\Pi_{\mu\nu}^{(\nu)}$ , которое приводит к ненулевому  $\Pi_P^{(\nu)}$  в формуле (2.1), имеет вид,

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\nu)} = ie^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \{ \gamma_\mu S_0(p+k) \gamma_\nu S_1(p) + \gamma_\nu S_0(p) \gamma_\mu S_1(p+k) \}, \quad (2.2)$$

где  $e$  – электрический заряд лептона  $l$ , а пропагаторы  $S_{0,1}(p)$  приведены в формуле (Г.8). Необходимо упомянуть, что ранее аналогичное вычисление поляризационного оператора фотона в среде из нейтрино и электронов было выполнено в работе [183]

Следы матриц Дирака в формуле (2.2) можно вычислить, используя следующие выражения:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\nu \gamma_\beta \gamma^5) &= -4i\varepsilon_{\mu\alpha\nu\beta}, \\ \text{tr} \{ \gamma_\mu (\not{p} + \not{k} + m) \gamma_\nu \sigma_{\alpha\beta} \gamma^5 (\not{p} + m) \} \\ &= 4 \{ \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} [m^2 - p^2 - (kp)] - k^\lambda [\varepsilon_{\alpha\beta\nu\lambda} p_\mu - \varepsilon_{\alpha\beta\mu\lambda} p_\nu] \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left\{ \gamma_\nu (\not{p} - \not{k} + m) \gamma_\mu \sigma_{\alpha\beta} \gamma^5 (\not{p} + m) \right\} \\ & = 4 \left\{ \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} [p^2 - m^2 - (kp)] - k^\lambda [\varepsilon_{\alpha\beta\nu\lambda} p_\mu - \varepsilon_{\alpha\beta\mu\lambda} p_\nu] \right\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Чтобы вывести формулу (2.3), используется тот факт, что  $\sigma_{\alpha\beta} \gamma^5 = \frac{i}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\lambda\rho} \sigma^{\lambda\rho}$ .

Используя размерную регуляризацию, можно выразить  $\Pi_2^{(\nu)}$  в форме,

$$\begin{aligned} \Pi_2^{(\nu)} &= (f_L^0 - f_R^0) \frac{e^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx \left( \frac{4\pi\lambda^2}{M^2} \right)^\varepsilon \\ & \times \left[ \Gamma(\varepsilon)(5 - 18x + 12x^2) - \Gamma(1 + \varepsilon) \frac{8k^2 x^2 (1-x)^2}{m^2 - k^2 x(1-x)} \right], \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $M^2 = m^2 - k^2 x(1-x)$ ,  $\Gamma(z)$  – гамма функция Эйлера, а величины  $\varepsilon$  и  $\lambda$  – стандартные параметры при размерной регуляризации. Рассматривая предел  $\varepsilon \rightarrow 0$  и используя тот факт, что  $\Gamma(\varepsilon) \approx \frac{1}{\varepsilon} + \gamma$ , где  $\gamma \approx 0.577$ , можно представить  $\Pi_2^{(\nu)}$  в форме,

$$\Pi_2^{(\nu)} = -(f_L^0 - f_R^0) \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{k^2}{m^2} \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{1 - \frac{k^2}{m^2} x(1-x)}. \quad (2.5)$$

Следует отметить, что формула (2.5) не содержит ультрафиолетовых расходимостей.

Как показано в работе [184], вклад в поляризационный оператор, вычисленный в рамках эффективной теории, которая содержит взаимодействие, нарушающее четность, является конечным, но может зависеть от используемой схемы регуляризации. Основываясь на соотношении (2.5), находим, что  $\Pi_2^{(\nu)} = 0$  при  $k^2 = 0$ , что согласуется с общим анализом, сделанным в статье [185] для СРТ-нечетной калибровочно-инвариантной эффективной теории. Отметим также, что  $\Pi_2^{(\nu)}$  в формуле (2.5) совпадает с результатом работы [182], где использовалась более фундаментальная теория Вайнберга-Салама. Более того, тот факт, что  $\Pi_2^{(\nu)}$  обращается в ноль при  $k^2 = 0$ , также согласуется с выводами статьи [186] где было показано, что взаимодействие между нейтрино и фотонами отсутствует в низшем порядке по постоянной Ферми. Тем не менее, как показано в статьях [187, 188], амплитуда рассеяния  $\nu\gamma \rightarrow \nu\gamma$  имеет ненулевое значение в двухпетлевом приближении.

## 2.2. Вклад плазменных эффектов в тензор поляризации

В этом разделе изучается прямой вклад заряженных лептонов в формфактор фотонов  $\Pi_2$ , соответствующий взаимодействию с фоновыми нейтрино, нарушающему четность. Масса лептонов считается отличной от нуля, что является существенным, например, в случае классической нерелятивистской плазмы. Таким образом, не предполагается, что лептоны являются киральными частицами. Для релятивистской плазмы используется эффективная масса лептона  $m_{\text{eff}}(T, \mu)$  [189] в дисперсионном соотношении для фотонов, см. ниже формулу (2.13), что также отличает применяемый подход от метода использующего киральные лептоны.

Таким образом, в этом разделе получено общее выражение для  $\Pi_2$  с учетом как температуры, так и химического потенциала заряженных лептонов. Это означает, что данные лептоны теперь не являются виртуальными частицами. Аналогично учитывается дисперсионное соотношение фотона  $k_0 = k_0(\mathbf{k})$  в этой плазме. На основе общих результатов обсуждаются случаи классической плазмы с низкой температурой и низкой плотностью, а также горячей релятивистской и вырожденной релятивистской плазмы.

Если изучается распространение фотонов в плазме заряженных лептонов с ненулевой температурой и плотностью, то дисперсионное соотношение фотона отличается от вакуумного,  $k^2 = k_0^2 - \mathbf{k}^2 \neq 0$ . Как видно из уравнения (2.5), в этом случае  $\Pi_2^{(\nu)} \neq 0$ . Однако необходимо также оценить прямой вклад частиц плазмы в данный коэффициент за счет взаимодействия нарушающего четность. Можно определить его как  $\Pi_2^{(\nu l)}$  аналогично разд. 2.1. Таким образом, будем исследоваться система, состоящая из реальных лептонов  $l$  на массовой поверхности и реального  $\nu\bar{\nu}$  газа. Наличие  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  существенно, так как именно эти частицы обеспечивают ненулевой вклад в формфактор, нарушающий четность, основанный на взаимодействии между лептонами и нейтрино.

Выражение для вклада в поляризационный оператор от плазмы не вирту-

альных лептонов можно получить, если сделать следующую замену в формуле (2.2) (см. книгу [190]):

$$i \int \frac{dp^0}{2\pi} \rightarrow T \sum_n, \quad p^0 = (2n + 1)\pi T i + \mu, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.6)$$

где  $T$  и  $\mu$  – температура и химический потенциал лептонной плазмы. В принципе, можно рассматривать общую ситуацию, когда  $T$  и  $\mu$  отличаются от  $T_{\nu_\alpha}$  и  $\mu_{\nu_\alpha}$ , которые определены в уравнении (Г.4). Однако в разд. 2.3, где изучается применение полученных результатов, рассматривается система в термодинамическом равновесии. Таким образом, в дальнейшем будем предполагать, что  $T = T_\nu$ , где  $T_\nu$  – температура  $\nu\bar{\nu}$ -газа, одинаковая для всех нейтринных флейворов. Тем не менее,  $\mu$  и  $\mu_{\nu_\alpha}$  будут предполагаться различными.

Используя уравнения (2.2), (2.3), (2.6) и (Г.8), а также определение эффективных химических потенциалов  $\mu^\pm = \mu - (f_L^0 + f_R^0)/2 \pm k_0 x$ , можно выразить  $\Pi_2^{(\nu l)}$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Pi_2^{(\nu l)} = & - \frac{e^2(f_L^0 - f_R^0)}{2} \int_0^1 dx \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\mathcal{E}_p^3} \\ & \times \left\{ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^+)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^+)] + 1} \right. \\ & + \frac{\beta \mathcal{E}_p}{2} \left[ \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^+)] + 1} + \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^+)] + 1} \right] \\ & - (1 - x) \left[ \frac{1}{\mathcal{E}_p^2} \left( \mathbf{p}^2 \left[ 1 - \frac{5}{3}x \right] - [k^2 x(1 - x) + m^2] x \right) \left( J_0^{(+)} + J_0^{(-)} \right) \right. \\ & \left. \left. + \beta k^0 x(1 - 2x) \left( J_1^{(+)} - J_1^{(-)} \right) + x \left( J_2^{(+)} + J_2^{(-)} \right) \right] \right\}, \quad (2.7) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} J_0^{(\pm)} = & 3 \left\{ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^\pm)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^\pm)] + 1} \right. \\ & \left. + \frac{\beta \mathcal{E}_p}{2} \left[ \frac{1 + \beta \mathcal{E}_p \tanh[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^\pm)/2]/3}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^\pm)]} + \frac{1 + \beta \mathcal{E}_p \tanh[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^\pm)/2]/3}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^\pm)]} \right] \right\}, \quad (2.8) \\ J_1^{(\pm)} = & - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1 + \beta \mathcal{E}_p \tanh[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^\pm)/2]}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_p + \mu^\pm)]} - \frac{1 + \beta \mathcal{E}_p \tanh[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^\pm)/2]}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_p - \mu^\pm)]} \right\}, \end{aligned}$$



$$J_2^{(\pm)} = - \left\{ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu^\pm)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu^\pm)] + 1} + \frac{\beta \mathcal{E}_{\mathbf{p}}}{2} \left[ \frac{1 - \beta \mathcal{E}_{\mathbf{p}} \tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu^\pm)/2]}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu^\pm)]} + \frac{1 - \beta \mathcal{E}_{\mathbf{p}} \tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu^\pm)/2]}{1 + \cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu^\pm)]} \right] \right\}.$$

Здесь  $\mathcal{E}_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}$ ,  $\beta = 1/T$ , а  $M^2$  определено в разд. 2.1. Чтобы получить формулы (2.7) и (2.8), предполагается, что  $k^2 < 4m^2$ , т.е. не происходит рождение  $l\bar{l}$ -пар.

Следует отметить, что при выводе уравнений (2.7) и (2.8) точно учитывается масса лептона  $m$ . Таким образом, заряженные лептоны не считаются кирально поляризованными. Это означает, что неустойчивость магнитного поля, обсуждаемая далее в разделе 2.3, которая получается из ненулевого  $\Pi_2 = \Pi_2^{(\nu)} + \Pi_2^{(\nu l)}$  порождается скорее нейтринной асимметрией  $(n_\nu - n_{\bar{\nu}}) \neq 0$ , чем киральной асимметрией заряженных лептонов  $\sim (\mu_R - \mu_L) \neq 0$ , как, например, в работах [104, 124, 191].

### 2.2.1. Классическая плазма низкой плотности

Рассмотрим сначала случай плазмы с низкой плотностью лептонов, что соответствует  $k^2 \ll m^2$ . Используя общие соотношения (2.7) и (2.8) в пределе  $\max(k_0^2, \mathbf{k}^2) \ll m^2$ , получаем, что

$$\begin{aligned} \Pi_2^{(\nu l)} = & -\frac{7}{6}e^2(f_L^0 - f_R^0) \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\mathcal{E}_{\mathbf{p}}^3} \\ & \times \left\{ \frac{m^2}{\mathcal{E}_{\mathbf{p}}^2} \left[ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \right. \\ & + \frac{m^2\beta}{2\mathcal{E}_{\mathbf{p}}} \left[ \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \\ & \left. - \frac{\beta^2 \mathbf{p}^2}{6} \left[ \frac{\tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)/2]}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{\tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)/2]}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $\mathcal{E}_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ , поскольку дисперсия фотона в плазме не учитывается. Заметим, что в  $\Pi_2^{(\nu l)}$  в формуле (2.9) точно учтены  $T$  и  $\mu$ .

Для оценки значений  $\Pi_2^{(\nu)}$  и  $\Pi_2^{(\nu l)}$  рассмотрим предел низкой температуры:  $T \ll m$ . Отождествим  $l$  с электроном и предположим, что электронный газ

имеет классическое распределение Максвелла. Для такой среды получаем, что  $k^2 = 4\pi\alpha_{\text{em}}n_e/m$ , где  $\alpha_{\text{em}} = e^2/4\pi = 7.3 \times 10^{-3}$  – постоянная тонкой структуры, а  $n_e$  – плотность плазмы фоновых электронов. Более того, для классического электронного газа, получаем, что  $\mu = m + T \ln \left[ \frac{n_e}{g_s} \left( \frac{2\pi}{mT} \right)^{3/2} \right]$ , где  $g_s = 2$  – число спиновых степеней свободы электрона. Используя формулы (2.5) и (2.9), получаем, что

$$\tilde{\Pi}_2^{(\nu)} = -\frac{2\alpha_{\text{em}}^2}{3}(f_L^0 - f_R^0)\frac{n_e}{m^3}, \quad \tilde{\Pi}_2^{(\nu l)} = -\frac{7\pi\alpha_{\text{em}}}{3}(f_L^0 - f_R^0)\frac{n_e}{m^3}, \quad (2.10)$$

где добавлена тильда над  $\Pi_2^{(\nu, \nu l)}$ , чтобы подчеркнуть, что эти величины соответствуют реальным фотонам в плазме (плазмонам), а не виртуальным фотонам. В дальнейшем тильда будет опущена, чтобы не усложнять обозначения.

Видно, что  $\Pi_2^{(\nu l)}$  в выражении (2.10) в  $\frac{7\pi}{2\alpha_{\text{em}}} \sim 10^3$  раз больше, чем  $\Pi_2^{(\nu)}$ . Заметим, что для классической нерелятивистской плазмы, соответствующей  $m \gg \max(|\mathbf{p}|, T)$ , интегралы в последних двух строках уравнения (2.9) сокращают друг друга, тогда как интеграл в первой строке приводит к выражению для  $\Pi_2^{(\nu l)}$  в соотношении (2.10).

Изучим полученное выражение для  $\Pi_2$  в статическом пределе  $k_0 = 0$ . Если обсуждается ситуация, когда в поляризационный оператор дают вклады только виртуальные заряженные лептоны, то необходимо положить  $n_e \rightarrow 0$  в формуле (2.10). Этот предел эквивалентен  $k^2 \rightarrow 0$ . Используя соотношение (2.10), получаем, что  $\Pi_2 \rightarrow 0$ . Данный результат согласуется с выводами работы [186], где было обнаружено, что однопетлевой вклад во взаимодействие нейтрино и фотонов должен исчезать. Ведущий ненулевой вклад в  $\Pi_2$  в случае, когда заряженные лептоны являются виртуальными частицами, т.е. когда влияние плазмы, задаваемое формулами (2.7) и (2.8), не учитывается, был получен в работах [187, 188]. Используя результаты статьи [187, 188], находим, что в этой ситуации  $\Pi_2 \sim \alpha_{\text{em}}G_F/M_W^4$ , где  $M_W$  – масса  $W$  бозона.

## 2.2.2. Горячая релятивистская плазма

Дисперсионное соотношение для поперечных волн в релятивистской плазме имеет вид [189],

$$k_0^2 = \mathbf{k}^2 + \omega_p^2 \left( \frac{3k_0^2}{2\mathbf{k}^2} \right) \left[ 1 - \frac{(k_0^2 - \mathbf{k}^2)}{k_0^2} \left( \frac{k_0}{2|\mathbf{k}|} \right) \ln \frac{k_0 + |\mathbf{k}|}{k_0 - |\mathbf{k}|} \right]. \quad (2.11)$$

Плазменную частоту  $\omega_p$  можно найти из следующего выражения:

$$\omega_p^2 = \frac{4\alpha_{\text{em}}}{\pi} \int_0^\infty dp \frac{\mathbf{p}^2}{\mathcal{E}_{\mathbf{p}}^2} \left( 1 - \frac{v^2}{3} \right) \times \left[ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} \right], \quad (2.12)$$

где  $v = |\mathbf{p}|/\mathcal{E}_{\mathbf{p}}$ .

Используя формулу (2.12) в релятивистском пределе  $T \gg \max(m, \mu)$ , получаем, что  $\omega_p^2 = 4\alpha_{\text{em}}\pi T^2/9$ . Трансцендентное уравнение (2.11) может быть явно разрешено, если рассматривать длинные волны с  $k_0^2 \gg \mathbf{k}^2$ . В этой ситуации дисперсионное соотношение имеет вид,  $k^2 = \omega_p^2$ .

Следует отметить, что масса электрона в плазме может значительно отличаться от своего значения в вакууме. Радиационные поправки к массе электрона изучались в работах [192, 193]. Таким образом, если рассматривается плотная и горячая плазма, необходимо заменить<sup>2</sup>

$$m^2 \rightarrow m_{\text{eff}}^2 = \frac{e^2}{8\pi^2} (\mu^2 + \pi^2 T^2), \quad (2.13)$$

в формулах (2.5), (2.7) и (2.8). Заметим, что соотношение (2.13) справедливо как для  $T \gg \mu$ , так и для  $\mu \gg T$ . Учитывая дисперсионное отношение и выражение для  $\omega_p$ , получаем, что  $k^2 < 4m_{\text{eff}}^2$  в горячей релятивистской плазме.

Представим  $\Pi_2$  как

$$\Pi_2 = \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi} (f_L^0 - f_R^0) F, \quad (2.14)$$

---

<sup>2</sup> В промежуточных случаях, когда  $m_e \sim m_{\text{eff}}$ , в плазме как с  $\mu \neq 0$  так и с  $T \neq 0$  эффективная масса электрона должна приниматься равной  $m_e/2 + (m_e^2/4 + m_{\text{eff}}^2)^{1/2}$ , см. работу [189].

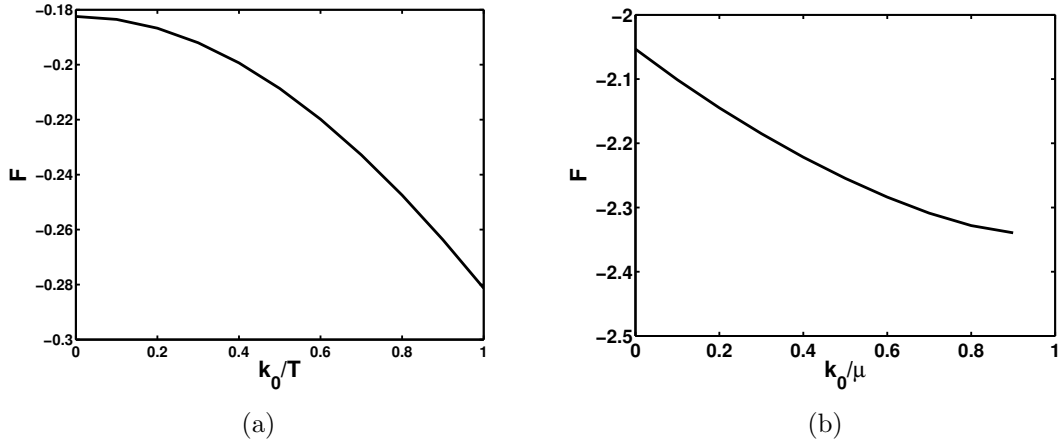


Рис. 2.2. Функция  $F$  в зависимости от  $k_0$ . (а) Горячая релятивистская плазма. (б) Вырожденная релятивистская плазма.

где  $F$  – безразмерная функция, зависящая от  $k_0/T$ . Заметим, что  $\Pi_2$  в формуле (2.14) включает в себя вклады формул (2.5) и (2.7). С учетом выражения (2.13), на рис. 2.2(а) представим поведение  $F$  в зависимости от  $k_0/T$ . В дальнейшем изучается предел длинных волн, в котором  $k_0 \approx \omega_p \approx 0.1T$ . Таким образом, наиболее интересны значения  $F$ , соответствующие  $k_0 \ll T$ .

На рис. 2.2 (а) видно, что для горячей релятивистской плазмы  $\Pi_2$  отлична от нуля в статическом пределе:  $F(k_0 \rightarrow 0) \approx -0.18$ . Однако это ненулевое значение сильно зависит от закона дисперсии фотона в такой плазме.

### 2.3. Неустойчивость магнитных полей в релятивистской плазме, обусловленная нейтринной асимметрией

Ниже рассмотрен случай, в котором ключевой роль играет член ЧС  $\Pi_2$  в поляризационном операторе фотона  $\Pi_{\mu\nu}$ . Ненулевой коэффициент  $\Pi_2$  приводит к  $\alpha$ -динамо усилению (неустойчивости) затравочного магнитного поля даже без вихревого движения вещества или любого типа вращения в плазме, которые обычно используются в стандартном МГД-подходе для  $\alpha\Omega$ -динамо [116]. Будет рассмотрена горячая плазма ранней Вселенной с температурой  $T \gg \max(m_e, \mu)$  до закалки нейтрино при  $T > T_{\text{dec}} \simeq (2 \div 3) \text{ MeV}$ . При этом нейтрино находятся

в равновесии с плазмой. Для этих приложений используется результат полученный в выражении (2.14).

Сначала, в разд. 2.3.1 выводится уравнение Фарадея, обобщенное с учетом вкладов СМ, чтобы найти те параметры, которые приводят к неустойчивости **В**. Соответствующие эволюционные уравнения для спектров плотности магнитной спиральности  $h(k, t)$  и плотности магнитной энергии  $\rho_B(k, t)$ , выведенные в Приложении Д, позволяют интерпретировать решение уравнения Фарадея для случая максимальной плотности спиральности, подчиняющегося неравенству  $h(k, t) \leq 2\rho_B(k, t)/k$  [194]. Здесь  $h(t) = \int dk h(k, t) = V^{-1} \int d^3x (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$  – плотность магнитной спиральности, а  $\rho_B(t) = \int dk \rho_B(k, t) = B^2(t)/2$  – плотность магнитной энергии в равномерной и изотропной среде.

В разд. 2.3.2 определяется нижняя граница нейтринной асимметрии, обеспечивающей рост космического магнитного поля в причинном сценарии. Небезынтересным является сравнение такого предела с верхней границей асимметрии между электронными нейтрино и антинейтрино  $|\xi_{\nu_e}| \leq 0.07$ , заданное ограничением первичного нуклеосинтеза [195]. Таким образом, будут рассматриваться магнитные поля в средах с большим количеством нейтрино (антинейтрино), где существует ненулевая нейтринная асимметрия.

### 2.3.1. Обобщенное уравнение Фарадея в стандартной модели

Существование нейтринной асимметрии, учитывающей разность эффективных потенциалов заданных в формуле (Г.5),

$$f_L^0 - f_R^0 = 2\sqrt{2}G_F \left[ \Delta n_{\nu_e} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \Delta n_{\nu_{\alpha}} \right], \quad (2.15)$$

приводит к ненулевому вкладу нарушающему четность в поляризационном операторе фотона  $\Pi_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = i\varepsilon_{ijn} k^n \Pi_2(\omega, K)$ , где  $\Pi_2$  дано в соотношении (2.14) и  $\omega \equiv k_0$ .

Поляризационный член ЧС в выражении (2.14) соответствует индуциро-

ванному псевдовекторному току в представлении Фурье,

$$\mathbf{j}_5(\omega, \mathbf{k}) = \Pi_2(\omega, k)\mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}), \quad (2.16)$$

входящему в обобщенное уравнение Максвелла в СМ

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}) + i\omega\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = \mathbf{j}(\omega, \mathbf{k}) + \mathbf{j}_5(\omega, \mathbf{k}). \quad (2.17)$$

Выражая омический ток как  $\mathbf{j}(\omega, \mathbf{k}) = \sigma_{\text{cond}}\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ , затем пренебрегая током смещения в левой части уравнения (2.17), что является стандартным допущением в МГД-подходе, для которого  $\omega \ll \sigma_{\text{cond}}^3$ , и, наконец, используя тождество Бьянки  $\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mathbf{B}$ , получаем обобщенное уравнение Фарадея в СМ в координатном представлении,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \alpha \nabla \times \mathbf{B} + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (2.18)$$

где  $\alpha$  – параметр отвечающий за динамо усиление магнитного поля,

$$\alpha = \left( \frac{\Pi_2}{\sigma_{\text{cond}}} \right), \quad (2.19)$$

а  $\eta = (\sigma_{\text{cond}})^{-1}$  – коэффициент магнитной диффузии.

Здесь используется длинноволновое приближение для крупномасштабных магнитных полей, в котором формфактор  $\Pi_2(k_0, k = 0)$  по крайней мере равномерен, поскольку  $k \rightarrow 0$ , и почти стационарен, так как функция  $F(x)$  зависит от малого отношения  $x = k_0/T \ll 1$  или  $x = k_0/\mu \ll 1$ . Например, в длинноволновом пределе  $k \ll \omega_t$  поперечные плазмоны (фотоны) имеют спектр  $k_0^2 \equiv \omega_t^2 = \omega_p^2 + \mathbf{k}^2 \approx \omega_p^2 = 4\pi\alpha_{\text{em}}T^2/9$  в горячей плазме ( $T \gg \max[\mu, m_e]$ ) и  $k_0^2 \equiv \omega_t^2 = \omega_p^2 + \mathbf{k}^2 \approx \omega_p^2 = 4\alpha_{\text{em}}\mu^2/3\pi$  в ультрарелятивистском вырожденном электронном газе ( $\mu \gg \max[m_e, T]$ ) [189] (см. выражения для спектров в формулах (2.11) и (3.67)). В релятивистской плазме это приближение соответствует

---

<sup>3</sup> Проводимость  $\sigma_{\text{cond}} = \omega_p^2/\nu_{\text{coll}} = 4\pi\alpha_{\text{em}}T^2/9\nu_{\text{coll}} \sim T/\alpha_{\text{em}} \sim 100T$  Зависит от частоты кулоновских столкновений  $\nu_{\text{coll}} = \sigma_{\text{Coul}}n_e = [4\pi L\alpha_{\text{em}}^2/9T^2]n_e \sim \alpha_{\text{em}}^2T$ . Здесь используются значения для электронной плотности  $n_e = 0.183T^3$  в горячей плазме и  $L \sim 10$  для кулоновского логарифма. Очевидно, что условие применимости МГД,  $\omega = \omega_t \ll \sigma_{\text{cond}}$ , выполняется для вывода уравнения (2.18).

пренебрежимо малой пространственной дисперсии,  $k_0 \gg k\langle v \rangle \sim k$ , где следует считать  $v = 1$  как в горячей, так и в вырожденной релятивистской плазме. Здесь  $k = |\mathbf{k}|$  – волновое число. Таким образом, отношение  $k_0/T \sim 0.1$  или  $k_0/\mu \sim 0.06$  позволяет рассматривать  $\Pi_2 \approx \text{const}$  без временной и пространственной дисперсии в зависимости от температуры  $T$ , в горячей плазме ранней Вселенной, или химического потенциала  $\mu$ , в вырожденном электронном газе в СН. Случай вырожденного электронного газа будет исследован ниже в главе 3.

### 2.3.2. Усиление магнитного поля в ранней Вселенной и нижняя граница нейтринной асимметрии

В горячей плазме ранней Вселенной параметр неустойчивости магнитного поля  $\alpha$  в уравнении Фарадея (2.18) принимает форму,

$$\alpha(T) = \frac{\Pi_2(T)}{\sigma_{\text{cond}}(T)} = \frac{\alpha_{\text{em}} G_F \sqrt{2} T^2 F(k_0/T)}{6\pi\sigma_c} [\xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}], \quad (2.20)$$

где вместо асимметрии плотностей  $\Delta n_{\nu_\alpha} = \xi_{\nu_\alpha} T^3/6$  используются безразмерные нейтринные асимметрии  $\xi_{\nu_\alpha} = \mu_{\nu_\alpha}/T$ , а также учтено выражение для проводимости горячей плазмы  $\sigma_{\text{cond}} = \sigma_c T$ , а  $\sigma_c \simeq 100$ . Эволюция магнитного поля с параметром  $\alpha$  в формуле (2.20) должна подчиняется причинному сценарию, в котором масштаб магнитного поля меньше горизонта,  $\Lambda_B \simeq \eta/|\alpha| < l_H = H^{-1}$ , если сумма нейтринных асимметрий  $-2 \sum_\alpha c_\alpha^{(A)} \xi_\alpha = \xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}$  удовлетворяет неравенству

$$|\xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}| > \frac{1.1 \times 10^{-6} \sqrt{g^*/106.75}}{(T/\text{MeV})}. \quad (2.21)$$

Здесь используется тот факт, что  $c^{(A)} = \mp 0.5$  (верхний знак стоит для электронных нейтрино) является константой аксиальной связи в СМ для  $\nu e$ -взаимодействия, соответствующей разности  $f_L^0 - f_R^0$  в формуле (2.15). В выражении (2.20) используем то, что  $|F| \simeq 0.2$  (см. рис. 2.2(a)). Более того, учитываем, что  $l_H = M_0/T^2$ , где  $M_0 = M_{\text{Pl}}/1.66\sqrt{g^*}$ ,  $M_{\text{Pl}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$  – масса Планка,  $g^* = 106.75$  – число релятивистских степеней свободы ранее фазового перехода

КХД,  $T > T_{\text{QCD}} \simeq 150 \text{ MeV}$ . Необходимо напомнить, что для вывода формулы (2.21) использовался поляризационный оператор фотона в выражении (2.14) для ультрарелятивистских лептонов с  $T \gg \max(m_e, \mu)$ .

Видно, что неравенство в выражении (2.21) не противоречит хорошо известному ограничению на нейтринные асимметрии из первичного нуклеосинтеза на лептонной стадии расширения Вселенной, когда  $g^* = 10.75$ , которое имеет вид,  $|\xi_{\nu_\alpha}| < 0.07$ , (см. работу [195]). Неравенство (2.21) дает аддитивную (нижнюю) границу нейтринной асимметрии, которая поддерживает рост космического магнитного поля в предложенном причинном сценарии. Предполагается, что различные флейворы приходят в равновесие благодаря нейтринным осцилляциям до момента первичного нуклеосинтеза,  $\xi_{\nu_e} \sim \xi_{\nu_\mu} \sim \xi_{\nu_\tau}$ , примерно в момент закалки нейтрино  $T = (2-3) \text{ MeV}^4$ . При этом учтены все активные нейтринные флейворы с ненулевыми углами смешивания, в том числе  $\sin^2 \theta_{13} = 0.04$  (см. работу [196]).

Необходимо также предположить, что диффузионное время магнитного поля  $t_{\text{diff}}$  больше времени расширения вселенной  $\sim H^{-1}$ :  $t_{\text{diff}} = \sigma_{\text{cond}}/\Pi_2^2 > M_0/T^2$ . Это означает, что омические потери не влияют на рост поля. Для этого потребуем удовлетворения следующего неравенства для асимметрии нейтрино:

$$|\xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}| < \frac{12.7 \times (g^*/106.75)^{1/4}}{[T/\text{GeV}]^{3/2}}. \quad (2.22)$$

Сразу после электрослабого фазового перехода  $T \leq T_{\text{EW}} = 100 \text{ GeV}$  получаем из формулы (2.22) выглядящее разумно неравенство  $|\xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}| < 0.013$ . При более низких температурах  $M_e \ll T \leq \mathcal{O}(\text{GeV})$  условие в выражении (2.22), очевидно, выполняется и согласуется с оценкой первичного нуклеосинтеза, полученной в работе [195].

В статье [104] коэффициент неустойчивости магнитного поля, аналогич-

---

<sup>4</sup> Осцилляции нейтрино эффективны при  $T = 3 \text{ MeV}$ , поскольку  $E_\nu \simeq 3T$  даже для самой низкой, соответствующей осцилляциям солнечных нейтрино, разности квадратов массы  $\Delta m_\odot^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ , для которой получается наибольший период осцилляций  $t_{\text{osc}} = 4\pi E/\Delta m^2 \simeq 5 \times 10^{-4} \text{ s}$ , что намного меньше времени Хаббла  $H^{-1} \sim 0.1 \text{ s}$  при  $T = 3 \text{ MeV}$ .



ный коэффициенту в формуле (2.20),

$$\alpha(T) = \frac{\alpha_{\text{em}} \Delta\mu(T)}{\pi \sigma_{\text{cond}}(T)}, \quad (2.23)$$

пропорционален киральному дисбалансу  $\Delta\mu = \mu_{e_R} - \mu_{e_L}$ , где  $\mu_{e_{R,L}}$  – химические потенциалы правых и левых электронов. В плазме КЭД такой параметр возникает из-за кирального магнитного эффекта и адлеровской аномалии во внешних электромагнитных полях,  $\partial(j_L^\mu - j_R^\mu)/\partial x^\mu = (2\alpha_{\text{em}}/\pi)(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$ , развивающийся самосогласованным образом с магнитным полем  $\mathbf{B}$ .

Однако,  $\Delta\mu$  в формуле (2.23) быстро затухает  $\Delta\mu/T \sim 10^{-6} - 10^{-7}$  для малых волновых чисел  $10^{-10} \leq k/T \leq 3 \times 10^{-9}$  при температурах  $T \geq 10 \text{ MeV}$  (см. рис. F.1 в статье [104]) и вообще исчезает позже из-за изменения киральности при столкновениях в плазме с возрастающей скоростью  $\Gamma_f \sim (m_e^2/T^2)$  в охлаждающейся вселенной,  $n_{e_R} - n_{e_L} \rightarrow 0$ .

Данный эффект не влияет на параметр  $\alpha$ , заданный в формуле (2.20), который основан на асимметрии нейтрино  $\xi_{\nu_\alpha}$ , и которому не соответствует никакая треугольная аномалия в максвелловских полях существующая только для заряженных лептонов<sup>5</sup>. Более того, после закалки нейтрино и осцилляций реликтовых нейтрино до первичного нуклеосинтеза нет способов изменить эквивалентные асимметрии  $\xi_{\nu_\alpha} = \text{const} \neq 0$ ,  $\alpha = e, \mu, \tau$ .

## 2.4. Упрощение системы уравнений магнитной гидродинамики при наличии турбулентности вещества

Перейдем теперь к изучению влияния МГД-турбулентности на динамику системы киральных частиц (см. также работу [80]). Для этой цели в данном раз-

---

<sup>5</sup> Конечно, треугольные (абелевы) аномалии возможны для нейтрино в гиперзарядных полях  $Y^\mu$  до ЭСФП, так как нейтрино взаимодействуют с такими полями [59, 60]. Однако, в данном разделе изучаются максвелловские магнитные поля после ЭСФП.

деле обобщается подход, разработанный в работе [104], в горячей плазме ранней Вселенной в фазе с нарушенной симметрией после ЭСФП при релятивистских температурах  $10 \text{ MeV} < T < T_{\text{EWPT}} \simeq 100 \text{ GeV}$ .

Для вещества, подчиняющегося уравнению состояния  $P = \rho/3$  или  $P + \rho = 4\rho/3$ , уравнения МГД в приближении одножидкостной среды имеют вид,

$$\partial_t \rho + \frac{4}{3} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.24)$$

$$\frac{4}{3} \partial_t (\rho \mathbf{v}) - \frac{4}{3} \rho \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) = (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) - \nabla P + \frac{4}{3} \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{J} = (\nabla \times \mathbf{B}), \quad (2.26)$$

$$\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (2.27)$$

где  $\rho$  – плотность энергии жидкости,  $P$  – давление,  $\nu$  – коэффициент вязкости, а  $\mathbf{E}$  – электрическое поле.

Используя уравнение (2.27), а также полный электрический ток  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{Ohm}} + \mathbf{J}_{\text{СМЕ}}$  и закон Ома  $\mathbf{J}_{\text{Ohm}} = \sigma_{\text{cond}}[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]$ , в котором учтен аномальный ток  $\mathbf{J}_{\text{СМЕ}}$ , направленный вдоль магнитного поля,  $\mathbf{J}_{\text{СМЕ}} = (2\alpha_{\text{em}}\mu_5/\pi)\mathbf{B}$  [122, 123], можно вывести уравнение Фарадея (2.18), дополненное вкладом КМЭ,

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_m \nabla^2 \mathbf{B} + \frac{2\alpha_{\text{em}}\mu_5}{\pi\sigma_{\text{cond}}} \nabla \times \mathbf{B}. \quad (2.28)$$

Здесь  $\eta_m = \sigma_{\text{cond}}^{-1}$  – коэффициент магнитной диффузии, а  $\sigma_{\text{cond}}$  определено в разд. 2.3.2. Используя уравнение Фарадея (2.28) без адвекционного слагаемого,  $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ , и дополненного уравнением эволюции кирального дисбаланса (см. уравнение (2.45) ниже), в работе [104] была изучена эволюция бинарных комбинаций, таких как плотность магнитной энергии  $E_B \sim B^2$  и плотность магнитной спиральности  $H_B = V^{-1} \int d^3x (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ . В настоящем разделе анализируется вклад адвекционного слагаемого, который не был учтен в работе [104], и которой интерпретируется в статье [181] как вклад турбулентности вещества в эволюцию спектров плотностей магнитной энергии и спиральности.

Поскольку скорость жидкости  $\mathbf{v}$  подчиняется уравнению Навье-Стокса (2.25), которое довольно сложно проанализировать аналитически, используем, соглас-

но работе [181], следующее приближение для  $\mathbf{v}$ :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{P + \rho} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (2.29)$$

где опущены градиенты всех величин, относящиеся к динамическим переменным вещества, включая давление и кинематическую вязкость, а также слагаемое нелинейное по скорости. Таким образом, в правой части уравнения Навье-Стокса сохраняется вклад только силы Лоренца (2.25),  $\mathbf{F}_L \sim (\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ . Затем, упростим выражение (2.29), представив его в виде [197–199],

$$\mathbf{v} = \frac{\tau_d}{P + \rho} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (2.30)$$

где  $\tau_d = l_{\text{free}} \approx 1/\alpha_{\text{em}}^2 T$  – время корреляции, соответствующее увлечению плазмы магнитным полем. Время увлечения имеет смысл среднего времени кулоновского рассеяния в горячей плазме <sup>6</sup>, которое намного больше периода ларморовского вращения. Это означает, что элемент заряженной жидкости может быть ускорен силой Лоренца, пока он не взаимодействует с другими частицами фонового вещества.

Физический смысл выбора времени увлечения  $\tau_d = l_{\text{free}}$  можно также понять из цепочки неравенств для различных пространственных масштабов в рассматриваемой задаче:  $l_B \ll l_{\text{Free}} \ll l_{\text{CPI}} \ll l_g$ . Здесь  $l_B = p_{\perp}/eB \sim 3/\tilde{B}_0 T$  – ларморовский радиус, а  $\tilde{B}_0 = B_0/T_0^2$  – безразмерная переменная соответствующая магнитному полю. Ниже в разделе 2.5.2 считается, что  $\tilde{B}_0 = (10^{-1} - 10^{-2})$ . Кроме того, будем использовать значение параметра  $l_{\text{CPI}} \sim (\alpha_{\text{em}} \mu_5)^{-1}$ , который является масштабом длины киральной неустойчивости плазмы [200]. Наконец,  $l_g \sim \sigma_{\text{cond}} (\alpha_{\text{em}} \mu_5)^{-2}$  является шкалой времени роста аномалий [201]. В сильных магнитных полях всегда выполняется первое из условий,  $l_B \ll l_{\text{free}}$ . Помимо этого очевидно, что ограничение  $\mu_5 \ll \alpha_{\text{em}} T$  является реалистическим условием в горячей плазме в результате выполнения неравенства  $l_{\text{free}} \ll l_{\text{CPI}}$ . Невозможно не согласится с ясными аргументами выдвинутыми в работе [201], что в

---

<sup>6</sup> Время увлечения оценивается как длина свободного пробега  $l_{\text{free}} = (n\sigma)^{-1} \approx 1/\alpha_{\text{em}}^2 T$ , где  $n \sim T^3$  – плотность горячей плазмы, а  $\sigma \sim \alpha_{\text{em}}^2/T^2$  – сечение рассеяния при кулоновском взаимодействии.

отсутствие КМЭ, т.е. когда  $\mu_5 = 0$ , турбулентность в жидкости представлена уже даже и в стандартной МГД. Таким образом,  $\tau_d$  должно быть основным масштабным параметром в приближения нулевого порядка.

## 2.5. Кинетические уравнения для спектров магнитной энергии и спиральности

Основываясь на основных уравнениях (2.28) и (2.30), можно вывести кинетические уравнения для спектров магнитной энергии  $\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_B(k, t)$  и плотности магнитной спиральности  $\mathcal{H}_B = \mathcal{H}_B(k, t)$  аналогично работам [63, 202]:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_B}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} \mathcal{E}_B + \alpha_+ k^2 \mathcal{H}_B, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}_B}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} \mathcal{H}_B + 4\alpha_- \mathcal{E}_B, \quad (2.32)$$

где

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_m + \frac{4}{3} \frac{\tau_d}{P + \rho} \int dp \mathcal{E}_B, \quad \alpha_{\pm} = \alpha_{\text{СМЕ}} \mp \alpha_d, \\ \alpha_{\text{СМЕ}} = \frac{\Pi(t)}{\sigma_{\text{cond}}}, \quad \alpha_d = \frac{2}{3} \frac{\tau_d}{P + \rho} \int dp p^2 \mathcal{H}_B, \quad (2.33)$$

а  $\Pi(t) = 2\alpha_{\text{em}}\mu_5(t)/\pi$  – параметр КМЭ. Заметим, что аномальный ток  $\mathbf{J}_{\text{СМЕ}}$  не вносит вклад в скорость увлечения  $\mathbf{v}$  в формуле (2.30). Детали вывода уравнений (2.31)-(2.33) приведены в Приложении Е.

Различие полученных результатов от результатов работы [104] следует из наличия нелинейных членов в формуле (2.33), которые содержат время увлечения  $\tau_d \sim \alpha_{\text{em}}^{-2}/T$ , когда учитывается турбулентное движение вещества  $\sim \mathbf{v}$ . Заметим, что эффективный коэффициент магнитной диффузии  $\eta_{\text{eff}}$  в формуле (2.33) совпадает с подобным коэффициентом полученным в статье [181], в которой, кстати, пропущен множитель  $P + \rho$  в знаменателе. Аналог  $\alpha$ -параметра динамо,  $\alpha_{\pm}$ , в формуле (2.33) отличается от аналогичной величины, полученной в статье [181], главным образом из-за отсутствия там вклада КМЭ, а также

из-за разных знаков ( $\pm$ ) в слагаемых описывающих турбулентность при эволюции спектров  $\mathcal{E}_B$  и  $\mathcal{H}_B$  вместо одинакового знака (+) в обоих уравнениях, полученного в работе [181].

Интегрируя уравнения (2.31) и (2.32) по спектру, получаем следующие уравнения эволюции:

$$\begin{aligned}\frac{dE_B}{dt} &= \alpha_{\text{СМЕ}} \int dk k^2 \mathcal{H}_B(k, t) - 2\eta_m \int dk k^2 \mathcal{E}_B(k, t), \\ &\quad - \frac{2\tau_d}{3(P + \rho)} \int dk dp k^2 [4\mathcal{E}_B(k, t)\mathcal{E}_B(p, t) + p^2 \mathcal{H}_B(k, t)\mathcal{H}_B(p, t)], \\ \frac{dH_B}{dt} &= 4\alpha_{\text{СМЕ}} \int dk \mathcal{E}_B(k, t) - 2\eta_m \int dk k^2 \mathcal{H}_B(k, t),\end{aligned}\quad (2.34)$$

где

$$E_B(t) = \int dk \mathcal{E}_B(k, t), \quad H_B(t) = \int dk \mathcal{H}_B(k, t), \quad (2.35)$$

являются плотностями магнитной энергии и спиральности. Интересно отметить, что турбулентность вещества напрямую влияет только на эволюцию магнитной энергии, тогда как зависимость плотности спиральности  $H_B(t)$  от  $\tau_d$  неявная, следующая из слагаемого  $\sim E_B(t)$ , которое также пропорционально  $\alpha_{\text{СМЕ}}$ , в уравнениях (2.34) для производной  $\dot{H}_B$ . Видно, что единственным источником неустойчивости в уравнениях (2.34) является КМЭ. Если положить  $\alpha_{\text{СМЕ}} = 0$  в уравнениях (2.34), то можно видеть, что как  $\dot{E}_B$ , так и  $\dot{H}_B$  отрицательны, поэтому в системе должен наблюдаться только распад магнитного поля, из-за конечной электропроводности  $\eta_m \neq 0$  для  $E_B(t)$  и  $H_B(t)$  и дополнительно за счет турбулентности жидкости  $\sim \tau_d$  для плотности магнитной энергии  $E_B(t)$ .

### 2.5.1. Представление кинетических уравнений в виде интегральных уравнений

Предполагая, что параметры  $\eta_{\text{eff}}$  и  $\alpha_{\pm}$  являются медленно меняющимися функциями, можно представить уравнения (2.31) и (2.32) в альтернативной форме, которая полезна для сравнения с результатами работы [181]. Выберем

начальное условие в виде:  $\mathcal{E}_B(k, t_0) = \mathcal{E}_0(k)$  и  $\mathcal{H}_B(k, t_0) = 2q\mathcal{E}_0(k)/k$ , где  $0 \leq q \leq 1$ , а  $\mathcal{E}_0(k)$  – произвольная функция. Затем, если  $|\alpha_{\text{CME}}| > |\alpha_d|$ , имеем

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_B(k, t) &= \mathcal{E}_0(k) \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \\ &\quad \times \left[ \cosh(2kl_{\text{CME}}) + q \sqrt{\frac{\alpha_{\text{CME}} - \alpha_d}{\alpha_{\text{CME}} + \alpha_d}} \sinh(2kl_{\text{CME}}) \right], \\ \mathcal{H}_B(k, t) &= \frac{2\mathcal{E}_0(k)}{k} \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \\ &\quad \times \left[ q \cosh(2kl_{\text{CME}}) + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{CME}} + \alpha_d}{\alpha_{\text{CME}} - \alpha_d}} \sinh(2kl_{\text{CME}}) \right].\end{aligned}\quad (2.36)$$

В противном случае, когда  $|\alpha_{\text{CME}}| < |\alpha_d|$ , допустимо следующее представление:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_B(k, t) &= \mathcal{E}_0(k) \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \\ &\quad \times \left[ \cos(2kl_d) + q \sqrt{\frac{\alpha_d - \alpha_{\text{CME}}}{\alpha_d + \alpha_{\text{CME}}}} \sin(2kl_d) \right], \\ \mathcal{H}_B(k, t) &= \frac{2\mathcal{E}_0(k)}{k} \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \\ &\quad \times \left[ q \cos(2kl_d) - \sqrt{\frac{\alpha_d + \alpha_{\text{CME}}}{\alpha_d - \alpha_{\text{CME}}}} \sin(2kl_d) \right].\end{aligned}\quad (2.37)$$

В особой ситуации аperiodического затухания, если  $|\alpha_{\text{CME}}| = |\alpha_d|$ , можно записать, что

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_B(k, t) &= \mathcal{E}_0(k) \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2), \\ \mathcal{H}_B(k, t) &= \mathcal{E}_0(k) \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \left[ 8l_{\text{CME}}^{(0)} + \frac{2q}{k} \right],\end{aligned}\quad (2.38)$$

когда  $\alpha_{\text{CME}} = \alpha_d$ , и

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_B(k, t) &= \mathcal{E}_0(k) \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2) \left[ 4ql_{\text{CME}}^{(0)}k + 1 \right], \\ \mathcal{H}_B(k, t) &= \frac{2q\mathcal{E}_0(k)}{k} \exp(-2k^2 l_{\text{diss}}^2),\end{aligned}\quad (2.39)$$

если  $\alpha_{\text{CME}} = -\alpha_d$ . Здесь используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}l_{\text{CME}} &= \int_{t_0}^t \sqrt{\alpha_{\text{CME}}^2(t') - \alpha_d^2(t')} dt', & l_{\text{CME}}^{(0)} &= \int_{t_0}^t \alpha_{\text{CME}}(t') dt', \\ l_d &= \int_{t_0}^t \sqrt{\alpha_d^2(t') - \alpha_{\text{CME}}^2(t')} dt', & l_{\text{diss}}^2 &= \int_{t_0}^t \eta_{\text{eff}}(t') dt',\end{aligned}\quad (2.40)$$

в формулах (2.36)-(2.39).

Следует отметить, что решение кинетических уравнений (2.31) и (2.32), рассмотренных в статье [181], соответствует случаю, когда  $\alpha_{\text{СМЕ}} = 0$ . Из формулы (2.37) можно заключить, что в этой ситуации усиление магнитного поля отсутствует. Если  $\alpha_{\text{СМЕ}} = 0$ , магнитное поле является осциллирующим, на фоне затухания вызванного эффективной магнитной диффузией  $\eta_{\text{eff}}$ . В общем случае параметры  $\alpha_d$ , особенно  $\alpha_{\text{СМЕ}} \sim \mu_5(t)$ , меняются со временем. Чтобы учесть данный факт, необходимо искать численные решения нелинейных кинетических уравнений (2.31) и (2.32).

### 2.5.2. Численное решение кинетических уравнений

Если исследуется эволюция магнитных полей в горячей плазме в расширяющейся Вселенной, удобно переписать формулы (2.31)-(2.33), используя конформные безразмерные переменные. Они вводятся следующим образом:  $t \rightarrow \eta = M_0/T$  и  $\tilde{k} = ak$ , где  $a = 1/T$ , а  $M_0$  определено в разд. 2.3.2. В этих переменных уравнения (2.31) и (2.32) принимают форму,

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}}}{\partial \eta} = -2\tilde{k}^2 \tilde{\eta}_{\text{eff}} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}} + \tilde{\alpha}_+ \tilde{k}^2 \tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}}, \quad \frac{\partial \tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}}}{\partial \eta} = -2\tilde{k}^2 \tilde{\eta}_{\text{eff}} \tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}} + 4\tilde{\alpha}_- \tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}}. \quad (2.41)$$

Здесь  $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}} = \tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}}(\tilde{k}, \eta)$  и  $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}} = \tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}}(\tilde{k}, \eta)$  – конформные спектры, а также

$$\tilde{\eta}_{\text{eff}} = \frac{\eta_{\text{eff}}}{a} = \sigma_c^{-1} + \frac{4}{3} \frac{\alpha_{\text{em}}^{-2}}{\tilde{\rho} + \tilde{P}} \int d\tilde{p} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{В}}, \quad \tilde{\alpha}_{\pm} = \alpha_{\pm} = \frac{\tilde{\Pi}}{\sigma_c} \mp \frac{2}{3} \frac{\alpha_{\text{em}}^{-2}}{\tilde{\rho} + \tilde{P}} \int d\tilde{p} \tilde{p}^2 \tilde{\mathcal{H}}_{\text{В}}. \quad (2.42)$$

Параметр КМЭ принимает форму

$$\tilde{\Pi} = a\Pi = \frac{2\alpha_{\text{em}}}{\pi} \tilde{\mu}_5. \quad (2.43)$$

В горячей релятивистской плазме, в заместителе должно стоять

$$P = \frac{\rho}{3}, \quad \rho = \frac{\pi^2}{30} g^* T^4, \quad (2.44)$$

или  $P + \rho = 2\pi^2 g^* T^4/45$  и  $\tilde{P} + \tilde{\rho} = 2\pi^2 g^*/45$ , а  $g^*$  определено в разд. 2.3.2.

Уравнение эволюции для кирального дисбаланса  $\tilde{\mu}_5 = \tilde{\mu}_5(\eta)$  имеет форму,

$$\frac{d\tilde{\mu}_5}{d\eta} = -\frac{6\alpha_{\text{em}}}{\pi} \int d\tilde{k} \frac{\partial \tilde{\mathcal{H}}_B}{\partial \eta} - \tilde{\Gamma}_f \tilde{\mu}_5, \quad (2.45)$$

где

$$\tilde{\Gamma}_f = a\Gamma_f = \alpha_{\text{em}}^2 \left( \frac{m_e}{3M_0} \right)^2 \eta^2 \quad (2.46)$$

является скоростью изменения спиральности [104].

Прежде чем осуществлять численное моделирование в общем случае, обсудим приближение монохроматического спектра,

$$\mathcal{E}_B(\tilde{k}, \eta) = \tilde{\mathcal{E}}_0(\eta) \delta(\tilde{k} - \tilde{k}_0), \quad \mathcal{H}_B(\tilde{k}, \eta) = \tilde{\mathcal{H}}_0(\eta) \delta(\tilde{k} - \tilde{k}_0), \quad (2.47)$$

где  $\tilde{k}_0$  – характерный конформный импульс, а  $\tilde{\mathcal{E}}_0$  и  $\tilde{\mathcal{H}}_0$  – новые неизвестные функции. Уравнения эволюции (2.41) и (2.45) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathcal{E}}_0}{d\eta} &= -\frac{2\tilde{k}_0^2}{\sigma_c} \tilde{\mathcal{E}}_0 + \frac{2\alpha_{\text{em}}\tilde{k}_0^2}{\pi\sigma_c} \tilde{\mu}_5 \tilde{\mathcal{H}}_0 - \frac{2}{3} \tilde{\xi} \tilde{k}_0^2 \left[ 4\tilde{\mathcal{E}}_0^2 + \tilde{k}_0^2 \tilde{\mathcal{H}}_0^2 \right], \\ \frac{d\tilde{\mathcal{H}}_0}{d\eta} &= -\frac{2\tilde{k}_0^2}{\sigma_c} \tilde{\mathcal{H}}_0 + \frac{8\alpha_{\text{em}}}{\pi\sigma_c} \tilde{\mu}_5 \tilde{\mathcal{E}}_0, \quad \frac{d\tilde{\mu}_5}{d\eta} = -\frac{6\alpha_{\text{em}}}{\pi} \frac{d\tilde{\mathcal{H}}_0}{d\eta} - \tilde{\Gamma}_f \tilde{\mu}_5, \end{aligned} \quad (2.48)$$

где  $\tilde{\xi} = (45/2g^*)(\alpha_{\text{em}}\pi)^{-2}$  – параметр турбулентности, следующий из учета поля скоростей  $\mathbf{v} \sim \tau_d$  в формуле (2.30).

Используя новые переменные,

$$\begin{aligned} M(\tau) &= \frac{2\alpha_{\text{em}}}{\pi\tilde{k}_0} \tilde{\mu}_5(\eta) & R(\tau) &= \frac{24\alpha_{\text{em}}^2}{\pi^2\tilde{k}_0^2} \tilde{\mathcal{E}}_0(\eta), \\ H(\tau) &= \frac{12\alpha_{\text{em}}^2}{\tilde{k}_0\pi^2} \tilde{\mathcal{H}}_0(\eta), & \tau &= \frac{2\tilde{k}_0^2}{\sigma_c} \eta, \end{aligned} \quad (2.49)$$

уравнения (2.48) могут быть переписаны в виде,

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\tau} &= -R + MH - \xi(R^2 + H^2), \\ \frac{dH}{d\tau} &= -H + MR, & \frac{dM}{d\tau} &= H - MR - GM, \end{aligned} \quad (2.50)$$

где

$$\xi = \frac{5\pi^2\tilde{k}_0^2\sigma_c}{2\alpha_{\text{em}}^4 g^*}, \quad G = \frac{\sigma_c \tilde{\Gamma}_f}{2\tilde{k}_0^2}. \quad (2.51)$$



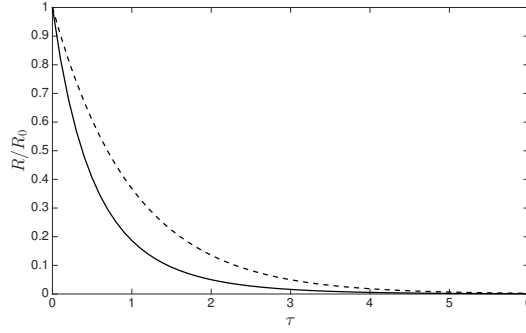


Рис. 2.3. Нормированная плотность магнитной энергии  $R/R_0$  как функция  $\tau$  на основе уравнения (2.52). С помощью сплошной линии показана эволюция  $R$ , учитывающая турбулентность и соответствующая  $\Delta_h = 0.5$ . Пунктирная линия соответствует ситуации без учета турбулентности.

Уравнения (2.50) должны быть дополнены начальным условием  $R_0 = R(\tau_0)$ ,  $H_0 = H(\tau_0) = qR_0$ , где  $0 \leq q \leq 1$ , а  $M_0 = M(\tau_0)$ .

Система уравнений (2.50) может быть решена аналитически, если пренебречь эволюцией кирального дисбаланса, т.е. считая что  $M = 0$ . При  $q > 0$  решение уравнений (2.50) имеет форму,

$$R(\tau) = H_0 e^{-\tau} \cot [\xi H_0 (1 - e^{-\tau}) + \varphi_0], \quad H(\tau) = H_0 e^{-\tau}, \quad (2.52)$$

где  $\tan \varphi_0 = q = H_0/R_0$ . Если  $q = 0$ , тогда

$$R(\tau) = \frac{R_0 e^{-\tau}}{\xi R_0 (1 - e^{-\tau}) + 1}, \quad H(\tau) = 0. \quad (2.53)$$

В формулах (2.52) и (2.53) предполагается, что  $\tau_0 = 0$ .

Чтобы проиллюстрировать поведение магнитной энергии в формуле (2.52), на рис. 2.3 показано поведение  $R(\tau)$  для  $\Delta_h = \xi H_0 = 0.5$  в зависимости от  $0 < \tau < 6$ . При построении рис. 2.3 предполагается, что  $q = 1$ . На том же рис. 2.3 приведен случай, когда не учитывается турбулентность, т.е. при  $\xi = 0$ , показанный пунктирной линией. Видно, что турбулентное движение вещества приводит к более быстрому распаду магнитного поля, тогда как эволюция магнитной спиральности не зависит от турбулентности; ср. с формулой (2.52). Этот результат

согласуется с выводами полученными в разд. 2.5, где был изучен общий случай. Действительно, как видно из уравнений (2.34), вклад турбулентности в  $\dot{E}_B$  отрицателен, т.е. он вызывает затухание  $E_B$  быстрее, чем при отсутствии турбулентности.

Теперь перейдем к изучению численного решения уравнений (2.41) в общем случае. Выберем начальный энергетический спектр в виде,  $\tilde{\mathcal{E}}_B(\tilde{k}, \eta_0) = \mathcal{C}\tilde{k}^{\nu_B}$ . Коэффициент  $\mathcal{C}$  можно найти из условия

$$\frac{\tilde{B}_0^2}{2} = \int d\tilde{k} \tilde{\mathcal{E}}_B(\tilde{k}, \eta_0), \quad (2.54)$$

где  $\tilde{B}_0 = \tilde{B}(\eta = \eta_0)$  – начальное магнитное поле. Если использовать начальный спектр Батчелора с  $\nu_B = 4$  и  $0 < \tilde{k} < \tilde{k}_{\max}$ , то аналогично формуле (2.49), удобно ввести следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\kappa, \tau) &= \frac{12\alpha_{\text{em}}^2}{\pi^2} \tilde{\mathcal{H}}_B(\tilde{k}, \eta), & \mathcal{R}(\kappa, \tau) &= \frac{24\alpha_{\text{em}}^2}{\pi^2 \tilde{k}_{\max}} \tilde{\mathcal{E}}_B(\tilde{k}, \eta), & \mathcal{M}(\tau) &= \frac{2\alpha_{\text{em}}}{\pi \tilde{k}_{\max}} \tilde{\mu}_5(\eta), \\ \tau &= \frac{2\tilde{k}_{\max}^2}{\sigma_c} \eta, & \kappa &= \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_{\max}}, & \mathcal{G} &= \frac{\sigma_c}{2\tilde{k}_{\max}^2} \tilde{\Gamma}_f. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Используя эти переменные, система кинетических уравнений принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tau} &= -\kappa^2 \mathcal{H} \left[ 1 + K_d \int_0^1 d\kappa' \mathcal{R}(\kappa', \tau) \right] \\ &+ \mathcal{R} \left[ \mathcal{M} + K_d \int_0^1 d\kappa' \kappa'^2 \mathcal{H}(\kappa', \tau) \right], \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \tau} &= -\kappa^2 \mathcal{R} \left[ 1 + K_d \int_0^1 d\kappa' \mathcal{R}(\kappa', \tau) \right] \\ &+ \kappa^2 \mathcal{H} \left[ \mathcal{M} - K_d \int_0^1 d\kappa' \kappa'^2 \mathcal{H}(\kappa', \tau) \right], \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\frac{d\mathcal{M}}{d\tau} = \int_0^1 d\kappa (\kappa^2 \mathcal{H} - \mathcal{R}\mathcal{M}) - \mathcal{G}\mathcal{M}, \quad (2.58)$$

где  $K_d = 5\sigma_c \tilde{k}_{\max}^2 / 4\alpha_{\text{em}}^4 g^*$ . Интересно отметить, что вклад турбулентных членов исчезает в уравнении (2.58). Кроме того, вклад турбулентности присутствует в уравнении (2.56) в противоположность уравнению (2.50), справедливому для монохроматического спектра.

Начальные значения функций  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{H}$  выбираются в виде,  $\mathcal{R}(\kappa, \tau_0) = \mathcal{R}_0 \kappa^{\nu_B}$  и  $\mathcal{H}(\kappa, \tau_0) = q \mathcal{R}_0 \kappa^{\nu_B - 1}$ , где

$$\mathcal{R}_0 = \frac{12\alpha_{\text{em}}^2 \tilde{B}_0^2}{\pi^2 \tilde{k}_{\text{max}}^2} (\nu_B + 1). \quad (2.59)$$

и соответствуют ограничению МГД на величину магнитной спиральности [194],  $0 \leq q \leq 1$ .

Будем решать кинетические уравнения (2.56)-(2.58) численно. Влияние турбулентного движения вещества  $\sim \mathbf{v}$  на динамические переменные МГД, такие как напряженность магнитного поля и магнитная спиральность, а также параметр киральной асимметрии  $\mu_5(t)$  в горячей плазме ранней Вселенной в фазе с нарушенной симметрией проиллюстрировано на рис. 2.4. Сплошные линии соответствуют случаю, когда учитываются оба эффекта: т.е. КМЭ и турбулентное движение вещества  $\mathbf{v} \sim \tau_d$ , а пунктирные линии соответствуют учету только КМЭ, что было предпринято в работе [104]. Заметим, что численные решения уравнений (2.56) -(2.58) представлены только для случая максимальной спиральности  $q = 1$ . Это означает, что используется соотношение  $\mathcal{H}_B(k, t_0) = 2\mathcal{E}_B(k, t_0)/k$  для начального спектра Батчелора в формуле (2.54), где  $0 \leq \tilde{k} \leq \tilde{k}_{\text{max}} = 10^{-6}$ . На рис. 2.4(а), 2.4(с) и 2.4(е) показаны результаты для максимального начального магнитного поля  $\tilde{B}_0 = 0, 1$ , все еще подчиняющегося оценке первичного нуклеосинтеза на магнитное поле  $B \leq 10^{11} \text{ G}$  [203] при температуре  $T_{\text{BBN}} = 0.1 \text{ MeV}$ <sup>7</sup>. На рис. 2.4(с), 2.4(д) и 2.4(ф) показаны результаты для меньшего затравочного поля  $\tilde{B}_0 = 10^{-2}$ .

Следует отметить, что уравнения (2.56)-(2.58) для выбранных параметров принадлежат к классу жестких уравнений. Методика, используемая для нахождения численного решения этой системы, основана неявном многоточечном методе конечных разностей. В этом методе не все начальные условия приводят к плавному поведению решения. Следовательно, необходимо опустить некоторую

<sup>7</sup> Начальное магнитное поле  $B_0 = 10^{-1} T_{\text{EWPT}}^2 = 5 \times 10^{22} \text{ G}$  будучи замороженным в плазму,  $B(T) \sim T^2$ , спадает до напряженности  $B(T_{\text{BBN}}) = 5 \times 10^{10} \text{ G}$  подчиняющейся ограничению  $B \leq 10^{11} \text{ G}$  [203].

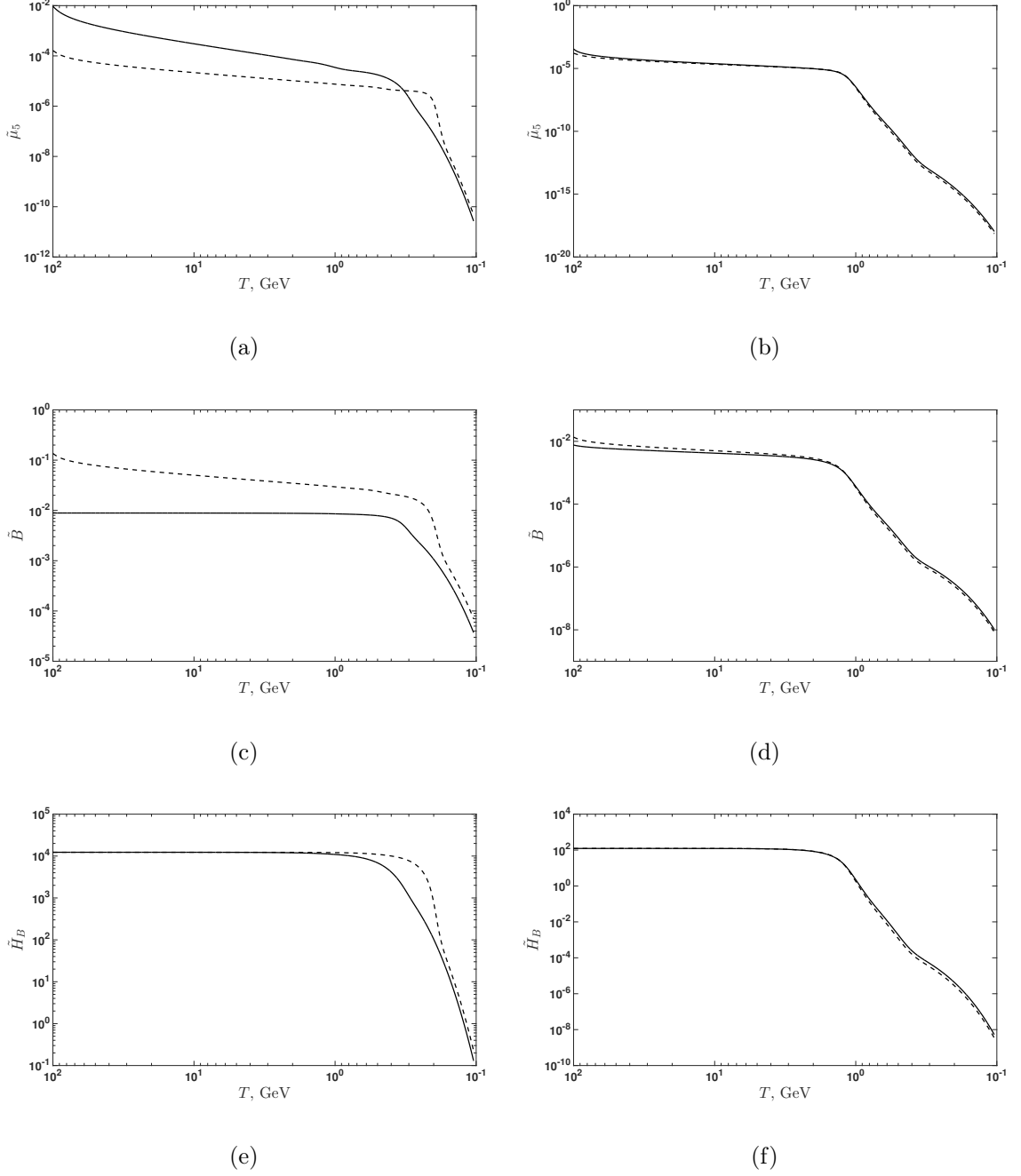


Рис. 2.4. Эволюция кирального дисбаланса, плотности магнитной энергии и плотности спиральности в плазме ранней Вселенной при  $10^2 \text{ MeV} < T < 10^2 \text{ GeV}$ . (a) и (b): Эволюция кирального дисбаланса,  $\mu_5(T) = (\mu_R - \mu_L)/2$ . (c) и (d): Эволюция магнитного поля,  $B = \sqrt{2 \int dk \mathcal{E}_B(k, t)}$ . (e) и (f): Эволюция плотности магнитной спиральности. Панели (a), (c) и (e) соответствуют  $\tilde{B}_0 = 10^{-1}$ , тогда как панели (b), (d) и (f) соответствуют  $\tilde{B}_0 = 10^{-2}$ . С помощью сплошных линий показана эволюция, учитывающая эффекты турбулентности ( $K_d \neq 0$ ) и КМЭ, тогда как пунктирные линии показывают эволюцию только для случая КМЭ ( $K_d = 0$ ).

начальную часть кривых, которые показывают негладкое поведение. Поэтому рис. 2.4(a)-2.4(d) выглядят так, как будто начальные условия были разными для переменных, соответствующих сплошной и пунктирной линиям. Интересно отметить, но эта несогласованность не влияет на эволюцию плотности магнитной спиральности, показанной на рис. 2.4(e) и 2.4(f).

## 2.6. Равновесие в симметричной фазе электрослабой плазмы и проблема киральной аномалии

В этом и последующих разделах данной главы будет изучена эволюция гипермагнитных полей до ЭСФП. Мотивацией для подобного исследования служит тот факт, что вопрос о величине параметра киральной аномалии  $\Delta\mu(t) = \mu_{e_R}(t) - \mu_{e_L}(t)$  до ЭСФП важен поскольку данная величина служит начальным условием при генерации максвелловских магнитных полей после ЭСФП. В плазме СМ, состоящей из кварков, лептонов и одного хиггсовского дублета  $\varphi^T = (\varphi^{(+)}, \varphi^{(0)})$ , который обладает химическим потенциалом входящим в распределение Бозе-Эйнштейна  $\mu_0 = \mu_{\varphi^{(0)}} = \mu_{\varphi^{(+)}}$ , можно ожидать, что химическое равновесие в симметричной фазе задается соотношением,

$$\mu_{e_R} - \mu_{e_L} = -\mu_0. \quad (2.60)$$

Условие (2.60) соответствует распадам Хиггса и обратным распадам в реакциях  $e_L \bar{e}_R \leftrightarrow \varphi^{(0)}$  и  $\nu_e^L \bar{e}_R \leftrightarrow \varphi^{(+)}$ . Здесь для дублета в СМ  $L_e^T = (\nu_e^L, e_L)$  используется условие равенства химических потенциалов в распределениях Ферми-Дирака  $\mu_{e_L} = \mu_{\nu_e^L}$ .

Для случая глобального равновесия в отсутствие гипермагнитных полей подобные реакции с бозонами Хиггса подчиняются аналогичным соотношениям как для других поколений лептонов,  $\mu_{l_R} - \mu_{l_L} = -\mu_0$ ,  $l = \mu, \tau$ , так и для кварков, например,  $\mu_{u_L} - \mu_{d_R} = \mu_0$ ,  $\mu_{u_R} - \mu_{u_L} = \mu_0$ , в реакциях  $q_{u_L} \bar{q}_{d_R} \leftrightarrow \varphi^{(+)}$  и  $q_{u_R} \bar{q}_{u_L} \leftrightarrow \varphi^{(0)}$  соответственно [204, 205].

Ниже будет рассмотрено только одно поколение с самой маленькой юкавской константой связи фермионов с хиггсовскими бозонами  $h_e = \sqrt{2}m_e/v = 2.94 \times 10^{-6}$ . Таким образом, правые электроны входят в равновесие с левыми частицами через хиггсовские (обратные) распады в расширяющейся Вселенной в последнюю очередь. Это связано с величиной скорости реакций с изменением киральности  $\Gamma_{\text{RL}} \sim h_e^2 T$ , которая становится даже больше, чем скорость хаббловского расширения  $H \sim T^2$ ,  $\Gamma_{\text{RL}} > H$ , при температурах ниже  $T_{\text{RL}} \sim 10 \text{ TeV}$ . Этот факт важен в моделях генерации БАВ, где используется лептогенезис, а первичная БАВ содержится в правых электронах  $e_{\text{R}}$ , количество которых остается неизменным благодаря сфалеронным процессам вплоть до  $T_{\text{RL}}$ . Предложив такой механизм, в статье [206] предполагалось, что значение  $T_{\text{RL}}$  близко к температуре, при которой сфалеронные эффекты выпадают из равновесия, и поэтому переходы из  $e_{\text{R}}$  в  $e_{\text{L}}$  становятся невозможными, и, следовательно сфалероны не могут превратить  $e_{\text{L}}$  в антикварки и тем самым уничтожить оставшуюся БАВ.

В этом случае глобальное равновесие [204, 205] нарушается, и пять остальных химических потенциалов описывают равновесие в горячей плазме до ЭС-ФП: три  $\mu_i$  для трех глобальных зарядов  $B/3 - L_i = \text{const}$ , где  $i = 1, 2, 3$  перечисляет поколения в СМ,  $\mu_{\text{Y}}$  для сохраняющегося гиперзаряда, поскольку глобально  $\langle Y \rangle = 0$ , и  $\mu_{e_{\text{R}}}$  для правых электронов  $e_{\text{R}}$  с сохранением их лептонного числа  $\partial_{\mu} j_{e_{\text{R}}}^{\mu} = 0$ , если  $T > T_{\text{RL}}$  [207]. Тогда, если предположить, что в симметричной фазе присутствуют крупномасштабные гиперзарядные поля  $Y_{\mu}$ , являющиеся предшественниками максвелловских полей в фазе с нарушенной симметрией, то число правых электронов не сохраняется из-за абелевой аномалии<sup>8</sup>

$$\partial_{\mu} j_{e_{\text{R}}}^{\mu} = \frac{g'^2 Y_{\text{R}}^2}{64\pi^2} Y_{\mu\nu} \tilde{Y}^{\mu\nu}, \quad (2.61)$$

где  $Y_{\mu\nu}$  – тензор напряженности  $U_{\text{Y}}(1)$  гиперзарядового поля,  $\tilde{Y}_{\mu\nu}$  – дуальный тензор, а  $Y_{\text{R}} = -2$  – гиперзаряд правого электрона.

---

<sup>8</sup> Здесь используется противоположный знак для абелевой аномалии по сравнению со знаком в работе [207], поскольку правые состояния определены как  $\Psi_{\text{R}} = (1 + \gamma^5)\Psi/2$  согласно книге [208].

В данном подходе нет асимметрий левых лептонов и бозонов Хиггса,  $\mu_{e_L} = \mu_0 = 0$ , а киральная асимметрия (2.60) сводится к  $\Delta\mu = \mu_{e_R}$ . Для такого сценария с ненулевой асимметрией  $e_R$  [207], сфалерон, уничтожающий БАВ, отсутствует вплоть до ЭСФП.

В расширенном подходе с ненулевыми левыми лептонными асимметриями  $\xi_{e_L} = \xi_{\nu_e^L} \neq 0$ , где  $\xi_a = \mu_a/T$ , который уместен при  $T < T_{RL}$  [59, 209] равновесие, описанное в статье [207] при помощи пяти химических потенциалов для пяти глобально сохраняющихся зарядов, нарушается. Тем не менее, это может привести только к дополнительному коэффициенту порядка единицы  $c_\Delta \sim 1$ , который описывает зависимость  $n_L = (n_{e_L} - n_{\bar{e}_L}) = \xi_{e_L} T^3/6 \neq 0$  от пяти глобальных зарядов в плазме ранней вселенной. Например, переписывая каноническую абелеву аномалию для левого дублета  $L_e^T = (\nu_e^L, e_L)$ ,

$$\partial_\mu j_{e_L}^\mu = -\frac{g'^2 Y_L^2}{64\pi^2} Y_{\mu\nu} \tilde{Y}^{\mu\nu}, \quad Y_L = -1, \quad (2.62)$$

в виде  $d\xi_{e_L}/dt = -c_\Delta (6g'^2/16\pi^2 T^3)(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y)$ , полагаем ниже  $c_\Delta = 1$ , что упрощает решение кинетических уравнений для лептонной и хиггсовской асимметрий. Заметим, что если предположить наличие ненулевой асимметрии левых частиц  $\xi_{e_L} \neq 0$ , необходимо учитывать сфалеронные процессы, нарушающие лептонное и барионное числа. Возникает вопрос о сравнении вкладов сфалеронов в БАВ со вкладом гипермагнитного поля через абелеву аномалию, который и будет рассмотрен в последующих разделах.

## 2.7. Кинетика лептонов и хиггсовских бозонов в гипермагнитных полях

В работе [59] предполагалось наличие нулевой хиггсовской асимметрии  $n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}} = T^2 \mu_0/3 = 0$  или  $\mu_0 = 0$ . При этом лептогенезис осуществлялся только посредством обратных распадов,  $e_R \bar{e}_L \rightarrow \tilde{\varphi}^{(0)}$ ,  $e_R \bar{\nu}_e^L \rightarrow \varphi^{(-)}$  и т.д. Теперь рассмотрим как обратные, так и прямые хиггсовские распады. Система кинетической

тических уравнений для лептонов с учетом абелевых аномалий (2.61) и (2.62), а также сфалеронных процессов для левых лептонов принимает вид,

$$\begin{aligned} \frac{dL_{e_R}}{dt} &= \frac{g'^2}{4\pi^2 s} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) + 2\Gamma_{\text{RL}} \left\{ L_{e_L} - L_{e_R} - \frac{[n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}}]}{2s} \right\}, \\ &\text{для распадов (обратных распадов)} \quad e_R \bar{e}_L \leftrightarrow \tilde{\varphi}^{(0)} \quad \text{и} \quad e_R \bar{\nu}_e^L \leftrightarrow \varphi^{(-)}, \\ \frac{dL_{e_L}}{dt} &= -\frac{g'^2}{16\pi^2 s} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) - \frac{\Gamma_{\text{sph}}}{2} L_{e_L} + \Gamma_{\text{RL}} \left\{ L_{e_R} - L_{e_L} + \frac{[n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}}]}{2s} \right\}, \\ &\text{для} \quad \bar{e}_R e_L \leftrightarrow \varphi^{(0)}, \quad \text{а также} \\ \frac{dL_{\nu_e^L}}{dt} &= -\frac{g'^2}{16\pi^2 s} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) - \frac{\Gamma_{\text{sph}}}{2} L_{\nu_e^L} + \Gamma_{\text{RL}} \left\{ L_{e_R} - L_{e_L} + \frac{[n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}}]}{2s} \right\}, \\ &\text{для} \quad \bar{e}_R \nu_e^L \leftrightarrow \varphi^{(+)}. \end{aligned} \tag{2.63}$$

Здесь  $L_b = (n_b - n_{\bar{b}})/s$  – лептонное число,  $b = e_R, e_L, \nu_e^L$ ,  $s = 2\pi^2 g^* T^3/45$  – плотность энтропии. Коэффициент 2 перед скоростью  $\Gamma_{\text{RL}}$  в первой строке учитывает эквивалентные каналы реакции. В формуле (2.63) также включены распады хиггсовских бозонов со скоростями  $\Gamma_{\text{D}} = \Gamma_{\text{RL}}/2$ . Вероятность  $\Gamma_{\text{sph}} = C\alpha_W^5 T$  определяется сфалеронными переходами, уменьшающими левые лептонные числа и, следовательно, уменьшением БАВ. Здесь  $\alpha_W = g^2/4\pi = \sin^2 \theta_W/137 = 3.17 \times 10^{-2}$  задается константой связи калибровочного взаимодействия  $g = e/\sin \theta_W$  в СМ. Постоянная  $C \simeq 25$  оценивается путем вычислений на решетке (некоторые комментарии к аномалии 'т Хоофта даны в работе [60] и в главе 11 книги [205]). Кроме того, для левого дублета необходимо положить  $L_{e_L} = L_{\nu_e^L}$ .

Систему уравнений (2.63) необходимо дополнить кинетическим уравнением для хиггсовских бозонов, которое не подвержено влиянию абелевой аномалии, присущей фермионам (детали см. в работе [60])

$$\frac{d}{dt} [(n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}})/s] = \Gamma_{\text{RL}} \left\{ L_{e_L} - L_{e_R} - \frac{[n_{\varphi^{(0)}} - n_{\tilde{\varphi}^{(0)}}]}{2s} \right\}. \tag{2.64}$$

Заметим, что скорость распадов (обратных распадов) хиггсовских бозонов совпадает со скоростью рождения (аннигиляции) лептонной пары, имеющей про-



тивоположный знак, поскольку рождение пары влечет за собой исчезновение хиггсовского бозона и наоборот.

В кинетических уравнениях (2.63) и (2.64) учтено, что скорости всех обратных процессов в два раза выше, чем у распадов [206],  $\Gamma_{\text{RL}} = 2\Gamma_{\text{D}}$ , где

$$\Gamma_{\text{RL}} = 5.3 \times 10^{-3} h_e^2 \left( \frac{m_0}{T} \right)^2 T = \frac{\Gamma_0}{2t_{\text{EW}}} \frac{1-x}{\sqrt{x}}. \quad (2.65)$$

Данная скорость исчезает при ЭСФП  $x = 1$ , где переменная  $x = t/t_{\text{EW}} = (T_{\text{EW}}/T)^2$  определяется законом расширения Фридмана. В формуле (2.65),  $h_e = 2.94 \times 10^{-6}$  – юкавская константа связи для электронов,  $\Gamma_0 = 121$ , а  $m_0^2(T) = 2DT^2(1 - T_{\text{EW}}^2/T^2)$  – эффективная масса хиггсовского бозона зависящая от температуры. Коэффициент  $2D \approx 0.377$  в выражении для  $m_0^2(T)$  определяется известными массами калибровочных бозонов  $m_Z$  и  $m_W$ , массой топ кварка  $m_t$ , а также массой недавно открытого хиггсовского бозона, равной  $m_H \approx 125 \text{ GeV}$  [210, 211]. Разумеется, скорость изменения киральности не равна нулю и после ЭСФП. Однако она обусловлена электромагнитными процессами при  $T < T_{\text{EW}}$ , и равна  $\Gamma_{\text{em}} \simeq \alpha_{\text{em}}^2 (m_e^2/3T^2)T$ , когда частицы (электроны и позитроны) приобретают ненулевую массу  $m_e$ .

Подробный вывод кинетических уравнений (2.63) и (2.64), учитывающий процессы изменения киральности (без учета абелевой аномалии и сфалеронных переходов), приведен в работе [60].

Перепишем уравнения (2.63) и (2.64), используя выражения для асимметрий  $L_{e_R} = \xi_{e_R} T^3/6s$ ,  $L_{e_L} = \xi_{e_L} T^3/6s$  и  $(n_{\varphi(0)} - n_{\bar{\varphi}(0)})/s = \xi_0 T^3/3s$  в виде,

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_{e_R}}{dt} &= \frac{3g'^2}{2\pi^2 T^3} \mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y + 2\Gamma_{\text{RL}}(-\xi_{e_R} + \xi_{e_L} - \xi_0), \\ \frac{d\xi_{e_L}}{dt} &= -\frac{3g'^2}{8\pi^2 T^3} \mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y - \frac{\Gamma_{\text{sph}}}{2} \xi_{e_L} + \Gamma_{\text{RL}}(\xi_{e_R} - \xi_{e_L} + \xi_0), \\ \frac{d\xi_{\nu_e^L}}{dt} &= -\frac{3g'^2}{8\pi^2 T^3} \mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y - \frac{\Gamma_{\text{sph}}}{2} \xi_{e_L} + \Gamma_{\text{RL}}(\xi_{e_R} - \xi_{e_L} + \xi_0), \\ \frac{d\xi_0}{dt} &= \Gamma_{\text{RL}}(-\xi_{e_R} + \xi_{e_L} - \xi_0). \end{aligned} \quad (2.66)$$

Дополнительное кинетическое уравнение для нейтрино избыточно, так как  $\xi_{\nu_e^L} =$

$\xi_{e_L}$ . Таким образом, имеются три уравнения для трех химических потенциалов вместо двух в работе [59]. Заметим, что необходимо положить  $d\xi_0/dt < 0$  в начальный момент времени  $\xi_{e_R}(t_0) > 0$  и  $\xi_{e_L}(t_0) = \xi_0(t_0) = 0$ , что приводит к отрицательному химическому потенциалу для бозонного дублета  $\varphi^T = (\varphi^{(+)}, \varphi^{(0)})$ ,  $\mu_0 < 0$ , как и должно быть.

Ниже вклад абелевой аномалии  $\sim (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y)$  упрощается, путем рассмотрения, аналогично работе [59], простейшей конфигурации гипермагнитного поля соответствующей волне ЧС:  $Y_x = Y(t) \sin k_0 z$ ,  $Y_y = Y(t) \cos k_0 z$ ,  $Y_z = Y_0 = 0$ . Используя обобщенный закон Ома [209]

$$\mathbf{E}_Y = -\mathbf{V} \times \mathbf{B}_Y + \eta_Y \nabla \times \mathbf{B}_Y - \alpha_Y \mathbf{B}_Y,$$

где  $\eta_Y = (\sigma_{\text{cond}})^{-1}$  – коэффициент магнитной (гипермагнитной) диффузии,  $\alpha_Y$  – параметр гипермагнитной спиральности, возникающий из-за поляризации электрослабой плазмы [59, 209],

$$\alpha_Y = \frac{g'^2(\mu_{e_R} + \mu_{e_L}/2)}{4\pi^2 \sigma_{\text{cond}}}, \quad \sigma_{\text{cond}} = 100T, \quad (2.67)$$

получаем псевдоскаляр  $(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y)$ , входящий в абелеву аномалию как

$$(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) = \eta_Y (\nabla \times \mathbf{B}_Y) \cdot \mathbf{B}_Y - \alpha_Y \mathbf{B}_Y^2 = \frac{B_Y^2}{100} \left[ \frac{k_0}{T} - \frac{g'^2}{4\pi^2} \left( \xi_R + \frac{\xi_L}{2} \right) \right]. \quad (2.68)$$

Здесь вместо  $(\nabla \times \mathbf{B}_Y) \cdot \mathbf{B}_Y$  записано  $k_0 B_Y^2(t)$ , где  $B_Y(t) = k_0 Y(t)$  – амплитуда гипермагнитного поля, что справедливо для волны ЧС.

Используя обозначения,  $y_R(x) = 10^4 \xi_{e_R}(x)$ ,  $y_L(x) = 10^4 \xi_{e_L}(x)$  и  $y_0(x) = 10^4 \xi_0(x)$ , а также с учетом выражения (2.68), система (2.66) может быть переписана в виде, аналогичном уравнению (3.4) в работе [59] (без вклада нейтрино, который идентичен вкладу левых электронов)

$$\begin{aligned} \frac{dy_R}{dx} = & \left[ B_0 x^{1/2} - A_0 \left( y_R + \frac{y_L}{2} \right) \right] \left( \frac{B_Y^{(0)}}{10^{20} \text{ G}} \right)^2 x^{3/2} e^{\varphi(x)} \\ & - \Gamma_0 \frac{(1-x)}{\sqrt{x}} (y_R - y_L + y_0), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dy_L}{dx} &= -\frac{1}{4} \left[ B_0 x^{1/2} - A_0 \left( y_R + \frac{y_L}{2} \right) \right] \left( \frac{B_Y^{(0)}}{10^{20} \text{ G}} \right)^2 x^{3/2} e^{\varphi(x)} \\
&\quad - \frac{5.6 \times 10^7 C}{\sqrt{x}} y_L - \Gamma_0 \frac{(1-x)}{2\sqrt{x}} (y_L - y_R - y_0), \\
\frac{dy_0}{dx} &= \frac{\Gamma_0(1-x)}{2\sqrt{x}} (y_L - y_R - y_0).
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Здесь

$$B_0 = 25.6 \left( \frac{k_0}{10^{-7} T_{\text{EW}}} \right), \quad A_0 = 77.6, \tag{2.70}$$

постоянные соответствующие гипермагнитным полям нормированным на  $10^{20} \text{ G}$ .

Функция  $e^{\varphi(x)}$  определяется квадратом гипермагнитного поля

$$e^{\varphi(x)} = \left[ \frac{B_Y(x)}{B_Y^{(0)}} \right]^2. \tag{2.71}$$

Помимо этого, использовано выражение для гипермагнитного поля  $B_Y(t) = k_0 Y(t)$  представляющего из себя решение модифицированного уравнения Фарадея [212, 213] для волны ЧС<sup>9</sup>,

$$\begin{aligned}
B_Y(t) &= B_Y^{(0)} \exp \left\{ \int_{t_0}^t [\alpha_Y(t') k_0 - k_0^2 \eta_Y(t')] dt' \right\} = \\
&= B_Y^{(0)} \exp \left\{ 3.5 \left( \frac{k_0}{10^{-7} T_{\text{EW}}} \right) \right. \\
&\quad \left. \times \int_{x_0}^x \left[ \frac{(y_R + y_L/2)}{\pi} - 0.1 \left( \frac{k_0}{10^{-7} T_{\text{EW}}} \right) \sqrt{x'} \right] dx' \right\}.
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Заметим, что здесь не рассматривается отрицательное значение волнового числа  $k_0 < 0$ , которое также допускается и может привести к нарушению лептонного числа через абелеву аномалию, пропорциональную псевдоскаляру (2.68),  $(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) \sim k_0^3 Y^2(t) < 0$ . Это связано с тем, что случай  $k_0 < 0$  соответствует распаду гипермагнитного поля (2.72) в противоположность неустойчивости, развивающейся в МГД плазме при  $k_0 > 0$ .

---

<sup>9</sup> Для нахождения численных оценок используется либо параметр  $k_0/(10^{-7} T_{\text{EW}}) = 1$ , что является верхним пределом для волны ЧС,  $k_0 \leq 10^{-7} T_{\text{EW}}$ , чтобы избежать омической диссипации гипермагнитного поля, либо  $k_0/(10^{-7} T_{\text{EW}}) \simeq (10^{-3} - 10^{-4})$  для получения наблюдаемой барионной асимметрии  $B = 0.87 \times 10^{-10}$  на момент ЭСФП  $x = 1$ . Динамо усиление в обоих случаях незначительно.

Выберем начальные условия при  $x_0 = 10^{-4}$  или, что эквивалентно, при  $T_0 = T_{\text{RL}}$ , случаю когда распад (обратный распад) хиггсовского бозона становится быстрее, чем хаббловское расширение  $\Gamma_{\text{RL}} > H$ , в виде,

$$y_{\text{R}}(x_0) = 10^{-6}, \quad y_{\text{L}}(x_0) = y_0(x_0) = 0. \quad (2.73)$$

Данные условия соответствуют правильной электронной асимметрии  $\xi_{e_{\text{R}}}(x_0) = 10^{-10}$ , по порядку величины сравнимой с барионной асимметрией.

### 2.7.1. Законы сохранения и БАВ в гипермагнитных полях

Из кинетического уравнения (2.63) видно, что при отсутствии гиперзарядовых полей полное лептонное число не сохраняется из-за сфалеронных переходов, уничтожающих левое лептонное число  $dL_e/dt = \dot{L}_{e_{\text{R}}} + \dot{L}_{e_{\text{L}}} + \dot{L}_{\nu_e^{\text{L}}} = -\Gamma_{\text{sph}}L_{e_{\text{L}}}$ . Бариогенезис возникает за счет лептогенезиса благодаря закону сохранения  $B/3 - L_e = \text{const}$ , где  $B = (n_{\text{B}} - n_{\bar{\text{B}}})/s$ . С учетом абелевых аномалий в системе (2.63) такой бариогенезис становится возможным,  $\dot{B} \neq 0$ , т.к. гипермагнитные поля также способствуют увеличению лептонного числа и БАВ:  $dL_e/dt|_{B_Y \neq 0} > 0$  и  $dB/dt|_{B_Y \neq 0} > 0$ . Этот рост противоположен конкурирующему сфалеронному эффекту, убывающему  $L_{e_{\text{L}}}$  и  $B$  (см. работу [59], где сфалеронные переходы не учитывались).

В предложенном подходе сохраняются три глобальных заряда ( $\delta_i = \text{const}$ ),

$$\frac{B}{3} - L_e = \delta_1, \quad \frac{B}{3} - L_{\mu} = \delta_2, \quad \frac{B}{3} - L_{\tau} = \delta_3, \quad (2.74)$$

а также  $L_{e_{\text{R}}} = \delta_{\text{R}}$  при температуре выше  $T_{\text{RL}}$ ,  $T \gg T_{\text{RL}}$ . Если затравочная БАВ отличается от нуля,  $B(t_0) \neq 0$ , и если предположить отсутствие лептонной асимметрии для второго и третьего поколений вплоть до  $T_{\text{EW}}$ ,  $L_{\mu} = L_{\tau} = 0$ , то находим, что отношение  $\delta_2 = \delta_3 = B(x_0)/3$  справедливо только для начального времени. Из первого закона сохранения в уравнении (2.74) можно найти изменение БАВ  $B(t)$  при температурах  $T < T_{\text{RL}}$ . Это изменение подчиняется

соотношениям

$$\frac{B(t)}{3} - L_e(t) = \frac{B(t_0)}{3} - L_{e_R}(t_0) = \delta_{2,3} - \delta_R = \delta_1. \quad (2.75)$$

Если для простоты взять нулевую начальную БАВ  $B(t_0) = 0$  или  $\delta_{2,3} = 0$ , то окончательно получим закон сохранения  $B(t)/3 - L_e(t) = -L_{e_R}(t_0)$ .

Таким образом, в разработанном механизме, БАВ обусловлена наличием гиперзарядового поля. Кроме того, БАВ уменьшается из-за сфалеронных процессов, что можно видеть суммируя все кинетические уравнения в системе (2.63):

$$\begin{aligned} B(t) &= 3 \int_{t_0}^t \left[ \frac{dL_{e_R}(t')}{dt'} + \frac{dL_{e_L}(t')}{dt'} + \frac{dL_{\nu_{eL}}(t')}{dt'} \right] dt' \\ &= \left( \frac{3g'^2}{8\pi^2} \right) \int_{t_0}^t (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) \frac{dt'}{s} - 3 \int_{t_0}^t \Gamma_{\text{sph}} L_{e_L} dt'. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Используя первое уравнение в системе (2.69), где член содержащий гипермагнитное поля проистекает из абелевой аномалии  $\sim (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y)$ , получаем из формулы (2.76) барионную асимметрию в следующем виде:

$$\begin{aligned} B(x) &= 2.14 \times 10^{-6} \int_{x_0}^x dx' \left\{ \frac{dy_R(x')}{dx'} + \Gamma_0 \frac{(1-x')}{\sqrt{x'}} [y_R(x') - y_L(x') + y_0(x')] \right\} \\ &\quad - 128C \int_{x_0}^x \frac{dx'}{\sqrt{x'}} y_L(x'). \end{aligned} \quad (2.77)$$

Барионная асимметрия (2.77) при разных значениях параметра  $B_0 = 25.6 \times (k_0/10^{-7}T_{\text{EW}})$ , или для разных волновых чисел волны ЧС  $k_0$ , показана в рис. 2.5. Заметим, что при очень малых  $k_0 \ll k_{\text{max}} = 10^{-7}T_{\text{EW}}$  роль гипермагнитного поля, которое обуславливает рост БАВ, становится пренебрежимо малой, поскольку  $B_Y \sim k_0$ . В результате сфалероновые переходы уничтожают БАВ, или, другими словами, они уменьшают эффект лептогенезиса за счет абелевой аномалии таким образом, что БАВ может стать даже отрицательной ко времени ЭСФП:  $B(t_{\text{EW}}) < 0$  (см. зависимость  $B(t)$  на рис. 2.5(b) для параметра  $B_0 = 2 \times 10^{-3}$ , который соответствует  $k_0 = 7.8 \times 10^{-5}k_{\text{max}}$ ).

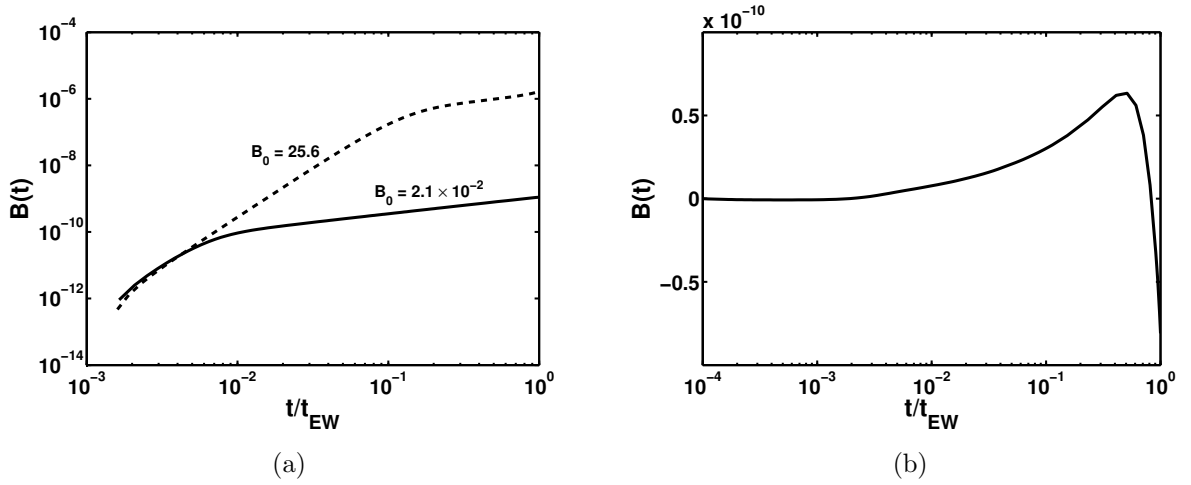


Рис. 2.5. Барьонная асимметрия  $B(t)$  как функция  $t/t_{EW}$  для  $B_Y^{(0)} = 10^{19}$  G. (а) Барьонная асимметрия для  $B_0 = 2.1 \times 10^{-2}$  (сплошная линия) и  $B_0 = 25.6$  (пштриховая линия). (б) Барьонная асимметрия для  $B_0 = 2 \times 10^{-3}$ .

## 2.8. Химическое равновесие с учетом и без учета гипермагнитных полей

Пренебрегая вкладом гипермагнитного поля и сфалеронными процессами и используя начальное условие (2.73), находим решения кинетических уравнений (2.69) в виде,

$$y_R(x) = \frac{y_R(x_0)}{2} [1 + e^{\Phi(x)}], \quad y_L(x) = \frac{y_R(x_0)}{4} [1 - e^{\Phi(x)}], \quad (2.78)$$

$$y_0(x) = -\frac{y_R(x_0)}{4} [1 - e^{\Phi(x)}], \quad \Phi(x) = -4\Gamma_0 \left[ (x^{1/2} - x_0^{1/2}) - \frac{(x^{3/2} - x_0^{3/2})}{3} \right].$$

Заметим, что  $y_0 < 0$ , как и должно быть для химического потенциала бозонов. Действительно, химическое равновесие в соотношении (2.60) быстро устанавливается из-за большой отрицательной величины  $\Phi \simeq -4\Gamma_0 = -484$ ,

$$y_R - y_L + y_0 = y_R(x_0) e^{\Phi(x)} \rightarrow 0, \quad (2.79)$$

что происходит примерно при  $x > x_{eq} \simeq 10^{-2}$  при температуре  $T = T_{EW}/\sqrt{x_{eq}} \simeq 1$  TeV до ЭСФП,  $T > T_{EW}$  (см. правую половину рис. 2.6).

Численное решение системы (2.69), учитывающее сфалеронные процессы, а также наличие  $\mathbf{B}_Y \neq 0$  для частного случая волны ЧС, показано на левой

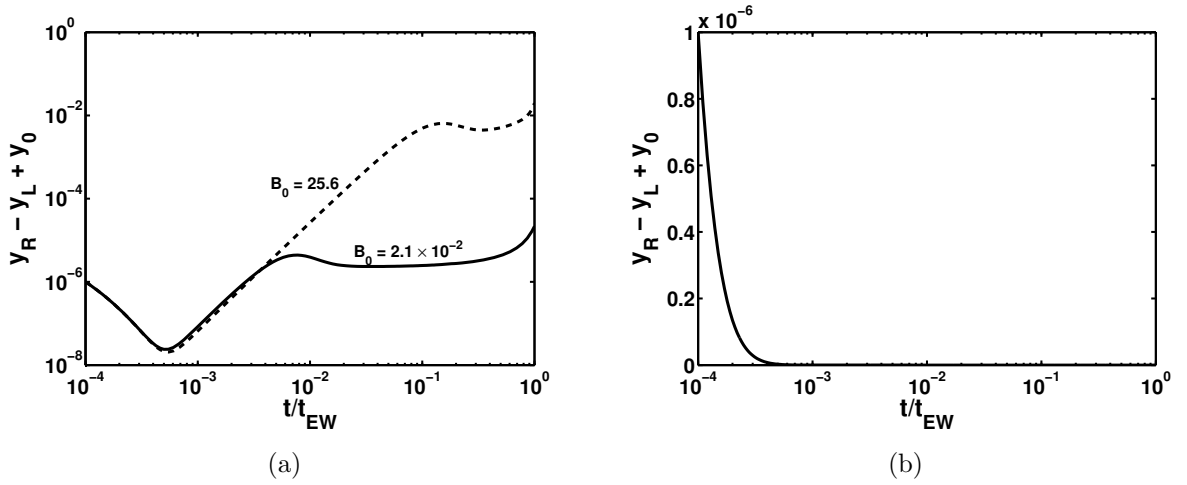


Рис. 2.6. Функция  $y_R - y_L + y_0$  в зависимости от  $t/t_{EW}$  для лептонной асимметрии  $y_a = 10^4(\mu_a/T)$ . (a) Численное решение системы (2.69) для  $B_Y^{(0)} = 10^{19}$  Г. Сплошная линия соответствует  $B_0 = 2.1 \times 10^{-2}$ , а штриховая линия –  $B_0 = 25.6$ . (b) Аналитическое выражение для  $y_R - y_L + y_0$  определяемое формулой (2.79).

половине рисунка 2.6. Видно, что в противоположность случаю описываемому уравнением (2.79), при наличии гипермагнитных полей и учете сфалеронных переходов химическое равновесие между лептонами и хиггсовским бозоном в формуле (2.60) никогда не достигается поскольку сумма  $y_R - y_L + y_0$  растет в симметричной фазе при  $t \rightarrow t_{EW}$ . Таким образом, получаем, что чем короче длина волны ЧС (например, для  $B_0 = 25.6$  используется максимальное волновое число  $k_0 = 10^{-7}T_{EW}$ ), тем большие значения величины  $(y_R - y_L + y_0)$  получаются при  $t_{EW}$ .

Все кривые на рис. 2.6 соответствуют одинаковому начальному условию,  $y_R(x_0) - y_L(x_0) + y_0(x_0) = y_R(x_0) = 10^{-6}$ , которое соответствует затравочной асимметрии правых электронов  $\xi_{eR} = 10^{-10}$ , близкой к значению БАВ, которая ожидается к моменту ЭСФП  $x = 1$ . Таким образом, нарушение лептонных чисел во внешних полях из-за абелевой аномалии и сфалеронных переходов приводит к нарушению химического равновесия в формуле (2.60), существующего в плазме ранней вселенной, если все реакции, такие как распады, рассеяние и т.п., учитываются в рамках теории возмущений.

## 2.9. Параметр киральной аномалии $(y_R - y_L) \neq 0$ в электрослабой плазме до ЭСФП

Эволюция во времени параметра киральной аномалии  $y_R - y_L = 10^4(\Delta\mu/T)$  показана на рис. 2.7. Существует сильная зависимость от масштаба  $\Lambda = k_0^{-1}$  для выбранной конфигурации гипермагнитного поля: чем короче длина волны ЧС, тем больше оказывается параметр киральной аномалии. Для максимально допустимого волнового числа  $k_0 = k_{\max} = 10^{-7}T_{\text{EW}}$  ( $B_0 = 25.6$ ), параметр киральной аномалии  $\Delta\mu/T$  близок к  $5 \times 10^{-5}$ , принятому на рис. 1 статьи [104] как максимальное начальное значение параметра киральной аномалии сразу после ЭСФП. Однако для более длинных длин волн ЧС (см. пунктирную линию на рис. 2.7(b), построенную для  $k_0 = 7.8 \times 10^{-5}k_{\max}$ ), такое начальное значение рассмотренное в статье [104] будет иметь меньшую величину ( $\Delta\mu/T \sim 10^{-8}$ ), что может кардинально изменить результаты работы [104]. Заметим, что для самой сильной амплитуды поля волны ЧС  $B_Y = k_{\max}Y(t)$ , или в случае наибольшего влияния абелевой аномалии на лептогенезис, асимметрия левых лептонов  $y_L$  растёт с самого начала из-за распадов (обратных распадов) хиггсовского бозона и затем меняет знак  $y_L < 0$ , что разрешено для фермионов, см. рис. 2.7(c).

Можно качественно объяснить рост киральной аномалии, показанной на рис. 2.7(a) и 2.7(b). Для этой цели упростим кинетические уравнения для  $\xi_{e_R}$  и  $\xi_{e_L}$  в системе (2.66), расцепив их. Для этого пренебрежем асимметрией хиггсовских бозонов  $\xi_0 = 0$ . Также опустим асимметрию левых лептонов  $\xi_{e_L} = 0$  в первой строке уравнения (2.66), и асимметрию правых электронов во второй строке уравнения (2.66)  $\xi_{e_R} = 0$ . Например, из первого уравнения в системе (2.66), подставляя псевдоскалярную величину  $(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{V}_Y)$  для волны ЧС из уравнения (2.68), получаем простое дифференциальное уравнение для асимметрии правых электронов  $y_R = 10^4\xi_{e_R}$ ,

$$\frac{dy_R}{dt} + (\Gamma + \Gamma_B)y_R = Q, \quad (2.80)$$



где  $\Gamma = 2\Gamma_{\text{RL}}$  – скорость изменения киральности  $\Gamma_{\text{B}} = 6(g'^2/4\pi^2)^2 B_{\text{Y}}^2/100T^3$ , а выражение для  $Q = 6 \times 10^4 g'^2 B_{\text{Y}}^2 k_0/400\pi^2 T^4$  следуют из второго слагаемого, связанного со спиральностью, в уравнении (2.68) и из первого (диффузионного) члена в том же уравнении (2.68). Решение уравнения (2.80) может быть получено для сильных и постоянных гипермагнитных полей соответствующих  $\Gamma_{\text{B}} \gg \Gamma$  и  $\mathbf{B}_{\text{Y}}^2 \approx \text{const}$ ,

$$y_{\text{R}}(t) = \left[ y_{\text{R}}(t_0) - \frac{Q}{\Gamma + \Gamma_{\text{B}}} \right] e^{-(\Gamma + \Gamma_{\text{B}})(t-t_0)} + \frac{Q}{\Gamma + \Gamma_{\text{B}}} \quad (2.81)$$

Формула (2.81) показывает асимптотический рост  $y_{\text{R}}(t)$  до  $y_{\text{R}}(t_{\text{EW}})$  (здесь используется начальное значение  $\xi_{e_{\text{R}}}(t_0) = 0$ ),

$$y_{\text{R}}(t_{\text{EW}}) = \frac{Q}{\Gamma_{\text{B}}} \left[ 1 - e^{-\Gamma_{\text{B}}(t_{\text{EW}}-t_0)} \right] = \frac{Q}{\Gamma_{\text{B}}} \approx 10^4 \left( \frac{4\pi^2}{g'^2} \right) \left( \frac{k_0}{T_{\text{EW}}} \right) = 0.32. \quad (2.82)$$

Здесь полагаем  $\Gamma_{\text{B}} t_{\text{EW}} \gg 1$  для сильных полей, а также заменяем  $g'^2 = 0.12$  и  $k_0/T_{\text{EW}} = 10^{-7}$  для случая  $B_0 = 25.6$ .

Видно, что чем больше волновое число  $k_0$ , или чем сильнее гипермагнитное поле  $B_{\text{Y}} = k_0 Y(t)$ , тем слабее влияние сфалеронов на лептонную (барионную) асимметрию. В широком диапазоне изменения волновых чисел асимметрия левых лептонов  $y_{\text{L}}$  остается пренебрежимо малой по сравнению с асимметрией правых электронов  $y_{\text{R}}$ ,  $|y_{\text{L}}| \ll y_{\text{R}}$ . Это связано с начальными условиями в формуле (2.73) в выбранном подходе, что приводит к асимметрии правых электронов  $y_{\text{R}}$  и параметру киральной аномалии  $y_{\text{R}} - y_{\text{L}}$ , близким к тем, которые были получены в работе [59]. Однако для длинноволнового приближения  $k_0 \ll k_{\text{max}}$  небольшое положительное значение  $y_{\text{L}} > 0$ , возникающее до момента  $T_{\text{EW}}$ , см. рис. 2.7(d), оказывается достаточным, чтобы сфалеронные переходы смогли уничтожить БАВ.

## 2.10. Выводы: космологические магнитные поля

В разд. 2.1-2.3.2 была продемонстрирована связь между поляризационным оператором фотона, вычисленным методами теории поля, и макроскопи-

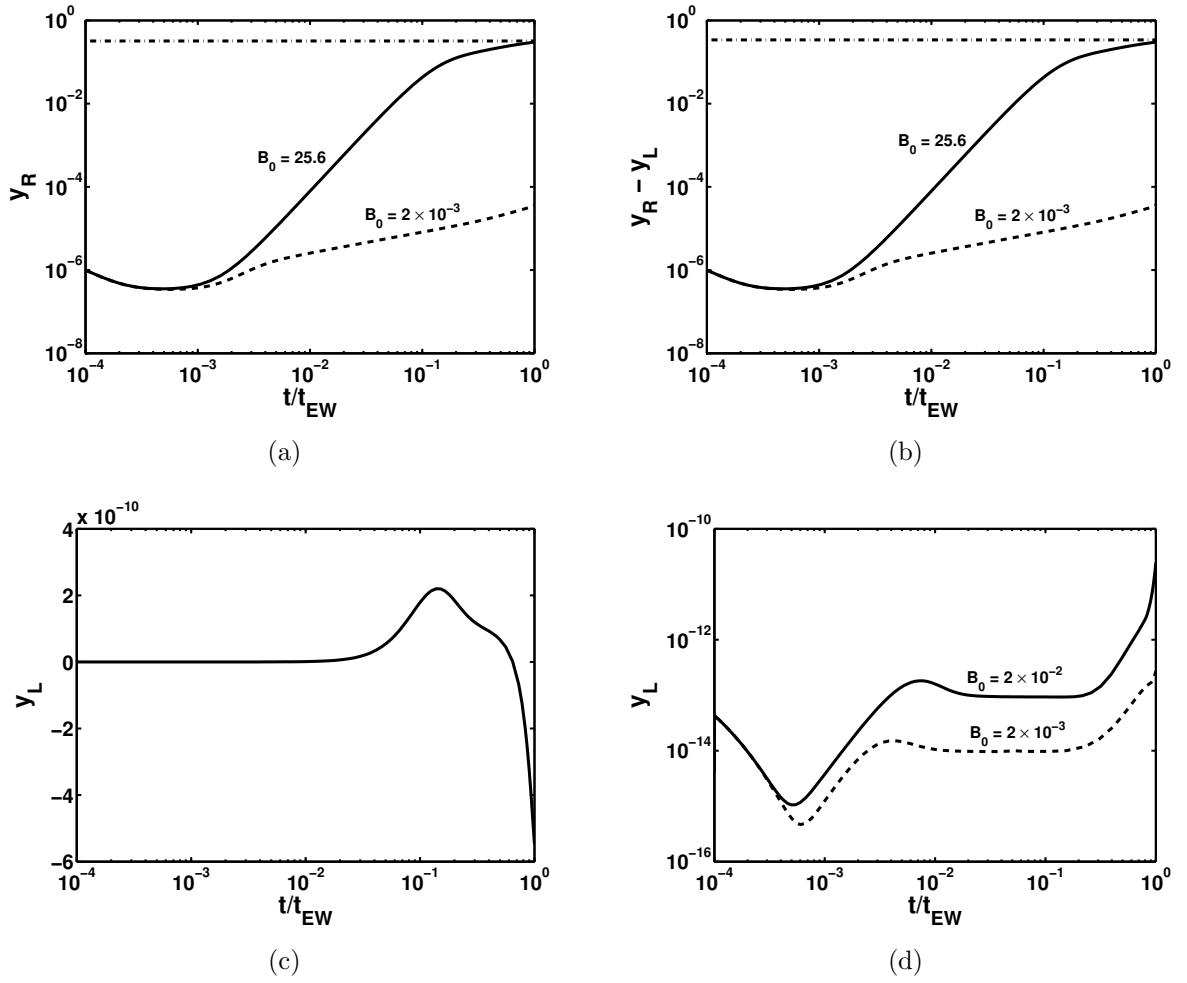


Рис. 2.7. Нормированные химические потенциалы  $y_{R,L}$  и параметр киральной аномалии  $y_R - y_L$  как функции  $t/t_{EW}$  для  $B_Y^{(0)} = 10^{19}$  G. (a) Нормированный химический потенциал  $y_R$  для  $B_0 = 25.6$  (сплошная линия) и  $B_0 = 2 \times 10^{-3}$  (штриховая линия). Штрих-пунктирная линия соответствует асимптотическому значению  $y_R = 0.32$  вычисленному аналитически в формуле (2.82). (b) Параметр киральной аномалии  $y_R - y_L$  для  $B_0 = 25.6$  (сплошная линия) и  $B_0 = 2 \times 10^{-3}$  (штриховая линия). Штрих-пунктирная линия соответствует асимптотическому значению  $y_R - y_L$  равному 0.34. (c) Нормированный химический потенциал  $y_L$  для  $B_0 = 25.6$ . (d) Нормированный химический потенциал  $y_L$  для  $B_0 = 2 \times 10^{-2}$  (сплошная линия) и  $B_0 = 2 \times 10^{-3}$  (штриховая линия).

ческой МГД. При этом МГД было модифицировано появляющимся из-за вклада СМ членом ЧС  $\Pi_2$ , который нарушает четность. Это приводит к новому  $\alpha$ -параметру в формуле (2.19) в уравнении Фарадея. В Приложении Г был выведен точный пропагатор заряженного лептона в присутствии нейтринного газа. Этот пропагатор использовался для расчета однопетлевого вклада в поляризационный оператор. Были получены вклады как виртуальных лептонов (см. формулу (2.5)), так и частиц в плазме, имеющих отличную от нуля температуру и плотность (см. формулы (2.7) и (2.8)).

Для вывода вклада плазмы в поляризационный оператор использовалась теория возмущений с мнимым временем. Выражение для  $\Pi_2^{(\nu l)}$  было выведено в предположении, что  $k^2 < 4m^2$ , что означает, в плазме не происходит рождения  $l\bar{l}$  пар. Действительно, как показано в работе [189], распад плазмона запрещен.

В формуле (2.10) было получено выражение для  $\Pi_2^{(\nu l)}$  в случае низкотемпературной классической электронной плазмы. Было показано, что  $\Pi_2^{(\nu l)} \sim G_F \alpha_{\text{em}}$ , в то время как  $\Pi_2^{(\nu)}$   $\sim G_F \alpha_{\text{em}}^2$ . Таким образом получается, что  $\Pi_2^{(\nu l)}$  на три порядка больше  $\Pi_2^{(\nu)}$ . Поэтому нельзя пренебрегать  $\Pi_2^{(\nu l)}$  по сравнению с  $\Pi_2^{(\nu)}$ , как это было сделано в работе [182]. Полученное выражение для  $\Pi_2$  отличается от результатов работы [183], где вычисление было сделано для  $e\bar{e}$ -плазмы и  $\nu\bar{\nu}$ -газа в приближении Ферми. Это расхождение связано с тем, что радиационные поправки к массе электрона в горячей и плотной плазме (см. формулу (2.13)) не были учтены в работе [183].

Двухпетлевой вклад в  $\Pi_2$  был вычислен в работе [105]. Было найдено, что  $\Pi_2$  отлично от нуля для фонового вещества с ненулевой асимметрией  $\nu\bar{\nu}$ -газа, даже если все заряженные лептоны и кварки являются виртуальными. В разд. 2.1 и 2.2 явно продемонстрировано, что в нижнем порядке по  $G_F$  в случае классической электронной плазмы с низкой температурой и плотностью полное выражение  $\Pi_2 = \Pi_2^{(\nu)} + \Pi_2^{(\nu l)} \rightarrow 0$  при  $k^2 \rightarrow 0$ . Этот результат согласуется с результатом статьи [186]. Таким образом, выведенное выражение для  $\Pi_2$  обобщает результаты статьи [105], поскольку в нем точно учтены характеристики лептонной

плазмы, такие как  $T$  и  $\mu$ , масса лептонов, которую нельзя опустить в горячем и плотном веществе (см., например, статьи [192, 193]), а также закон дисперсии фотонов. Более того, в отличие от работы [105], использованный здесь метод вычислений позволяет воспроизвести значение  $\Pi_2 = 0$ , соответствующее случаю  $\nu\bar{\nu}$ -газа с ненулевой асимметрией  $n_\nu - n_{\bar{\nu}} \neq 0$ , и только виртуальных заряженных лептонов с  $T = 0$  и  $\mu = 0$ .

В разд. 2.3 было рассмотрено приложение для описания эволюции магнитного поля в горячей плазме ранней Вселенной с  $T \gg m_e$ . В этом случае наблюдается возможность роста магнитного поля за счет нейтринной асимметрии. Кроме того обнаружено, что можно пренебречь магнитной диффузией. Конечно, в данном механизме необходимо наличие затравочного поля  $B_0$ , которое затем усиливается за счет динамо.

На этой основе, в формуле (2.21) была найдена нижняя граница на нейтринные асимметрии, обеспечивающая рост поля в горячей плазме ранней Вселенной, которая согласуется с известной (верхней) границей на асимметрию электронных нейтрино из первичного нуклеосинтеза [195]. На этом этапе эволюции вселенной, новый механизм, предложенный в разделе 2.3.2 для усиления магнитного поля за счет нейтринных асимметрий в горячей плазме, является более предпочтительным по сравнению с подходом основанным на киральной электронной асимметрии  $\sim (\mu_R - \mu_L)$  [104].

Результат совместного учета КМЭ и МГД-турбулентности, выполненного в разд. 2.4-2.5.2, при эволюции магнитного поля в ранней вселенной показан на рис. 2.4. На рис. 2.4 видно, что чем сильнее начальное магнитное поле, тем заметнее различие между турбулентными и нетурбулентными случаями. Параметр киральной аномалии  $\mu_5(t)$  имеет большие значения за счет турбулентности вещества, начиная с ЭСФП. Затем при температуре в несколько сотен MeV он плавно уменьшается и спадает немного быстрее, чем при учете только КМЭ. Это можно объяснить обратным каскадом с увеличением крупномасштабных вкладов в спектрах, когда роль турбулентного движения уменьшается.

Зависимость  $\mu_5$  от параметра турбулентности  $K_d$  является неявной в уравнении (2.58). Такая неявная зависимость следует из характеристик магнитного поля  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{R}$ , которые, очевидно, зависят от этого параметра, как видно из уравнений (2.56) и (2.57). В то время как диффузионные члены для магнитной спиральности  $\mathcal{H}$  и спектров плотности магнитной энергии  $\mathcal{R}$  усиливаются эффектами турбулентности  $\sim K_d$ , условия неустойчивости (генерации)  $\sim \mathcal{M} \sim \mu_5$  дополняются по-разному через тот же параметр  $K_d$ . Турбулентное движение влияет на магнитную спиральность  $\mathcal{H}$  даже при уменьшающемся киральном дисбалансе  $\mu_5$ ; ср. рис. 2.4(e) и 2.4(f). Магнитная энергия  $\mathcal{R}$  дополнительно уменьшается из-за турбулентного параметра  $K_d$ . Это приводит к тому, что сплошные кривые для напряженности магнитного поля на рис. 2.4(c) и 2.4(d) лежат ниже штрихованных линий, соответствующих только учету КМЭ.

Подчеркнем, что такие противоположные вклады турбулентного движения  $\sim \mathbf{v}$  в эволюцию  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{R}$  непосредственно следуют из разных знаков перед параметром  $\alpha_d$  в формуле (2.33), в отличие от результатов работы [181]. Другим важным результатом, полученным в разд. 2.5, является изучение влияния турбулентности плазмы на неустойчивость магнитного поля. В разд. 2.4 скорость плазмы аппроксимировалась силой Лоренца; ср. формулу (2.30). В рамках этой модели, используя результаты разд. 2.5.1, можно видеть, что если учитывать только вклад плазменной турбулентности, т.е. предполагая, что  $\alpha_d \neq 0$  и  $\alpha_{\text{СМЕ}} = 0$ , то затравочное магнитное поле не может быть усилено. Этот результат следует из уравнения (2.37). Данный вывод противостоит результатам работы [181], где утверждается, что плазменная турбулентность, описанная в рамках выбранной модели, может обеспечить усиление затравочного магнитного поля.

Физическая причина вышеупомянутой несогласованности полученных результатов с результатами работы [181] основана на следующем факте: модель для учета скорости плазмы в уравнении Фарадея (2.28) подразумевает замену  $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{F}_L$  в формуле (2.30). Как известно, сила Лоренца не способна придавать

линейное ускорение заряженным частицам в плазме. Таким образом, самоподдерживающиеся электрические токи, которые могут генерировать неустойчивое магнитное поле, не могут возбуждаться в такой плазме. Это означает, что неустойчивость магнитного поля не может быть реализована, если выбрать данную модель учета турбулентного движения вещества. Поэтому представление спектров в виде гиперболических функций в уравнении (2.36) возможно только в том случае, если учитывается КМЭ и его вклад является доминирующим, т.е., когда  $|\alpha_{\text{СМЕ}}| > |\alpha_d|$ . Рассматривая только турбулентность, можно ожидать лишь более быстрый распад мод в спектрах соответствующих большим  $k$ ; ср. уравнения (2.34) и (2.52).

В разд. 2.6-2.9 было исследовано каким образом киральная асимметрия  $\Delta\mu = \mu_{e_R} - \mu_{e_L} \neq 0$  возникает перед ЭСФП в сценарии, в котором генерация БАВ происходит благодаря начальной асимметрии правых электронов  $\xi_{e_R}(t_0) = \mu_{e_R}/T_0 \simeq 10^{-10}$ . Если рассматриваются температуры  $T \leq T_0 = T_{\text{RL}} \sim 10 \text{ TeV}$ , то реакции с изменением киральности придут в равновесие. Тогда при  $t > t_0$  нарушение лептонных чисел приводит к ненулевой асимметрии левых электронов  $\xi_{e_L}(t) = \mu_{e_L}/T \neq 0$ . Заметим, что нарушение лептонных чисел происходит из-за абелевых аномалий и из-за наличия  $SU(2)_W$ -аномалии. Полученная асимметрия левых электронов приводит к изменению начальной асимметрии правых электронов  $\xi_{e_R}(t)$  и влияет на эволюцию БАВ.

Было получено, что сфалеронные процессы наиболее эффективно уничтожают БАВ в случае крупномасштабных гипермагнитных полей. Кроме того, было обнаружено, что чем больше начальное гипермагнитное поле  $B_Y^{(0)}$ , тем больше лептонная и барионная асимметрии.

Несмотря на использование упрощенной конфигурации поля в виде волны ЧС, был получен ряд важных результатов. Чтобы получить БАВ близкую к наблюдаемому значению  $B_{\text{obs}}(t_{\text{EW}}) \sim 10^{-10}$ , волновое число ЧС принималось равным  $k_0 \simeq 10^{-3}k_{\text{max}}$ , где  $k_{\text{max}} = 10^{-7}T_{\text{EW}}$  соответствует максимальному волновому числу для гипермагнитного поля, для которого не существенны

омические потери на момент ЭСФП. Макроскопическое дальнедействующее гиперзарядовое поле имеет масштаб  $\Lambda = k_0^{-1}$ , который намного больше среднего расстояния между частицами в плазме  $T^{-1}$ , а с другой стороны, намного меньше размера горизонта  $\Lambda \ll l_H = 10^{16}/T_{EW}$ , который на момент ЭСФП намного больше масштабов  $k_0^{-1} = 10^7/T_{EW}$  и  $k_0^{-1} \simeq (10^{10} - 10^{11})/T_{EW}$  используемых на рис. 2.6-2.7. Таким образом, генерируемые магнитные поля являются довольно мелкомасштабными, и для того чтобы получить необходимый масштаб наблюдаемых галактических магнитных полей, видимо, нужно использовать идею обратного каскада, который развивается после ЭСФП для максвелловских полей [214], которые возникают из гиперзарядовых полей в рассматриваемом причинном сценарии. Заметим, что для эффективного осуществления обратного каскада требуется значительная магнитная спиральность. Для волны ЧС плотность спиральности  $h_Y \sim k_0^3 \int dt Y^2(t)$  уменьшается с понижением волнового числа  $k_0$  быстрее чем плотность энергии  $\rho_Y^{(B)} = B_Y^2/2 = k_0^2 Y^2(t)/2$ . Другими словами, чем меньше  $k_0$ , тем больше конфигурация волны ЧС отклоняется от максимально спирального поля, подчиняющегося отношению  $k_0 h_Y^{\max} = 2\rho_Y^{(B)}$ . Это обстоятельство следует учитывать для более реалистичного непрерывного спектра гиперзарядового поля.

Кроме того, выбор волны ЧС представляется оправданным для описания перехода гиперзарядового поля в максвелловское во время ЭСФП. Этот факт был установлен в работе [215] на основе сохранения спиральности для трехмерной конфигурацией  $Y_\mu$ , которое проникает через доменную стенку, разделяющую фазы с нарушенной и ненарушенной симметрией во время ЭСФП  $T \sim T_{EW}$ .

Эволюция соответствующей гипермагнитной спиральности для произвольной конфигурации гипермагнитных полей перед ЭСФП  $H_Y = \int d^3\mathbf{x} (\mathbf{Y} \cdot \mathbf{B}_Y)$  была изучена в работе [102], в пренебрежении гипермагнитной диффузией. Последующая эволюция магнитной спиральности в горячей плазме при температурах  $T \ll T_{EW}$  была проанализирована в том же приближении в работе [216],

опираясь на модель, предложенную в работе [217] для параметра магнитной спиральности  $\alpha \sim G_F$ . Существует, однако, альтернативный механизм образования  $\alpha$ -параметра динамо, предложенный в статьях [104, 105], который может более эффективно описать эволюцию максвелловских полей. Тем не менее, подход развитый в работе [105] содержит ряд противоречий, которые были отмечены выше в данном разделе.

Таким образом, в разд. 2.6-2.9 была оценена киральная асимметрия  $\Delta\mu = \mu_{e_R} - \mu_{e_L}$ , возникающая только на момент ЭСФП  $T \simeq T_{EW}$ , используя простейшую конфигурацию гиперзарядового поля — волну ЧС — и учитывая прямые и обратные распады хиггсовских бозонов, а также сфалеронные процессы. Эволюция лептонной и хиггсовской асимметрии изучалась при температурах  $T_{EW} \leq T \leq T_{RL}$ . Барионная и лептонная асимметрии довольно сильно зависят от длины волны ЧС  $k_0^{-1}$ . Исчезновение БАВ из-за сфалеронных переходов при наличии левых частиц при  $T < T_{RL}$  не происходит в широкой области волновых чисел ЧС. Таким образом сценарий генерации БАВ за счет асимметрии правых электронов  $e_R$  не подвержен наличию сильных гипермагнитных полей. При этом оказывается, что усиление за счет динамо оказывается весьма незначительным для случая волны ЧС. Можно рассматривать альтернативные механизмы усиления гипермагнитного поля, основанные, например, на наличии нового псевдоскалярного поля взаимодействующего с плотностью гиперзаряда [218]. В рамках СМ трехмерная конфигурация гипермагнитного поля, по-видимому, является более эффективной для рассматриваемых проблем.



## Глава 3

# Генерация сильных магнитных полей в компактных звездах

В данной главе изучается генерация магнитных полей за счет электро-слабого взаимодействия и применение полученных результатов для построения модели магнитаров. В разд. 3.1 выводится выражение для аномального тока безмассовых заряженных фермионов текущего вдоль внешнего магнитного поля. При этом предполагается, что эти фермионы электрослабо взаимодействуют с фоновым веществом. Вместо мацубаровской техники, использованной в работах [62, 63] (см. также разд. 2.2), электрический ток вычисляется на основе точного решения уравнения Дирака для данных фермионов.

Затем, в разд. 3.2 будет исследовано влияние ненулевой массы заряженных частиц на генерацию аномального электрического тока с учетом электрослабого взаимодействия с фоновым веществом. Для того, чтобы вычислить аномальный ток будут использованы два метода: точное решение уравнения Дирака во внешних полях [63, 65, 219, 220] и расчет антисимметричного вклада в поляризационный оператор фотона в веществе [61, 105]. В обоих случаях будет показано, что индуцированный ток вдоль магнитного поле исчезает для любой ненулевой массы заряженных частиц. Затем обсуждается применимость полученного результата для генерации магнитных полей в НЗ.

В разд. 3.3 и 3.4 результаты разд. 3.1 (см. также работы [63, 65–68]) применяются для описания неустойчивости магнитного поля, приводящей к его росту, в кварковом веществе в ГЗ/КЗ. В разд. 3.3, выведены кинетические уравнения, описывающие эволюцию магнитного поля и киральных дисбалансов в кварковом веществе. Также сформулированы начальные условия соответствующие типичному астрофизическому веществу. Затем в разд. 3.4 приведены результаты численных решений этих кинетических уравнений.

Применение результатов полученных в разд. 3.3 и 3.4 для описания вспышек магнитаров обсуждается в разд. 3.5-3.7 (см. также статью [70]). В разд. 3.5 выводятся уравнения описывающие эволюцию мелкомасштабного магнитного поля с учетом МГД-турбулентности (см. разд. 2.5) в кварковом веществе. Эти уравнения эволюции численно решены в разд. 3.6. Результаты численного моделирования применяются в разд. 3.7 для объяснения электромагнитного излучения магнитаров.

В разд. 3.8 рассматривается приложение вычисления параметра ЧС в разделах 2.1 и 2.2 для описания генерации магнитного поля в релятивистской электронной плазме при взрыве СН за счет электрослабого взаимодействия между электронами и нейтрино. Возникающая при этом неустойчивость поля обусловлена нейтринной асимметрией  $\Delta n_\nu = n_\nu - n_{\bar{\nu}} \neq 0$ .

Наконец, в разд. 3.9 обсуждаются полученные результаты и их применимость для моделирования магнитных полей в магнитарах. Вычисление скорости изменения спиральности кварков при их взаимных столкновениях приводится в Приложении Ж. Расчет времени увлечения в плотном кварковом веществе дается в Приложении З.

### **3.1. Киральный магнитный эффект в присутствии электрослабого взаимодействия нарушающего пространственную четность**

В этом разделе будет получено решение уравнения Дирака для безмассового заряженного фермиона, электрослабо взаимодействующего с фоновым веществом под действием внешнего магнитного поля. Затем будет выведен индуцированный электрический ток вдоль направления магнитного поля.

Рассматривая электрослабое взаимодействие между пробным фермионом и фермионами фонового вещества в приближении Ферми [221], получаем, что

уравнение Дирака для безмассовых фермионов в рассматриваемой системе имеет вид,

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu + eA_\mu) - \gamma^0 (V_L P_L + V_R P_R)] \psi_f = 0, \quad (3.1)$$

где  $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma})$  – матрицы Дирака,  $A^\mu = (0, 0, Bx, 0)$  – векторный потенциал магнитного поля, направленного вдоль оси  $z$ ,  $P_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$  – киральные проекционные операторы,  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ , а  $V_{L,R}$  – эффективные потенциалы взаимодействия левого и правого фермиона с фоновым веществом. Явный вид  $V_{L,R}$  для случая взаимодействия между электронами и нуклонами можно найти в работе [63]. Ситуация электрослабого взаимодействия между кварками будет рассмотрена ниже в разд. 3.3. Заметим, что в уравнении (3.1) для определенности рассматривается случай отрицательно заряженного фермиона с зарядом  $q_f = -e$ , где  $e > 0$ . В дальнейшем верхний знак как в  $\mp$ , так и  $\pm$ , во всех выражениях в этом разделе, соответствует левым частицам.

Разложим волновую функцию  $\psi_f$  на киральные проекции как  $\psi_f = \psi_L + \psi_R$ , где  $\psi_{L,R} = P_{L,R}\psi_f$ . Используя матрицы Дирака в стандартном представлении [222],

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  – матрицы Паули, удобно представлять  $\psi_{L,R}^T = (\varphi_{L,R}, \mp\varphi_{L,R})$ . Используя уравнение (3.1) и разделяя переменные  $\varphi_{L,R} = \exp(-iE_{L,R}t + ip_y y + ip_z z)\varphi_{L,R}(x)$ , получаем следующее уравнение для двухкомпонентных спиноров  $\varphi_{L,R}(x)$ :

$$[P_0 \pm (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{P})] \varphi_{L,R} = \begin{pmatrix} P_0 \pm p_z & \mp i\sqrt{eB} [\partial_\eta + \eta] \\ \mp i\sqrt{eB} [\partial_\eta - \eta] & P_0 \mp p_z \end{pmatrix} \varphi_{L,R} = 0, \quad (3.3)$$

где  $P^\mu = (E_{L,R} - V_{L,R}, -i\partial_x, p_y + eBx, p_z)$  и  $\eta = \sqrt{eB}x + p_y/\sqrt{eB}$ .

Решение уравнения (3.3) можно найти, используя функции Эрмита  $u_n(\eta) =$

$(eB/\pi)^{1/4} \exp(-\eta^2/2) H_n(\eta) / \sqrt{2^n n!}$ , где  $H_n(\eta)$  – полином Эрмита, в виде,

$$\varphi_{L,R}(x) = \frac{1}{4\pi\sqrt{P_0}} \begin{pmatrix} \sqrt{P_0 \mp p_z} u_{n-1} \\ \mp i\sqrt{P_0 \pm p_z} u_n \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

для  $n = 1, 2, \dots$ . Нормировочный коэффициент в формуле (3.4) соответствует следующей нормировке четырехкомпонентной волновой функция  $\psi_{L,R}^T = (\varphi_{L,R}, \mp\varphi_{L,R})$ :

$$\int (\psi_{L,R})_{np_y p_z}^\dagger (\psi_{L,R})_{n'p'_y p'_z} d^3x = \delta_{nn'} \delta(p_y - p'_y) \delta(p_z - p'_z). \quad (3.5)$$

Уровни энергии можно найти из выражения,

$$P_0^2 = (E_{L,R} - V_{L,R})^2 = p_z^2 + 2eBn. \quad (3.6)$$

Чтобы получить решение в формуле (3.4), используется следующее свойства функций Эрмита:  $[\partial_\eta + \eta] u_n = \sqrt{2n} u_{n-1}$  и  $[\partial_\eta - \eta] u_{n-1} = -\sqrt{2n} u_n$ .

Если  $n = 0$ , то решение уравнения (3.3) имеет вид,

$$\varphi_{L,R}(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Подставляя выражение (3.7) в соотношение (3.3) и используя формулу (3.6), получаем, что  $p_z > 0$  для левых частиц и  $p_z < 0$  для правых. Следует отметить что при  $n > 0$ ,  $-\infty < p_z < +\infty$ .

Наконец, находим четырехкомпонентную волновую функцию в виде,

$$\psi_{L,R}^{(n>0)}(x) = \frac{1}{4\pi\sqrt{E_{L,R} - V_{L,R}}} \begin{pmatrix} \sqrt{E_{L,R} - V_{L,R} \mp p_z} u_{n-1} \\ \mp i\sqrt{E_{L,R} - V_{L,R} \pm p_z} u_n \\ \mp \sqrt{E_{L,R} - V_{L,R} \mp p_z} u_{n-1} \\ i\sqrt{E_{L,R} - V_{L,R} \pm p_z} u_n \end{pmatrix},$$

$$\psi_{L,R}^{(n=0)}(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \\ 0 \\ \mp u_0 \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Используя формулу (3.8), можно вычислить усредненный электрический ток вдоль магнитного поля как

$$J_z^{L,R} = e \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \int dp_z \left[ \bar{\psi}_{L,R}^{(\bar{f})} \gamma^3 \psi_{L,R}^{\bar{e}} \rho_{\bar{f}}(E_{L,R}^{(\bar{f})}) - \bar{\psi}_{L,R}^{(f)} \gamma^3 \psi_{L,R}^{(f)} \rho_f(E_{L,R}^{(f)}) \right], \quad (3.9)$$

где  $\rho_{f,\bar{f}}(E) = [\exp(\beta(E \mp \mu_{L,R}) + 1)]^{-1}$  – распределения Ферми-Дирака с верхним (нижним) знаком вперед химическим потенциалом для фермионов (антифермионов),  $E_{L,R}^{(f,\bar{f})} = \sqrt{p_z^2 + 2eBn} \pm V_{L,R}$  – уровни энергии для фермионов (верхний знак) и антифермионов (нижний знак),  $\beta = 1/T$  – обратная температура, а  $\mu_{L,R}$  – химические потенциалы левых и правых частиц. Волновые функции антифермионов  $\bar{\psi}_{L,R}^{\bar{f}}$  в формуле (3.9) могут быть получены из волновых функций фермионов  $\psi_{L,R}^f$ , приведенных в соотношении (3.8), путем применения зарядового сопряжения [219].

При  $n > 0$  мы получаем для фермионов,

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{L,R} \gamma^3 \psi_{L,R} &= \mp \frac{1}{8\pi^2(E_{L,R} - V_{L,R})} \\ &\times [(E_{L,R} - V_{L,R} \mp p_z) u_{n-1}^2 - (E_{L,R} - V_{L,R} \pm p_z) u_n^2], \end{aligned} \quad (3.10)$$

и

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \bar{\psi}_{L,R} \gamma^3 \psi_{L,R} = \frac{eB}{4\pi^2} \frac{p_z}{E_{L,R} - V_{L,R}}. \quad (3.11)$$

Интегрируя формулу (3.11) по  $p_z$ , получаем, что уровни Ландау с  $n > 0$  не вносят вклад в электрический ток.

Для низшего уровня Ландау с  $n = 0$  имеем,

$$\bar{\psi}_{L,R} \gamma^3 \psi_{L,R} = \pm \frac{u_0^2}{4\pi^2}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \bar{\psi}_{L,R} \gamma^3 \psi_{L,R} = \pm \frac{eB}{4\pi^2}. \quad (3.12)$$

Наконец, находим для левых фермионов

$$J_z^L = -\frac{e^2 B}{4\pi^2} \int_0^{+\infty} dp_z \rho_f(p_z + V_L), \quad (3.13)$$

и для правых фермионов

$$J_z^R = +\frac{e^2 B}{4\pi^2} \int_{-\infty}^0 dp_z \rho_f(-p_z + V_R), \quad (3.14)$$

и аналогичные выражения для антифермионов.

Добавляя вклад позитронов с правильно выбранными знаками и пределами интегрирования, получаем, что полный ток  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_R$ , вызванный киральными эффектами, принимает вид,

$$J_z = \frac{e^2 B}{4\pi^2} \left\{ \int_{-\infty}^0 dp_z \rho_f(-p_z + V_R) - \int_0^{+\infty} dp_z \rho_{\bar{f}}(p_z - V_R) - \int_0^{+\infty} dp_z \rho_f(p_z + V_L) + \int_{-\infty}^0 dp_z \rho_{\bar{f}}(-p_z - V_L) \right\}. \quad (3.15)$$

Приводя подобные слагаемые и переходя к векторным обозначениям, находим выражение для тока в окончательном виде

$$\mathbf{J} = \frac{e^2}{2\pi^2} (\mu_5 + V_5) \mathbf{B}, \quad (3.16)$$

которое должно быть добавлено к обычному омическому току  $\mathbf{J}_{\text{Ohm}}$  в стандартной плазме КЭД. В формуле (3.16),  $\mu_5 = (\mu_R - \mu_L)/2$  и  $V_5 = (V_L - V_R)/2$ . Стоит упомянуть, что формула (3.16) справедлива для любой температуры плазмы. Первый член ( $\sim \mu_5$ ) в соотношении (3.16) воспроизводит КМЭ известный, например, в плазме КХД [223], а второе слагаемое ( $\sim V_5$ ) определяется электрослабым взаимодействием и имеет поляризационное происхождение (см., например, работу [209]).

## 3.2. Влияние массы заряженных частиц на генерацию аномального тока вдоль магнитного поля

В разд. 3.1 предполагалось, что масса заряженных фермионов точно равна нулю. Это приводило к возникновению аномального электрического тока вдоль магнитного поля. В данном разделе будет исследована роль массы фермионов при генерации подобного тока [77].

В работах [63, 65–68] была предложена модель генерации магнитного поля в магнитарах на основе неустойчивости магнитного поля в веществе НЗ, состоящий из электронов и нейтронов, взаимодействующих между собой посредством

электрослабых сил. В рамках данной модели предсказывался рост затравочного магнитного поля  $B_0 \sim 10^{12}$  G, характерного для пульсара, до значений, ожидаемых в магнитарах во временных интервалах, сравнимых с возрастом магнитаров. Как показано в работах [66, 68], тепловое движение фоновых фермионов в веществе НЗ может быть источником энергии обеспечивающим рост магнитного поля.

В работах [63, 65–68] рассматривалось взаимодействие внутри НЗ между ультрарелятивистскими электронами и нерелятивистскими нейтронами, которые являются сильно вырожденными. Основываясь на том факте, что электроны ультрарелятивистские, масса электрона не учитывалась и приближенно рассматривалась эволюция по отдельности правых и левых киральных компонент электрон-позитронного поля. Подобное приближение использовалось в работах [64, 126], где обсуждалась генерация тороидального магнитного поля в НЗ.

Несмотря на то, что электрон в НЗ является ультрарелятивистским, он имеет ненулевую массу. Любая ненулевая масса электрона нивелирует проявление КМЭ. Скорость изменения спиральности  $\Gamma_f$  релятивистских электронов в веществе НЗ недавно была вычислена в работах [67, 68, 125]. Было найдено, что  $\Gamma_f \sim m_e^2$ , где  $m_e$  масса электрона, что приводит к смешиванию киральных проекций ультрарелятивистских электронов и уменьшает начальный киральный дисбаланс. К тому же, в работе [219] упоминалось, что любая ненулевая масса заряженной частицы может приводить к занулению индуцированного аномального электрического тока и к исчезновению КМЭ.

Главной особенностью модели в работах [63, 65–68] является существование отличного от нуля электрического тока вдоль направления магнитного поля:  $\mathbf{J} = \mathbf{P}\mathbf{V}$  (см. формулу (3.16)). Данный ток является эффективным, т.е. он существует только в веществе. Как показано в работе [61], уравнения Максвелла, модифицированные с учетом этого тока, имеют неустойчивое решение приводящее к экспоненциальному росту затравочного магнитного поля. В настоящем

разделе будет тщательно проанализирована роль массы заряженных частиц на генерацию индуцированного аномального тока в присутствии нарушающего четность электрослабого взаимодействия. Следует отметить, что, помимо ультррелятивистских электронов, вещество НЗ также должно содержать такое же количество вырожденных, нерелятивистских протонов чтобы вся звезда была электронейтральной. Следовательно, необходимо также проанализировать вклад этих протонов в аномальный электрический ток.

Сначала необходимо кратко напомнить вид электрослабого взаимодействия заряженной частицы, протона или электрона, с нейтроном. Как и в разд. 3.1 это взаимодействие будет учитываться в приближении упругого рассеяния вперед на основе модели Ферми. Будем считать, что фоновое вещество НЗ состоит в основном из нейтронов, которые принимаются неполяризованными и макроскопически неподвижными. Учитывая вклады нейтральных и заряженных токов [224], получим эффективный лагранжиан взаимодействия пробной заряженной частицы, описываемой биспинором  $\psi$ , с этим ядерным веществом,

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\bar{\psi}\gamma^0 (V_L P_L + V_R P_R) \psi. \quad (3.17)$$

Эффективные потенциалы  $V_{L,R}$  в уравнении (3.17) имеют вид:

$$V_L = \sqrt{2}G_F n_n \left( \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right), \quad V_R = -\sqrt{2}G_F n_n \sin^2 \theta_W, \quad (3.18)$$

для электронов и

$$V_L = \sqrt{2}G_F n_n \left( 2|V_{ud}|^2 + \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \right), \quad V_R = \sqrt{2}G_F n_n \sin^2 \theta_W, \quad (3.19)$$

для протонов. В формулах (3.18) и (3.19),  $n_n$  – концентрация нейтронов,  $V_{ud} \approx 0.97$  – элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы, а  $\sin^2 \theta_W \approx 0.23$  – параметр Вайнберга.

Индукированный электрический ток вычисляется с помощью точного решения уравнения Дирака во внешних полях. Уравнение Дирака для заряженной частицы, в котором учтено электрослабое взаимодействие с ядерным веществом в формулах (3.17)-(3.19), под действием внешнего магнитного поля



$\mathbf{V} = (0, 0, B)$ , имеет вид,

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - eA_\mu) - m - \gamma^0 (V_L P_L + V_R P_R)] \psi = 0, \quad (3.20)$$

где  $A^\mu = (0, 0, Bx, 0)$  – четырех-вектор потенциала электромагнитного поля в калибровке Ландау,  $e$  – электрический заряд ( $e < 0$  для электрона и  $e > 0$  для протона), а  $m$  – масса частицы.

Рассмотрим сначала решения уравнения (3.20) для положительно заряженных частиц с  $e > 0$ , т.е. для протонов. Переменные в уравнении (3.20) разделяются обычным способом:  $\psi = \exp(-iEt + ip_y y + ip_z z) \psi_x$ , где  $\psi_x = \psi_x(x)$  – биспинор зависящий только от координаты  $x$ . Удобно выбрать матрицы Дирака в киральном представлении [222]

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

Можно также представить биспинор  $\psi_x$  используя двухкомпонентные киральные спиноры  $\psi_x^T = (\xi, \eta)$ . На основе уравнений (3.20) и (3.21) получаем уравнения для  $\xi$  и  $\eta$ ,

$$\begin{pmatrix} P_0 + V_5 - p_z & i\sqrt{eB}D_- \\ i\sqrt{eB}D_+ & P_0 + V_5 + p_z \end{pmatrix} \xi = -m\eta, \\ \begin{pmatrix} P_0 - V_5 + p_z & -i\sqrt{eB}D_- \\ -i\sqrt{eB}D_+ & P_0 - V_5 - p_z \end{pmatrix} \eta = -m\xi, \quad (3.22)$$

где  $P_0 = E - \bar{V}$ ,  $\bar{V} = (V_L + V_R)/2$ ,  $D_\pm = \partial_\chi \pm \chi$ , а  $\chi = \sqrt{eB}x - p_y/\sqrt{eB}$ .

Предполагая, что  $\psi_x \rightarrow 0$  при  $|x| \rightarrow \infty$ , будем искать решение уравнения (3.22).

в виде,

$$\xi = \begin{pmatrix} C_1 u_n \\ -iC_2 u_{n-1} \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} C_3 u_n \\ -iC_4 u_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

где  $u_n = u_n(\chi)$  – функция Эрмита,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , а  $C_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , – спиновые коэффициенты. Явный вид  $u_n$  можно найти, например, в работе [63].

Используя следующие свойства  $u_n$ :  $D_+ u_n = \sqrt{2n} u_{n-1}$  and  $D_- u_{n-1} = -\sqrt{2n} u_n$ , а также формулу (3.23), получаем соотношения между  $C_i$ ,

$$\begin{aligned} mC_{1,3} + (P_0 \mp V_5 \pm p_z) C_{3,1} \pm \sqrt{2eBn} C_{4,2} &= 0, \\ mC_{2,4} + (P_0 \mp V_5 \mp p_z) C_{4,2} \pm \sqrt{2eBn} C_{3,1} &= 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Нормировку волновой функции протона следует выбирать в виде,

$$\int d^3x \psi_{n,p_y,p_z}^\dagger \psi_{n',p'_y,p'_z} = \delta_{nn'} \delta(p_y - p'_y) \delta(p_z - p'_z). \quad (3.25)$$

Таким образом,  $C_i$  подчиняются соотношению

$$\sum_{i=1}^4 |C_i|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2}. \quad (3.26)$$

Уровни энергии можно получить из уравнений (3.24) в форме,

$$(E - \bar{V})^2 = (E_0 + sV_5)^2 + m^2, \quad (3.27)$$

где  $E_0 = \sqrt{2eBn + p_z^2}$  – энергия безмассовой заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле, а  $s = \pm 1$ . Уровни энергии в уравнении (3.27) совпадают с найденными в работе [220], где был рассмотрен электрон, взаимодействующий с нейтронами и внешним магнитным полем. В работе [220] была использована симметричная калибровка для векторного потенциала  $\mathbf{A}$ .

Сначала изучим случай  $n > 0$ . Явный вид  $C_i$  можно найти, если использовать следующие выражения:

$$\begin{aligned} C_{3,4} (P_0 - V_5 - sE_0) + mC_{1,2} &= 0, \\ C_{2,4} (sE_0 - p_z) + \sqrt{2eBn} C_{1,3} &= 0, \end{aligned} \quad (3.28)$$

которые следуют из уравнений (3.24). Отметим, что формула (3.28). является следствием существования дополнительного спинового интеграла уравнения (3.20), найденного в работе [220]. Используя формулы (3.26)-(3.28), получа-

ем  $C_i$  в виде

$$\begin{aligned}
|C_1|^2 &= \frac{s}{(2\pi)^2 4E_0 P_0} (sE_0 - p_z) (P_0 - V_5 - sE_0), \\
|C_2|^2 &= \frac{s}{(2\pi)^2 4E_0 P_0} \frac{2eBn (P_0 - V_5 - sE_0)}{(sE_0 - p_z)}, \\
|C_3|^2 &= \frac{s}{(2\pi)^2 4E_0 P_0} \frac{m^2 (sE_0 - p_z)}{(P_0 - V_5 - sE_0)}, \\
|C_4|^2 &= \frac{s}{(2\pi)^2 4E_0 P_0} \frac{m^2 2eBn}{(sE_0 - p_z) (P_0 - V_5 - sE_0)}. \tag{3.29}
\end{aligned}$$

Если  $n = 0$ , то можно непосредственно воспользоваться формулой (3.24). В этом случае получаем, что  $s = -1$ ,  $C_2 = C_4 = 0$ , и

$$\begin{aligned}
|C_1|^2 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{(P_0 - V_5 + p_z)^2}{(P_0 - V_5 + p_z)^2 + m^2}, \\
|C_3|^2 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{(P_0 - V_5 + p_z)^2 + m^2}. \tag{3.30}
\end{aligned}$$

Энергию низшего уровня можно найти из соотношения  $(E - \bar{V})^2 = m^2 + (p_z - V_5)^2$ .

Теперь, когда имеется волновая функция протона в явном виде, можно вычислить усредненный электрический ток этих частиц вдоль магнитного поля, который имеет вид,

$$J_z = e \sum_{n=0}^{\infty} \sum_s \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y dp_z \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^3 \psi f(E - \mu), \tag{3.31}$$

где  $f(E) = [\exp(E/T) + 1]^{-1}$  – функция распределения Ферми-Дирака,  $T$  – температура, а  $\mu$  – химический потенциал. Используя формулы (3.21) и (3.23), получаем квантовомеханическое среднее

$$j_z^{(n)} = e \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^3 \psi = e^2 B \left( |C_2|^2 + |C_3|^2 - |C_1|^2 - |C_4|^2 \right). \tag{3.32}$$

На основе уравнений (3.29) и (3.30) находим, что

$$j_z^{(n>0)} = -\frac{e^2 B}{(2\pi)^2} \frac{sp_z (V_5 + sE_0)}{E_0 P_0}, \tag{3.33}$$

при  $n > 0$ , и

$$j_z^{(0)} = -\frac{e^2 B}{(2\pi)^2} \frac{p_z - V_5}{P_0}, \quad (3.34)$$

для  $n = 0$ . Используя формулы (3.27), (3.33) и (3.34), получаем, что после статистического усреднения,

$$J_z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_s \langle j_z^{(n)} \rangle = 0, \quad \langle j_z^{(n)} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z j_z^{(n)} f(E - \mu) = 0, \quad (3.35)$$

для любого  $n$ .

Тот факт, что  $\langle j_z^{(n>0)} \rangle = 0$  очевиден. Действительно, из формулы (3.27) можно заключить, что при  $n > 0$ ,  $P_0$  и  $E_0$  – четные функции  $p_z$ , делая величину  $j_z^{(n>0)}$  в формуле (3.33) нечетной по  $p_z$ . Таким образом, интегрирование по  $p_z$  в формуле (3.35) дает  $\langle j_z^{(n>0)} \rangle = 0$ . Чтобы продемонстрировать, что  $\langle j_z^{(0)} \rangle = 0$ , напомним, что при  $n = 0$ , для частиц  $E = \bar{V} + \sqrt{m^2 + (p_z - V_5)^2}$ . Затем, меняя переменную интегрирования  $p_z \rightarrow p'_z = p_z - V_5$ , получаем, что  $j_z^{(0)}$  в формуле (3.34) нечетное по  $p'_z$ . Интегрируя по  $p'_z$  в формуле (3.35) в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  (см. ниже), получаем, что  $\langle j_z^{(0)} \rangle = 0$ . Восстанавливая векторные обозначения в формуле (3.35), получаем, что электрический ток вдоль магнитного поля исчезает:  $\mathbf{J} = \mathbf{P}\mathbf{V} = 0$ . Аналогично можно продемонстрировать отсутствие вклада массивных античастиц в данный электрический ток.

Можно показать, что индуцированный аномальный ток электронов вдоль магнитного поля также исчезает. Для этого нужно либо найти волновую функцию электрона в калибровке Ландау аналогично уравнениям (3.22)-(3.30), а затем вычислить ток, как в уравнениях (3.31)-(3.35); либо использовать волновую функцию электрона, взаимодействующего с фоновыми нейтронами под действием магнитного поля, найденную в работе [220] в симметричной калибровке. Детали данных вычислений опускаются для краткости.

Причина исчезновения электрического тока массивных частиц состоит в следующем. Хорошо известно, что, в случае безмассовых частиц, ненулевой электрический ток вдоль внешнего магнитного поля обусловлен поляризационными эффектами заряженных частиц на нулевом уровне Ландау [219]. Действи-

тельно, импульс безмассовых частиц коррелирует с их спином. Спин частицы, в свою очередь, коррелирует с направлением магнитного поля при  $\mathbf{n} = 0$ . Таким образом, для безмассовых заряженных частиц на нулевом уровне Ландау, импульс частицы имеет определенное направление по отношению к магнитному полю, т.е.  $p_z$  изменяется либо от 0 до  $+\infty$  или от  $-\infty$  до 0 в зависимости от знака заряда и от киральности частицы [63,65]. Поэтому, если рассматривается аналог формулы (3.35) для безмассовой частицы, то интегрирование по  $p_z$  даст ненулевой результат. Напротив, для массивных частиц,  $p_z$  больше не коррелирует с магнитным полем и меняется от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Это происходит даже при  $\mathbf{n} = 0$  и приводит к обращению  $J_z$  в ноль.

Также можно продемонстрировать исчезновение индуцированного тока вдоль направления магнитного поля в случае массивных частиц с использованием результатов работы [61], в которой был вычислен поляризационный оператор  $\Pi_{\mu\nu}$  в однопетлевом приближении. Отличная от нуля антисимметричная часть поляризационного оператора  $\Pi_{ij} = i\varepsilon_{ijn}k^n\Pi$  описывает индуцированный ток вдоль магнитного поля:  $J^i = -\Pi_{ij}A^j = \Pi B_i$  или  $\mathbf{J} = \Pi\mathbf{B}$ . Выполняя аналогичное работе [61] однопетлевое вычисление поляризационного оператора фотона в среде, состоящей из электронов, протонов и нейтронов, получаем новый форм-фактор  $\Pi$  в пределе  $k^2 \ll m^2$ , в виде

$$\begin{aligned} \Pi = & -\frac{7}{3}e^2V_5 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\mathcal{E}_{\mathbf{p}}^3} \\ & \times \left\{ \frac{m^2}{\mathcal{E}_{\mathbf{p}}^2} \left[ \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{1}{\exp[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \right. \\ & + \frac{m^2\beta}{2\mathcal{E}_{\mathbf{p}}} \left[ \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{1}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \\ & \left. - \frac{\beta^2\mathbf{p}^2}{6} \left[ \frac{\tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)/2]}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} - \mu)] + 1} + \frac{\tanh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)/2]}{\cosh[\beta(\mathcal{E}_{\mathbf{p}} + \mu)] + 1} \right] \right\}, \quad (3.36) \end{aligned}$$

где  $\mathcal{E}_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ ,  $\beta = 1/T$  – величина обратная температуре, а  $k^\mu$  – импульс фотона. В формуле (3.36) в качестве фоновых фермионов служат нейтроны.

В работах [63,65–68], в основном исследовалась генерация магнитного поля

в НЗ, когда она находится в тепловом равновесии, которое достигается по прошествии  $\sim 10^2$  уг после взрыва СН. На этом этапе эволюции НЗ, заряженные частицы, т.е. электроны и протоны, являются сильно вырожденными. Поэтому следует рассмотреть предел  $\mu/T \gg 1$  в формуле (3.36). Принимая во внимание тождества

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{\beta}{\cosh(\beta x) + 1} = 2\delta(x), \quad \lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{\beta^2 \tanh(\beta x/2)}{\cosh(\beta x) + 1} = -2\delta'(x), \quad (3.37)$$

которые также были получены в работе [61], и учитывая, что для вырожденных фермионов справедливо  $\mu_{e,p} = \sqrt{(3\pi^2 n_{e,p})^{2/3} + m^2} > 0$ , где  $n_{e,p}$  – плотности электронов и протонов, получаем, что  $\Pi = 0$  в формуле (3.36). Таким образом, снова находим, что электрический ток массивных заряженных частиц вдоль магнитного поля не генерируется.

Следует отметить, что основной причиной, из-за которой  $\Pi = 0$  в формуле (3.36) является требование  $k^\mu = 0$  при вычислении тензора поляризации. Это соответствует нулевому импульсу фотона/плазмона в веществе НЗ или, иными словами, пределу статического внешнего магнитного поля. Стоит отметить, что, в отличие от настоящей главы, в работе [61], предполагалось, что  $k^2 = \omega_p^2 > 0$ , где  $\omega_p$  – плазменная частота, т.е. в данной работе предполагалось распространение электромагнитной волны.

В заключение данного раздела отметим, что было показано, что индуцированный электрический ток массивных заряженных частиц, текущий вдоль внешнего магнитного поля, исчезает даже если эти частицы взаимодействуют с фоновыми нейтронами посредством электрослабых сил. Данное явление было продемонстрировано на одном конкретном примере: было рассмотрено нарушающее четность электрослабое взаимодействие в приближении Ферми; см. формулы (3.17) –(3.19). Зануление тока было показано с использованием двух методов: точного решения уравнения Дирака во внешних полях и анализа поляризационного оператора фотона. Первый подход является непertурбативным, в то время как во втором методе исчезновение тока демонстрируется в первом

порядке по  $G_F$  и  $\alpha_{em}$ .

Следует обратить внимание на то, что, впервые на зануление индуцированного тока электрослабо взаимодействующих массивных частиц было указано в работе [219], в то время как для безмассовых частиц ненулевой ток вполне может существовать [63, 65, 219]. Тем не менее, это наблюдение было сделано в работе [219] на основе вычисления однопетлевого вклада в поляризационный оператор фотона в рамках теории возмущений. Новизна результата данного раздела по сравнению со статьей [219], состоит в том, что исчезновение тока было показано на основе точного решения уравнения Дирака во всех порядках по  $G_F$  и  $\alpha_{em}$ , т.е. непертурбативно.

Подобная необычная зависимость индуцированного тока от массы заряженных частиц связана с нарушением киральной симметрии для массивных частиц. Массивные и безмассовые частицы принадлежат к различным фазам, в которых киральная симметрия является нарушенной либо восстановленной. Восстановление киральной симметрии может иметь место при наличии фонового вещества с высокой температурой и/или плотностью. Пространственный размер «пузырей», содержащих вещество в симметричной фазе, будет плавным образом зависеть от температуры  $T$  и/или от плотности  $\rho$  фонового вещества. Ненулевой аномальный ток  $\mathbf{J} = \mathbf{P}\mathbf{V}$ , который приводит к неустойчивости магнитного поля, будет существовать только в «пузырях» с восстановленной киральной симметрией. Поэтому, если изучается генерация магнитного поля обусловленная КМЭ в реальных космологических/астрофизических средах, принимая во внимание киральный фазовый переход, масштаб и напряженность этого магнитного поля будут также гладкими функциями  $T$  и/или  $\rho$ .

Следует отметить, что при отсутствии электрослабо взаимодействия, исчезновение КМЭ [219], т.е. зануление индуцированного тока  $\mathbf{J} = 2(\alpha_{em}/\pi)\mu_5\mathbf{V} = 0$  для массивных частиц можно было бы предсказать заранее. Здесь  $\mu_5 = (\mu_R - \mu_L)/2$ , а  $\mu_{R,L}$  – химические потенциалы правых и левых частиц. Действительно, если  $m \neq 0$ , разложение на левые и правые киральные проекции

невозможно, и необходимо положить, что  $\mu_5 = 0$  так как для массивных частиц может существовать только один химический потенциал  $\mu = \mu_R = \mu_L$ . Однако, если присутствует электрослабое взаимодействие с фоновыми фермионами, индуцированный аномальный ток для безмассовых частиц был вычислен в формуле (3.16) (см. также работы [63, 65]) в виде  $\mathbf{J} = 2(\alpha_{\text{em}}/\pi) (\mu_5 + V_5) \mathbf{V}$ . Зануление этого тока для массивных частиц не является очевидным, так как  $V_L \neq 0$  и  $V_R \neq 0$  в уравнениях (3.17)–(3.19), приводя к  $V_5 \neq 0$  как для безмассовых так и для массивных частиц. Таким образом, для того, чтобы показать исчезновение КМЭ для массивных частиц в присутствии электрослабого взаимодействия необходимо специальное исследование, которое и было проведено в данном разделе (см. также статью [77]).

Полученные результаты в равной степени применяются для токов массивных электронов и протонов. Как уже упоминалось выше, несмотря на то, что электроны являются ультрарелятивистскими в НЗ они обладают ненулевыми массами. Поэтому, опираясь на полученные результаты, модель генерации магнитных полей в магнитарах обусловленная взаимодействием между электронами и нуклонами, предложенная в работах [63, 65–68], оказывается под вопросом, пока не указан механизм восстановления киральной симметрии для электронов в НЗ. Как было обнаружено в работе [252], электрослабый фазовый переход в плотном веществе может произойти, если концентрация частиц превышает  $n_{\text{cr}} \sim M_W^3 \approx 6.6 \times 10^{46} \text{ cm}^{-3}$ , где  $M_W \approx 80 \text{ GeV}$  – масса W-бозона. Это значение лежит далеко за пределами плотностей наблюдаемых в НЗ. Подобная критика справедлива и по отношению к результатам работ [126, 129].

Тем не менее, методика развитая в работах [63, 65–68] может быть применена для генерации магнитных полей в компактных звездах с учетом электрослабого взаимодействия между кварками [224]. Как было показано в статье [225], киральная симметрия может быть восстановлена за счет эффектов КХД для самых легких  $u$  и  $d$  кварков для некоторых уравнений состояния ядерной материи в ГЗ/КЗ [226]. Кроме того, как показано в работе [227], эффективные



массы барионов имеют тенденцию к уменьшению, если учитываются радиационные поправки в рамках КХД. Данный факт является указанием на то, что киральная симметрия может быть восстановлена в плотном веществе. Таким образом, результаты работ [63, 65–68] могут быть применены для описания генерации магнитного поля в ГЗ/КЗ. Детали генерации магнитного поля за счет электрослабого взаимодействия между кварками рассмотрены в разд. 3.3.

### 3.3. Неустойчивость магнитного поля в кварковом веществе

Для того, чтобы применить механизм неустойчивости магнитного поля основанный на наличии аномального тока в формуле (3.16), рассмотрим плотное кварковое вещество, состоящее из  $u$  и  $d$  кварков. Допустим, что плотность этого вещества достаточно высока, так что киральная симметрия восстанавливается. В этом случае можно считать, что кварки эффективно безмассовые. Недавно в работе [228] на основе решеточного моделирования было показано, что киральная симметрия имеет тенденцию к восстановлению в кварковом веществе с высокой плотностью. Поэтому можно разложить волновую функцию кварков на левую и правую киральные компоненты, которые эволюционируют независимо, и приписать им различные химические потенциалы  $\mu_{qL,R}$ , где  $q = u, d$  для каждой киральной компоненты.

Обобщая результаты работ [63, 65], получаем, что во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}$  возбуждается аномальный электрический ток (см. также формулу (3.16))

$$\mathbf{J}_5 = \Pi \mathbf{B}, \quad \Pi = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{q=u,d} e_q^2 (\mu_{q5} + V_{q5}), \quad (3.38)$$

где  $e_u = 2e/3$  и  $e_d = -e/3$  – электрические заряды кварков,  $e > 0$  – элементарный заряд,  $\mu_{5q} = (\mu_{qR} - \mu_{qL})/2$  – киральный дисбаланс,  $V_{5q} = (V_{qL} - V_{qR})/2$ , а  $V_{qL,R}$  – эффективные потенциалы электрослабого взаимодействия левых и правых кварков с фоновыми фермионами. Потенциалы  $V_{qL,R}$  были найдены в

работе [64] на основе эффективного лагранжиана описывающего электрослабое взаимодействие  $u$  и  $d$  кварков,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = - \sum_{q=u,d} \bar{q} (\gamma_0^L V_{qL} + \gamma_0^R V_{qR}) q, \quad (3.39)$$

где

$$\begin{aligned} V_{uL} &= - \frac{G_F}{\sqrt{2}} n_d \left( 1 - \frac{8}{3} \xi + \frac{16}{9} \xi^2 - 2|V_{ud}|^2 \right), \quad V_{uR} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} n_d \left( \frac{4}{3} \xi - \frac{16}{9} \xi^2 \right), \\ V_{dL} &= - \frac{G_F}{\sqrt{2}} n_u \left( 1 - \frac{10}{3} \xi + \frac{16}{9} \xi^2 - 2|V_{ud}|^2 \right), \quad V_{dR} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} n_u \left( \frac{2}{3} \xi - \frac{16}{9} \xi^2 \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Здесь  $\gamma_0^{L,R} = \gamma_0 (1 \mp \gamma^5) / 2$ ,  $\xi = \sin^2 \theta_W$  – параметр Вайнберга, а  $n_{u,d}$  – концентрации  $u$  и  $d$  кварков. Предполагается, что вещество звезды электронейтрально. Таким образом, необходимо положить, что  $n_u = n_0/3$  и  $n_d = 2n_0/3$ , где  $n_0 = n_u + n_d$  – полная концентрация кварков в звезде. Используя формулу (3.40), получаем, что

$$V_{5u} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \frac{2n_0}{3} \left( 2|V_{ud}|^2 + \frac{4}{3} \xi - 1 \right), \quad V_{5d} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \frac{n_0}{3} \left( 2|V_{ud}|^2 + \frac{8}{3} \xi - 1 \right). \quad (3.41)$$

Полагая, что  $n_0 = 1.8 \times 10^{38} \text{ см}^{-3}$ , находим  $V_{5u} = 4.5 \text{ eV}$  и  $V_{5d} = 2.9 \text{ eV}$ .

Заметим, что в формулах (3.38) и (3.39) не учитываются нелинейные взаимодействия между  $u$  кварками, а также между  $d$  кварками поскольку, как показано в работе [62] на основе прямого вычисления двухпетлевого вклада в поляризационный оператор фотона, подобные вклады в индуцированный ток в формуле (3.38) исчезают.

Используя соотношение (3.38) и результаты работы [65], можно получить систему кинетических уравнений для спектров плотности магнитной спиральности  $h(k, t)$  и плотности магнитной энергии  $\rho_B(k, t)$ , а также киральных дисбалансов  $\mu_{5u}(t)$  и  $\mu_{5d}(t)$  в форме,

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(k, t)}{\partial t} &= - \frac{2k^2}{\sigma_{\text{cond}}} h(k, t) + \frac{8\alpha_{\text{em}}}{\pi\sigma_{\text{cond}}} \left\{ \frac{4}{9} [\mu_{5u}(t) + V_{5u}] + \frac{1}{9} [\mu_{5d}(t) + V_{5d}] \right\} \rho_B(k, t), \\ \frac{\partial \rho_B(k, t)}{\partial t} &= - \frac{2k^2}{\sigma_{\text{cond}}} \rho_B(k, t) + \frac{2\alpha_{\text{em}}}{\pi\sigma_{\text{cond}}} \left\{ \frac{4}{9} [\mu_{5u}(t) + V_{5u}] + \frac{1}{9} [\mu_{5d}(t) + V_{5d}] \right\} k^2 h(k, t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\mu_{5u}(t)}{dt} &= \frac{\pi\alpha_{\text{em}}}{\mu_u^2\sigma_{\text{cond}}} \frac{4}{9} \int dk \left[ k^2 h(k, t) \right. \\
&\quad \left. - \frac{4\alpha_{\text{em}}}{\pi} \left\{ \frac{4}{9} [\mu_{5u}(t) + V_{5u}] + \frac{1}{9} [\mu_{5d}(t) + V_{5d}] \right\} \rho_{\text{B}}(k, t) \right] - \Gamma_u \mu_{5u}(t), \\
\frac{d\mu_{5d}(t)}{dt} &= \frac{\pi\alpha_{\text{em}}}{\mu_d^2\sigma_{\text{cond}}} \frac{1}{9} \int dk \left[ k^2 h(k, t) \right. \\
&\quad \left. - \frac{4\alpha_{\text{em}}}{\pi} \left\{ \frac{4}{9} [\mu_{5u}(t) + V_{5u}] + \frac{1}{9} [\mu_{5d}(t) + V_{5d}] \right\} \rho_{\text{B}}(k, t) \right] - \Gamma_d \mu_{5d}(t),
\end{aligned} \tag{3.42}$$

где  $\Gamma_{u,d}$  – скорости изменения спиральности в веществе состоящем из  $u$  и  $d$  кварков,  $\sigma_{\text{cond}}$  – электрическая проводимость кваркового вещества, а  $\mu_{u,d} = (3\pi^2 n_{u,d})^{1/3}$  – средние химические потенциалы  $u$  и  $d$  кварков. В электронейтральном кварковом веществе, получаем, что  $\mu_u = (1/3)^{1/3} \mu_0 = 0,69\mu_0$  и  $\mu_d = (2/3)^{1/3} \mu_0 = 0,87\mu_0$ , где  $\mu_0 = (3\pi^2 n_0)^{1/3} = 346 \text{ MeV}$ .

Функции  $h(k, t)$  и  $\rho_{\text{B}}(k, t)$  в уравнениях (3.42) связаны с полной магнитной спиральностью  $H(t)$  и магнитной индукцией следующим образом:

$$H(t) = \int d^3x (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = V \int h(k, t) dk, \quad B^2(t) = 2 \int \rho_{\text{B}}(k, t) dk, \tag{3.43}$$

где  $V$  – нормировочный объем. Интегрирование в формуле (3.43) производится по всему диапазону изменения волнового числа  $k$ . Необходимо отметить, что в формуле (3.43) предполагается изотропность спектров.

В разработанной модели генерации магнитного поля в магнитарах предлагается, что фермионы фонового вещества вырожденные. Тем не менее допускается наличие ненулевой температуры  $T$  у кваркового вещества, которая должна быть намного меньше, чем химические потенциалы:  $T \ll \mu_q$ . Проводимость вырожденного кваркового вещества была оценена в работе [229],

$$\sigma_{\text{cond}} = 4.64 \times 10^{20} \left( \alpha_s \frac{T}{T_0} \right)^{-5/3} \left( \frac{\mu_0}{300 \text{ MeV}} \right)^{8/3} \text{ s}^{-1}, \tag{3.44}$$

где  $\alpha_s$  – аналог постоянной тонкой структуры в КХД,  $T_0 = (10^8 - 10^9) \text{ K}$  – начальная температура, соответствующая времени  $t_0 \sim 10^2 \text{ yr}$ , когда звезда уже находится в тепловом равновесии. Используя формулу (3.44), получаем,

что

$$\sigma_{\text{cond}} = \sigma_0 \frac{T_0^{5/3}}{T^{5/3}}, \quad \sigma_0 = 3.15 \times 10^{22} \text{ s}^{-1}, \quad (3.45)$$

где предполагается, что  $\alpha_s \sim 0.1$ . Заметим, что  $\sigma_{\text{cond}}$  в кварковом веществе на несколько порядков меньше проводимости электронного газа в ядерном веществе в НЗ [230].

В разработанной модели считается, что в звезде восстанавливается киральная симметрия и кварки становятся эффективно безмассовыми. Тем не менее, за счет взаимодействия с плотным веществом возможно возникновение индуцированных масс кварков. Эффективные массы  $u$  и  $d$  кварков были вычислены в работе [231] и имеют вид (см. также формулу (2.13)),

$$m_{u,d}^2 = \frac{e_{u,d}^2}{8\pi^2} \mu_{u,d}^2. \quad (3.46)$$

Необходимо отметить, что эффективные массы кварков в соотношении (3.46) должны учитываться только при исследовании столкновений кварков (см. Приложение Ж). Это приводит к переходам между левыми и правыми частицами при их взаимных столкновениях. Скорости изменения спиральности  $\Gamma_{u,d}$  для каждого типа кварков вычислены в Приложении Ж,

$$\begin{aligned} \Gamma_u &= 2.98 \times 10^{-10} \mu_0 = 1.59 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}, \\ \Gamma_d &= 5.88 \times 10^{-12} \mu_0 = 3.13 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

где используется формула (Ж.11).

Введем следующие безразмерные функции:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\kappa, \tau) &= \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{2\mu_0^2} h(k, t), \quad \mathcal{R}(\kappa, \tau) = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{k_{\text{min}} \mu_0^2} \rho_{\text{B}}(k, t), \\ \mathcal{M}_{u,d}(\tau) &= \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi k_{\text{min}}} \mu_{5(u,d)}(t), \end{aligned} \quad (3.48)$$

где считается, что  $k_{\text{min}} < k < k_{\text{max}}$ ,  $k_{\text{min}} = 1/R = 2 \times 10^{-11} \text{ eV}$ ,  $R = 10 \text{ km}$  – радиус звезды,  $k_{\text{max}} = 1/\Lambda_{\text{B}}^{(\text{min})}$ , а  $\Lambda_{\text{B}}^{(\text{min})}$  – минимальный масштаб магнитного

поля, который является свободным параметром. Используя безразмерные параметры,

$$\kappa = \frac{k}{k_{\min}}, \quad \tau = \frac{2k_{\min}^2}{\sigma_0} t, \quad \mathcal{V}_{u,d} = \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi k_{\min}} V_{5(u,d)}, \quad \mathcal{G}_{u,d} = \frac{\sigma_0 \Gamma_{u,d}}{2k_{\min}^2}, \quad (3.49)$$

а также используя соотношения (3.45) и (3.47), можно переписать уравнения (3.42) в виде,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}(\kappa, \tau)}{\partial \tau} &= \left(1 - \frac{B^2}{B_{\text{eq}}^2}\right)^{5/6} \left[ -\kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \right. \\ &\quad \left. + 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \mathcal{R}(\kappa, \tau) \right], \\ \frac{\partial \mathcal{R}(\kappa, \tau)}{\partial \tau} &= \left(1 - \frac{B^2}{B_{\text{eq}}^2}\right)^{5/6} \left[ -\kappa^2 \mathcal{R}(\kappa, \tau) \right. \\ &\quad \left. + 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \right], \\ \frac{d\mathcal{M}_u(\tau)}{d\tau} &= 0.92 \left(1 - \frac{B^2}{B_{\text{eq}}^2}\right)^{5/6} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa [\kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \\ &\quad - 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \mathcal{R}(\kappa, \tau)] - \mathcal{G}_u \mathcal{M}_u(\tau), \\ \frac{d\mathcal{M}_d(\tau)}{d\tau} &= 0.15 \left(1 - \frac{B^2}{B_{\text{eq}}^2}\right)^{5/6} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa [\kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \\ &\quad - 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \mathcal{R}(\kappa, \tau)] - \mathcal{G}_d \mathcal{M}_d(\tau), \end{aligned} \quad (3.50)$$

где  $\kappa_{\max} = k_{\max}/k_{\min}$ , а  $B_{\text{eq}}^2 = [\mu_u^2 + \mu_d^2] T_0^2 = 1.23 \mu_0^2 T_0^2$  – квадрат напряженности поля соответствующего равномерному распределению энергии между растущим магнитным полем и источником энергии (см. работы [66, 69]).

При численном решении уравнения (3.50) используется начальный колмогоровский спектр плотности магнитной энергии  $\rho_B(k, t_0) = \mathcal{C} k^{-5/3}$ , в котором значение постоянной  $\mathcal{C}$  можно получить, приравняв начальную плотность магнитной энергии, вычисленную на основе уравнения (3.43), к  $B_0^2/2$  (см. работу [65]). Начальный спектр плотности магнитной спиральности равен  $h(k, t_0) = 2r \rho_B(k, t_0)/k$ , где параметр  $0 \leq r \leq 1$ , фиксирует начальную спиральность:  $r = 0$  соответствует нулевой спиральности, а  $r = 1$  – максимальной.

В работе [63] было обнаружено, что эволюция магнитного поля почти не зависит от начальных значений киральных дисбалансов  $\mu_{5(u,d)}(t_0)$  из-за огромных величин скорости изменения спиральности  $\Gamma_{u,d}$ . Поэтому можно брать практически произвольные значения  $\mu_{5(u,d)}(t_0)$ , требуя лишь, чтобы выполнялось ограничение  $\mu_{5(u,d)}(t_0) \ll \mu_{u,d}$ . При численных расчетах будем считать, что  $\mu_{5u}(t_0) = \mu_{5d}(t_0) = 1 \text{ MeV}$ .

### 3.4. Результаты численного решения кинетических уравнений

В этом разделе представлены результаты численного решения системы (3.50) с начальными условиями, соответствующими кварковому веществу в компактной звезде.

На рис. 3.1 видно усиление начального магнитного поля  $B_0 = 10^{12} \text{ G}$  на два или даже на три порядка. Этот результат получается путем численного решения уравнений (3.50) с начальными условиями, описанными в разделе 3.3, которые вполне допустимы в плотном кварковом веществе в ГЗ/КЗ.

На рис. 3.1 видно, что магнитное поле достигает насыщения  $B_{\text{sat}}$ . Этот результат аналогичен результатам полученным в работах [66, 68]. Как видно из рис. 3.1(a) и 3.1(b),  $B_{\text{sat}} \approx 1.1 \times 10^{14} \text{ G}$  для  $T_0 = 10^8 \text{ K}$ . В тоже время для  $T_0 = 10^9 \text{ K}$ ,  $B_{\text{sat}} \approx 1.1 \times 10^{15} \text{ G}$  (см. рис. 3.1(c) и 3.1(d)). Однако, в отличие от работ [66, 68]  $B_{\text{sat}}$  на рис. 3.1 полностью определяется величиной  $T_0$ . Полученная напряженность  $B_{\text{sat}}$  близка к магнитным полям, предсказываемым в магнитарах [113], в особенности для  $T_0 = 10^9 \text{ K}$ .

Время роста магнитного поля до  $B_{\text{sat}}$  на несколько порядков меньше, чем в работах [66, 68]. Этот факт обусловлен меньшим значением электрической проводимости  $\sigma_{\text{cond}}$  кваркового вещества в формуле (3.44) по сравнению с  $\sigma_{\text{cond}}$  для электронов в ядерном веществе, которое было использовано в работах [66,

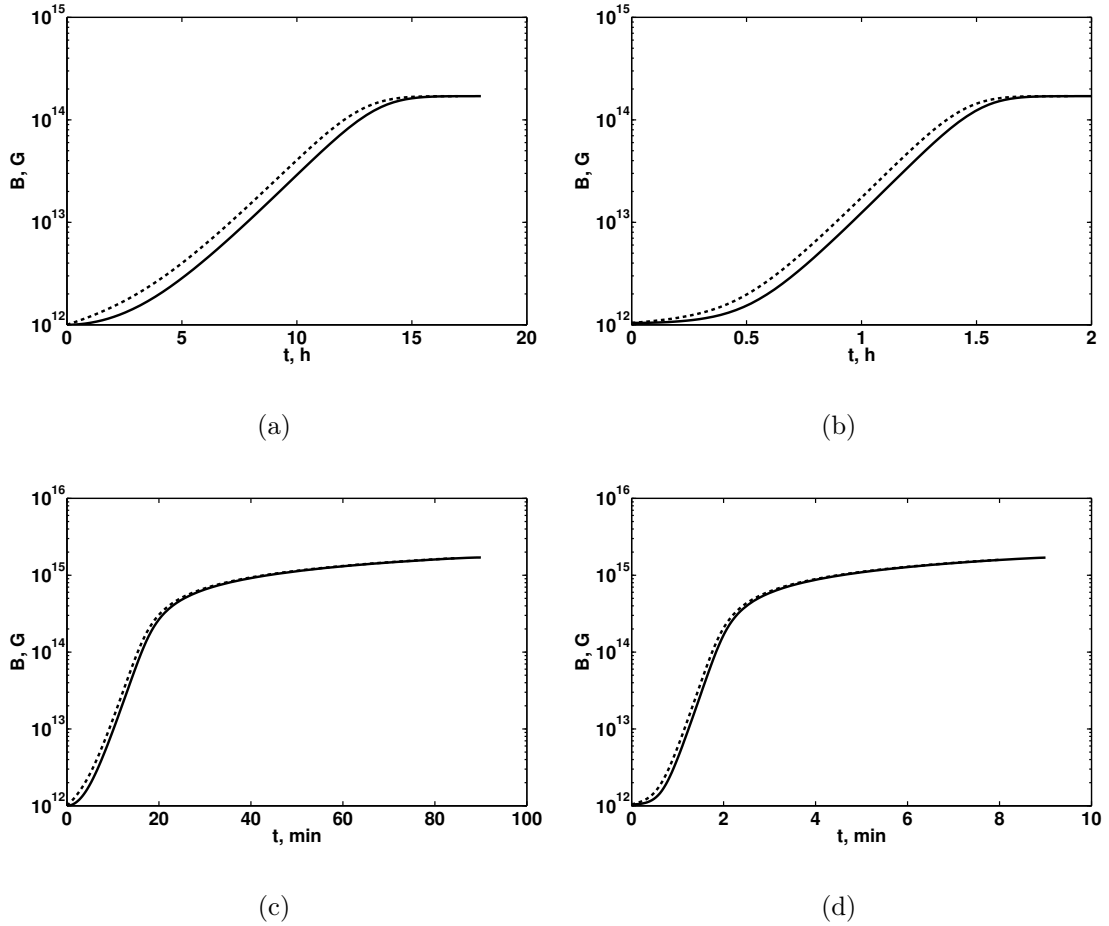


Рис. 3.1. Магнитное поле в зависимости от времени для разных начальных температур  $T_0$  и минимального масштаба  $\Lambda_B^{(\min)}$ . Сплошные линии соответствуют  $r = 0$ , т.е. полям с нулевой начальной спиральностью, а пунктирные линии –  $r = 1$ , т.е. с максимальной начальной спиральностью. (a)  $T_0 = 10^8$  К и  $\Lambda_B^{(\min)} = 1$  km. (b)  $T_0 = 10^8$  К и  $\Lambda_B^{(\min)} = 100$  m. (c)  $T_0 = 10^9$  К и  $\Lambda_B^{(\min)} = 1$  km. (d)  $T_0 = 10^9$  К и  $\Lambda_B^{(\min)} = 100$  m.

68]. Этот факт можно объяснить при помощи уравнения Фарадея (2.28),

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\Pi}{\sigma_{\text{cond}}} (\nabla \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\sigma_{\text{cond}}} \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (3.51)$$

которое эквивалентно первым двум уравнениям в системе (3.42). Используя уравнение (3.51) получаем, что время насыщения  $t_{\text{sat}} \sim \sigma_{\text{cond}}/\Pi\Lambda_{\text{B}}$ , где  $\Lambda_{\text{B}}$  – масштаб магнитного поля. Это значит что чем меньше  $\sigma_{\text{cond}}$ , тем быстрее магнитное поле достигает  $B_{\text{sat}}$ . Более того, можно видеть, что мелкомасштабное магнитное поле должно быстрее достигнуть  $B_{\text{sat}}$ . Данный факт, который также был установлен в работах [65, 66, 68], подтверждается сравнением рис. 3.1(а) и 3.1(б), а также рис. 3.1(с) и 3.1(д).

В предложенной модели генерации магнитного поля предполагается антикорреляция тепловой энергии фоновых фермионов и магнитной энергии. Можно сказать, что наиболее сильное магнитное поле будет наблюдаться у звезд с наименьшей конечной температурой. Характерные значения времени роста поля  $t_{\text{sat}} \lesssim 10 \text{ h}$  на рис. 3.1(а) и 3.1(б) и  $\lesssim 10^2 \text{ min}$  на рисунках 3.1(с) и 3.1(д). На таких коротких временных интервалах канал охлаждения звезды, например, из-за излучения нейтрино [232], не вносит вклад в изменение температуры сколь угодно значительным образом. Поэтому, в отличие от работ [65, 66, 68], данный вопрос не учитывается в приведенных расчетах.

На рис. 3.1 видно, что, хотя исходная магнитная спиральность может быть различной (ср. сплошную и пунктирную линии), последующий характер эволюции данных магнитных полей почти неразличим, особенно при  $t \sim t_{\text{sat}}$ . Это означает, что помимо генерации сильного магнитного поля, также генерируется магнитная спиральность в кварковом веществе. Данный результат находится в согласии с работами [65, 66, 68].



### 3.5. Модель эволюции магнитного поля в плотном кварковом веществе с учетом турбулентности

В этом разделе будет выведена система уравнений эволюции для спектров плотности магнитной спиральности  $h(k, t)$  и плотности магнитной энергии  $\rho_B(k, t)$ , а также для киральных дисбалансов  $\mu_{5(u,d)}$  для  $u$  и  $d$  кварков. Данная система будет учитывать турбулентное движение вещества [70].

Сначала кратко напомним какими свойствами может обладать кварковое вещество внутри компактной звезды. Если плотность вещества внутри звезды выше ядерной  $\sim 0.15 \text{ fm}^{-3}$ , то кварки теряют корреляцию с другими нуклонами, и возникает кварковое вещество [226]. Образование кваркового вещества, скорее всего, будет происходить вблизи ядра звезды. В этом случае имеется ГЗ, в которой ядро из кваркового вещества окружено корой из нейтронов. В простейшей ситуации, фазовый переход КХД происходит в нейтронном веществе. При этом только самые легкие  $u$  и  $d$  кварки становятся свободными. Учет сохранения электрического заряда дает  $n_d = 2n_u$ , где  $n_{u,d}$  – плотности  $u$  и  $d$  кварков. Будем рассматривать это соотношение между плотностями кварков как предельный случай, которая может иметь место в ГЗ.

Существует дополнительная возможность образования кваркового вещества в компактной звезде. Она имеет место при условии справедливости гипотезы Виттена [226], согласно которой абсолютное основное состояние сильных взаимодействий достигается в веществе, в котором концентрации  $u$ ,  $d$  и  $s$  кварков примерно равны, т.е.  $n_u \approx n_d \approx n_s$ . Здесь  $n_s$  – концентрация  $s$  кварков. Компактная звезда, где присутствует кварковое вещество с такими свойствами, называется КЗ или странной звездой.

Заметим, что КЗ может возникнуть непосредственно после взрыва СН, без прохождения стадии НЗ. В принципе, некоторые модели ядерных взаимодействий допускают существование примеси  $s$  кварков даже в ГЗ [226]. Здесь рассматривается ситуация, когда  $n_u = n_d = n_s$  как еще один предельный слу-

чай, который может быть реализован в КЗ.

Рассмотрим вырожденное кварковое вещество, состоящее из  $u$  и  $d$  кварков. Как уже упомянуто выше, подобное вещество может присутствовать в ядре ГЗ. Будем считать, что плотность вещества достаточно высока для того, чтобы произошел киральный фазовый переход и киральная симметрия казалась ненарушенной. В этом случае КМЭ может иметь место в этой системе. В работе [69], учитывая электрослабое взаимодействие между кварками, было показано что аномальный электрический ток  $\mathbf{J}_5$ , текущий вдоль внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$ , задаётся выражением (3.38),

$$\mathbf{J}_5 = \Pi \mathbf{B}, \quad \Pi = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{q=u,d} e_q^2 (\mu_{5q} + V_{5q}), \quad (3.52)$$

где величины имеют тот же смысл, что и в разд. 3.3. В случае ГЗ величины  $V_{5q}$  были найдены в разд. 3.3 (см. также работу [69]).

Опишем эволюцию магнитного поля в изотропном веществе используя плотность магнитной спиральности  $h(t)$  и плотность магнитной энергии  $\rho_B(t)$ , а также спектры данных величин,  $h(k, t)$  и  $\rho_B(k, t)$ , которые связаны с напряженностью магнитного поля и с векторным потенциалом посредством соотношения (3.43).

В отличие от разд. 3.3, где изучалась генерация крупномасштабных магнитных полей, в разд. 3.7 будет исследоваться эволюция мелкомасштабных полей, на которую может оказывать сильное влияние турбулентное движение вещества. В качестве модели учета турбулентности примем механизм разработанный в разд. 2.4, который состоит в замене стохастической скорости плазмы  $\mathbf{v}$ , подчиняющейся уравнению Навье-Стокса (2.25), силой Лоренца [199] (см. также формулу (2.30)):

$$\mathbf{v} = \frac{\tau_D}{\rho_E + p} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (3.53)$$

где  $\rho_E$  – плотность энергии плазмы,  $p$  – давление,  $\mathbf{J}$  – полный электрический ток, а  $\tau_D$  – время увлечения, которое является феноменологическим параметром, означающим характерное время кулоновского столкновения в плазме [197]

(см. также разд. 2.4). Вычисление  $\tau_D$  в вырожденном кварковом веществе проведено в Приложении 3. Окончательный результат показан в уравнении (3.18). Если исследуется вырожденный релятивистский кварковый газ, то  $p = \rho_E/3$ ,  $\rho_E = (\mu_u^4 + \mu_d^4)/4\pi^2 = 2 \times 10^{-2} \mu_0^4$ , где  $\mu_q = (3\pi^2 n_q)^{1/3}$  – средний химический потенциал каждой компоненты кваркового вещества, а  $\mu_0 = (3\pi^2 n_0)^{1/3} = 346 \text{ MeV}$  (см. разд. 3.3).

В общем случае другие члены в уравнении Навье-Стокса (2.25) могут вызывать турбулентное движение вещества. Используя приближение уравнения (3.53), рассмотрение ограничивается так называемой МГД-турбулентностью, т.е. предположением, что сила Лоренца вносит основной вклад в уравнении Навье-Стокса (2.25). Несмотря на то, что критерии применимости приближения в формуле (3.53) были проанализированы в разд. 2.4 (см. также работу [80]) для случая горячей плазмы в ранней вселенной, необходимо обсудить обоснованность соотношения (3.53) для случая вырожденного кваркового вещества.

В работе [181] было найдено, что МГД-турбулентность имеет место, когда число Рейнольдса,  $Re = vl/\nu$ , и его магнитный аналог,  $Re_B = vl\sigma_{\text{cond}}$ , являются большими. Здесь  $v$  и  $l$  – характерные масштабы скорости и длины при движении вещества,  $\nu$  – кинематическая вязкость, а  $\sigma_{\text{cond}}$  – электрическая проводимость кваркового вещества. Числа Рейнольдса в ГЗ/КЗ были оценены в статье [233] как  $Re \sim 10^8$  и  $Re_B \sim 10^{16}$ . Таким образом, видно, что МГД-турбулентность является доминирующей, поскольку  $Re \gg 1$  и  $Re_B \gg 1$ .

Помимо наличия больших чисел Рейнольдса, для справедливости формулы (3.53) необходимо потребовать, чтобы микроскопическое движение кварка в сильном магнитном поле не влияло на макроскопическое движение плазмы под действием силы Лоренца  $\mathbf{F}_L \sim (\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ . Это условие выполняется, если  $l_B \ll \tau_D$ , где  $l_B \sim \mu_q/e_q B$  – ларморовский радиус в релятивистском вырожденном кварковом веществе. Пользуясь формулой (3.18), можно найти, что указанное неравенство выполняется для самой низкой температуры  $T_0 = 10^8 \text{ K}$  и

самого слабого магнитного поля  $B_0 = 10^{12}$  G, которые будут использоваться в разд. 3.6 и 3.7.

В случае КЗ относительная концентрация  $s$  кварков  $Y_s = n_s/n_0$  зависит от выбранной низкоэнергетической модели сильных взаимодействий. Обычно эта величина не превышает  $1/3$  [234]. Выше упоминалось, что в КЗ можно положить  $n_u = n_d = n_s = n_0/3$  в качестве предельного случая. Данное соотношение между концентрациями также следует из бета-равновесия и из требования электронейтральности вещества [235]. Следовательно, находим, что в КЗ  $\mu_u = \mu_d = 0.69\mu_0$ .

Чтобы найти вклад  $s$ -кварковой компоненты в аномальный ток в формуле (3.38), сначала необходимо напомнить, что масса  $s$  кварка достаточно велика для восстановления киральной симметрии для этих частиц [234]. Поэтому прямого вклада  $s$  кварков в аномальный электрический ток в формуле (3.38) нет. Вместо этого данные кварки образуют фоновое вещество, с которым  $u$  и  $d$  кварки могут электрослабо взаимодействовать. Таким образом, можно получить, что  $V_{5(u,d)} = G_F (\kappa'_{u,d} n_{d,u} + \kappa''_{u,d} n_s)$ , где  $\kappa'_{u,d}$  и  $\kappa''_{u,d}$  – постоянные коэффициенты, явный которых можно найти аналогично работе [64]. Затем, учитывая выбранные концентрации кварков в КЗ,  $n_q = n_0/3$ , получаем, что  $V_{5u} = 1.1$  eV и  $V_{5d} = 4.1$  eV.

Обобщая результаты работы [80], рассматривая киральные дисбалансы  $u$  и  $d$  кварков и включая ненулевые эффективные потенциалы  $V_{5q}$ , получаем следующую систему уравнений эволюции для  $h(k, t)$ ,  $\rho_B(k, t)$  и  $\mu_{5q}$ :

$$\frac{\partial h(k, t)}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} h(k, t) + 4\alpha_- \rho_B(k, t), \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial \rho_B(k, t)}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} \rho_B(k, t) + \alpha_+ k^2 h(k, t), \quad (3.55)$$

$$\frac{d\mu_{5u}(t)}{dt} = -\frac{\pi\alpha_{\text{em}}}{2\mu_u^2} \frac{4}{9} \int dk \frac{\partial h(k, t)}{\partial t} - \Gamma_u \mu_{5u}(t), \quad (3.56)$$

$$\frac{d\mu_{5d}(t)}{dt} = -\frac{\pi\alpha_{\text{em}}}{2\mu_d^2} \frac{1}{9} \int dk \frac{\partial h(k, t)}{\partial t} - \Gamma_d \mu_{5d}(t). \quad (3.57)$$

где, аналогично работе [80], вводится коэффициент эффективной магнитной

диффузии  $\eta_{\text{eff}}$  и эффективные параметры динамо  $\alpha_{\pm}$ , учитывающие МГД-турбулентность, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\eta_{\text{eff}} &= \frac{F_Q^{5/6}}{\sigma_{\text{cond}}} + \frac{4}{3} \frac{\tau_D}{\rho_E + p} \int dk' \rho_B(k', t), \\ \alpha_{\pm} &= \frac{2\alpha_{\text{em}} F_Q^{5/6}}{\pi \sigma_{\text{cond}}} \left\{ \frac{4}{9} [\mu_{5u}(t) + V_{5u}] + \frac{1}{9} [\mu_{5d}(t) + V_{5d}] \right\} \\ &\mp \frac{2}{3} \frac{\tau_D}{\rho_E + p} \int dk' k'^2 h(k', t).\end{aligned}\quad (3.58)$$

В уравнениях (3.56) и (3.57) учитывается возможность изменения спиральности кварков при их столкновениях путем введения коэффициентов  $\Gamma_q = e_q^6 \mu_q / 8\pi^5$  [69]. Если изучается случай КЗ, то  $\Gamma_q$  будут иметь такое же значение, поскольку вероятность изменения спиральности  $u$  и  $d$  кварков при их рассеянии на неполяризованных  $s$  кварках намного меньше, чем во взаимном рассеянии  $u$  и  $d$  кварков [69].

Выражение для производной  $\partial h / \partial t$  в подынтегральных выражениях в уравнениях (3.56) и (3.57) должно быть взято из уравнения (3.54). Заметим, что в этом случае нет прямого вклада МГД-турбулентности в эволюцию  $\mu_{5q}$ , как это было показано в статье [80].

Проводимость кваркового вещества в уравнении (3.58) как функция температуры вещества  $T$  задается формулой (3.45) в разд. 3.3. Для учета энергетического баланса используется дополнительный коэффициент,

$$F_Q = 1 - \frac{B^2}{(\mu_u^2 + \mu_d^2) T_0^2}, \quad (3.59)$$

в выражении (3.58); см. работу [69] и формулу (3.45). Коэффициент  $F_Q$  в формуле (3.59) учитывает антикорреляцию между температурой и магнитным полем [68, 69]:  $T^2 = T_0^2 F_Q$ . Аналогичные поправочные коэффициенты в кинематических моделях  $\alpha$ -динамо обсуждались в работе [236].

В предложенном подходе предполагается, что магнитное поле в ГЗ/КЗ эволюционирует в однородном кварковом веществе. Из этого предположения следует, что киральные дисбалансы  $\mu_{5q}$  в уравнениях (3.56) и (3.57) зависят только

от времени, а не от пространственных координат (или, что эквивалентно, не от волнового числа  $k$ ). Следовательно, например, не изучается влияние граничных эффектов на эволюцию магнитного поля. Обобщение уравнений (3.56) и (3.57) с учетом зависимости киральных дисбалансов от пространственных координат было недавно сделано в работе [237].

Уравнения (3.54)-(3.57) должны быть дополнены начальным условием. Предположим, что имеется начальный колмогоровский спектр плотности магнитной энергии [63],

$$\rho_B(k, 0) = Ck^{-5/3}, \quad C = \frac{B_0^2}{3 \left( k_{\min}^{-2/3} - k_{\max}^{-2/3} \right)}, \quad (3.60)$$

где  $k_{\min}$  и  $k_{\max}$  – минимальное и максимальное волновые числа, а  $B_0$  – затравочное магнитное поле. Для определенности предположим, что  $k_{\max} = 10k_{\min}$ , при этом  $k_{\min}$  будет свободным параметром модели. Начальный спектр магнитной спиральности равен  $h(k, 0) = 2\rho_B(k, 0)/k$ , что соответствует максимальной начальной спиральности.

Предполагается, что затравочное магнитное поле возникает на этапах горячей ГЗ/КЗ при  $T \gg T_0$ . Предположим, что начальное поле  $B_0 = 10^{12}$  Г генерируется за счет прямого каскада в горячем веществе компактной звезды, т.е. когда крупномасштабные вихри преобразуются в мелкомасштабные [238]. Здесь не обсуждается фактический механизм генерации затравочного магнитного поля. Можно ожидать, что данный процесс использует МГД-механизм основанный на классической электродинамике без использования эффектов физики элементарных частиц, таких как КМЭ. Действительно, киральный фазовый переход в кварковом веществе не происходит в компактной звезды, пока плотность ее вещества недостаточно велика. Таким образом,  $\mathbf{J}_5 = 0$  в формуле (3.38) при  $T \gg T_0$ . Известно, что колмогоровский спектр для плотности энергии в формуле (3.60) является хорошим приближением [238] для случая, когда начальное магнитное поле создается за счет прямого каскада. Как только кварковое вещество охладится до  $T \sim T_0$ , происходит киральный фазовый

переход и проявляется КМЭ. Следовательно, если  $T \leq T_0$ , рост затравочного магнитного поля происходит благодаря КМЭ под действием электрослабого взаимодействия между кварками.

Начальные киральные дисбалансы выбираются равными  $\mu_{5u}(0) = \mu_{5d}(0) = 1 \text{ MeV}$  [69]. Данный выбор  $\mu_{5(u,d)}(0)$  может быть продиктован тем, что затравочный киральный дисбаланс возникает в протозвезде непосредственно перед киральным фазовым переходом. Процесс генерации  $\mu_{5(u,d)}(0)$ , скорее всего, имеет электрослабое происхождение и энергетический масштаб  $\sim (m_d - m_u) \sim \mathcal{O}(\text{MeV})$ , где  $m_{u,d}$  – вакуумные массы  $u$  и  $d$  кварков. Данный масштаб определяет начальное значение  $\mu_{5(u,d)}$ . Более того, в работах [63, 65] было проанализировано влияние начальных значений кирального дисбаланса на генерацию магнитного поля. Оказывается, что если  $|\mu_{5q}(0)| \ll \mu_q$  (т.е. можно брать отрицательные значения начальных киральных дисбалансов), то эволюция магнитного поля практически не зависит от  $\mu_{5q}(0)$ , т.к. такой начальный киральный дисбаланс быстро стремится к нулю из-за большой скорости изменения спиральности при столкновениях фермионов в веществе компактной звезды.

Эффективное усиление затравочного магнитного поля требует равенства знаков  $V_{5q}$  и  $h(k, 0)$ , т.к. рост магнитного поля обусловлен электрослабым взаимодействием между кварками. Выше было показано, что  $V_{5q} > 0$ . Следовательно, необходимо наличие положительного знака  $h(k, 0)$ . Если бы изучалась эволюция крупномасштабного магнитного поля в компактной звезде, как это было сделано в работе [69], то это означало бы, что магнитное поле может быть усилено только в одном полушарии звезды, т.к. затравочное поле должно иметь противоположные спиральности в разных полушариях. В данном разделе в основном изучается эволюция мелкомасштабных полей с  $1/k \sim (1 - 10^3) \text{ cm}$ , что намного меньше радиуса звезды (см. разд. 3.6). Для такого магнитного поля всегда можно найти область с подходящим знаком начальной спиральности.

Если ввести безразмерные величины аналогично формулам (3.3) и (3.49), то уравнения (3.54)-(3.57) могут быть переписаны в виде (ср. с уравнения-

ми (2.56)-(2.58) и (3.50)),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}(\kappa, \tau)}{\partial \tau} = & -\kappa^2 \left\{ F_Q^{5/6} + F_Q^{-1} K_d \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa' \mathcal{R}(\kappa', \tau) \right\} \mathcal{H}(\kappa, \tau) \\ & + \left\{ 0.22 F_Q^{5/6} (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \right. \\ & \left. + F_Q^{-1} K_d \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa' \kappa'^2 \mathcal{H}(\kappa', \tau) \right\} \mathcal{R}(\kappa, \tau), \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{R}(\kappa, \tau)}{\partial \tau} = & -\kappa^2 \left\{ F_Q^{5/6} + K_d F_Q^{-1} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa' \mathcal{R}(\kappa', \tau) \right\} \mathcal{R}(\kappa, \tau) \\ & + \kappa^2 \left\{ 0.22 F_Q^{5/6} (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \right. \\ & \left. - F_Q^{-1} K_d \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa' \kappa'^2 \mathcal{H}(\kappa', \tau) \right\} \mathcal{H}(\kappa, \tau), \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_u(\tau)}{d\tau} = & 0.92 F_Q^{5/6} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa [\kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \\ & - 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \mathcal{R}(\kappa, \tau)] - \mathcal{G}_u \mathcal{M}_u(\tau), \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{M}_d(\tau)}{d\tau} = & 0.15 F_Q^{5/6} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa [\kappa^2 \mathcal{H}(\kappa, \tau) \\ & - 0.22 (4 [\mathcal{M}_u(\tau) + \mathcal{V}_u] + \mathcal{M}_d(\tau) + \mathcal{V}_d) \mathcal{R}(\kappa, \tau)] - \mathcal{G}_d \mathcal{M}_d(\tau), \end{aligned} \quad (3.64)$$

где  $\kappa_{\max} = k_{\max}/k_{\min}$ . Множитель  $F_Q$  в уравнениях (3.61)-(3.64) принимает форму,

$$F_Q = 1 - \frac{1.61 k_{\min}^2}{\alpha_{\text{em}}^2 T_0^2} \int_1^{\kappa_{\max}} d\kappa \mathcal{R}(\kappa, \tau). \quad (3.65)$$

Коэффициент описывающий вклад турбулентности в уравнениях (3.61)-(3.64) равен:

$$K_d = 1.25 \times 10^2 \frac{\sigma_0 k_{\min}^2}{\alpha_{\text{em}}^3 T_0^2 \mu_0}. \quad (3.66)$$

Заметим, что учет антикорреляции между температурой и магнитным полем в турбулентных слагаемых осуществляется путем введения множителя  $F_Q^{-1}$ .

Если изучается КЗ, то следует умножить коэффициент перед интегралом в уравнении (3.65) на 1.29, коэффициент перед интегралами в уравнениях (3.63) и (3.64) на 1.59, а также учесть дополнительный коэффициент 2.11 в формуле (3.66). Таким образом, видно, что  $s$  кварки, рассматриваемые в равных про-



порциях с  $u$  и  $d$  кварками, усиливают влияние турбулентного движения вещества на генерацию магнитных полей более чем в 2 раза.

### 3.6. Численное решение уравнений эволюции

В этом разделе приводится численное решение уравнений (3.61)-(3.64) с начальными условиями, выбранными в разд. 3.5.

Рассмотрим сначала случай кваркового вещества в ядре ГЗ, состоящего только из  $u$  и  $d$  кварков, с  $n_d = 2n_u$ . На рис. 3.2 показана временная эволюция магнитного поля в этом кварковом веществе, основанная на численном решении уравнений (3.61)-(3.64) с начальными условиями, выбранными в разделе 3.5. Численное моделирование проводилось для различных начальных температур и минимальных пространственных масштабов. Во всех случаях использовалось одно и то же затравочное магнитное поле  $B_0 = 10^{12}$  G.

На рис. 3.2(a)-3.2(d) видно, что начальное магнитное поле испытывает экспоненциальный рост, обусловленный электрослабым взаимодействием кварков поскольку  $V_{5q} \neq 0$ . После того, как магнитное поле достигнет максимальной напряженности, оно достаточно быстро уменьшается примерно на порядок, а затем поле продолжает медленно спадать. Появление пика во временной эволюции магнитного поля обусловлено эффектами МГД-турбулентности, учтенными в уравнениях (3.54)-(3.57) и (3.61)-(3.64).

Определим пространственный масштаб магнитного поля как  $\Lambda = 1/k$ . Видно, что эффект турбулентного движения вещества более выражен для магнитного поля, соответствующего большому  $k_{\min}$ , как следует из формулы (3.66). Чтобы подчеркнуть эту особенность, на рис. 3.2 показана эволюция магнитного поля при отсутствии турбулентности, т. е. когда  $K_d = 0$ , показанная пунктирными линиями. На рис. 3.2(a) и 3.2(b), для  $1 \text{ cm} < \Lambda < 10 \text{ cm}$ , а также на рис. 3.2(c) и 3.2(d), для  $10 \text{ cm} < \Lambda < 10^2 \text{ cm}$ , ясно прослеживается различие между турбулентным и не турбулентным случаями. Для большего простран-

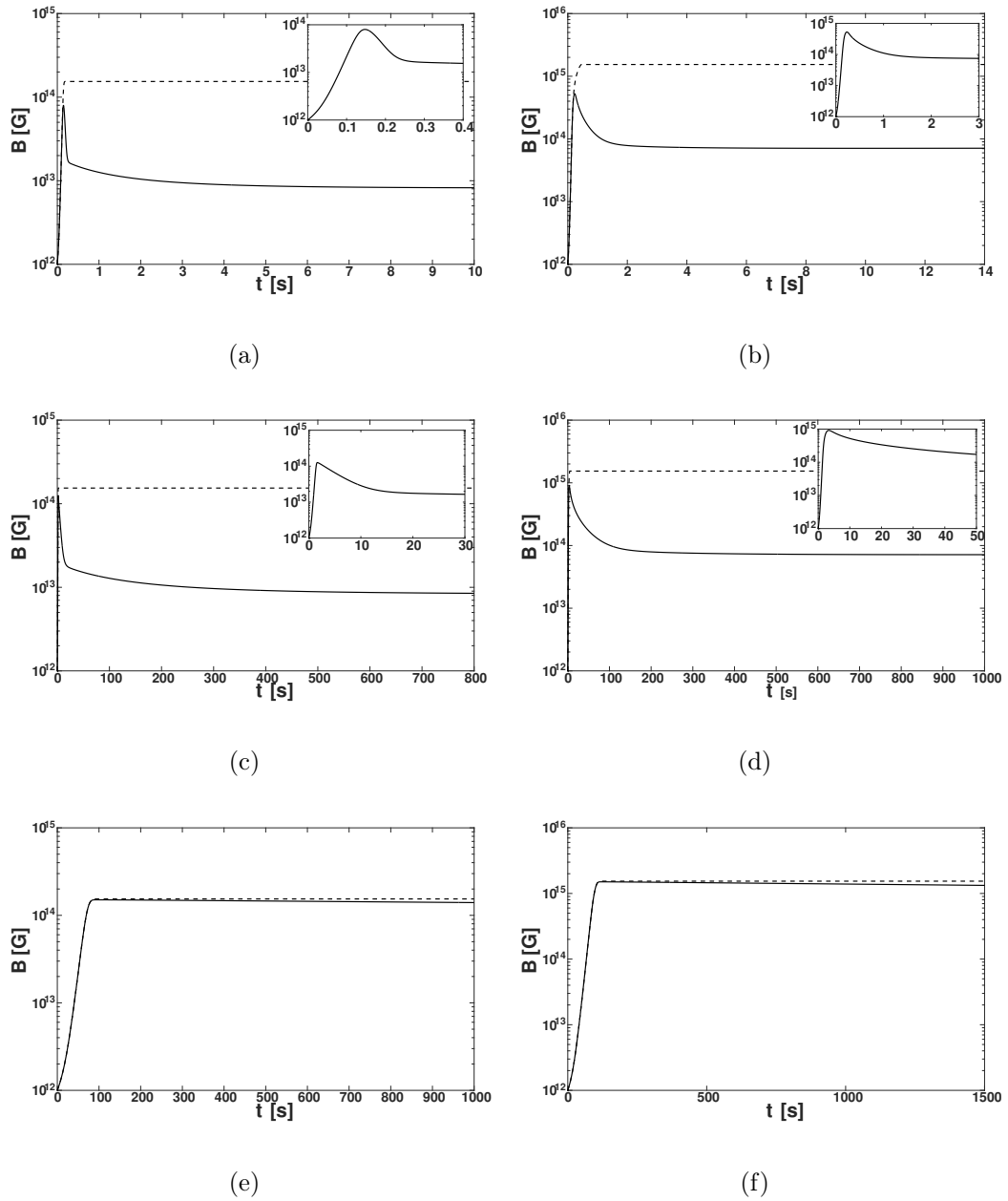


Рис. 3.2. Эволюция магнитного поля для различных  $T_0$  и  $\Lambda_{\max} = 1/k_{\min}$  в ГЗ, вещество которой состоит только из  $u$  и  $d$  кварков. Панели (a), (c), и (e) соответствуют  $T_0 = 10^8$  К, тогда как панели (b), (d), и (f) –  $T_0 = 10^9$  К. На панелях (a) и (b) показана эволюция поля с  $1 \text{ cm} < \Lambda < 10 \text{ cm}$ , на панелях (c) и (d) – с  $10 \text{ cm} < \Lambda < 10^2 \text{ cm}$ , а на панелях (e) и (f) – с  $5 \times 10^2 \text{ cm} < \Lambda < 5 \times 10^3 \text{ cm}$ . Вставки на панелях (a)-(d) демонстрируют поведение магнитного поля на малых временах эволюции. Штриховые линии отображают эволюцию магнитного поля с соответствующими начальными условиями в отсутствие турбулентности, т.е. когда  $K_d = 0$ .

ственного масштаба  $5 \times 10^2 \text{ cm} < \Lambda < 5 \times 10^3 \text{ cm}$ , показанного на рис. 3.2(e) и 3.2(f), эволюция магнитного поля в турбулентном и нетурбулентном случаях менее различима в течении ограниченного промежутка времени.

Затем обратимся к ситуации, когда в кварковом веществе присутствуют как  $u$  и  $d$ , так и  $s$  кварки, причем  $n_u = n_d = n_s$ . Такое кварковое вещество вполне может существовать в КЗ. Как и на рис. 3.2, здесь также предполагается, что  $B_0 = 10^{12} \text{ G}$  и с этим начальным условием уравнения (3.61)-(3.64) решаются численно. Однако необходимо учесть, что параметры в этих уравнениях несколько отличаются от параметров, используемых для построения рис. 3.2. Расхождение параметров обсуждается в конце разд. 3.5 и в Приложении 3.

Эволюция магнитного поля в этом кварковом веществе показана на рис. 3.3. Поведение магнитных полей в этом случае качественно напоминает показанное на рис. 3.2. Однако из-за большего значения  $K_d$  в присутствии  $s$  кварков эффект турбулентности более значителен. Это означает, что можно исследовать магнитные поля большего масштаба, на которые турбулентность вещества все еще оказывает значительное влияние (ср., например, рис. 3.2(c) и 3.3(c)). На рис. 3.3(d) не показана эволюция магнитного поля в нетурбулентном веществе (поскольку пунктирная линия отсутствует) из-за технических трудностей в численном решении уравнений 3.61)-(3.64) с выбранными коэффициентами.

Как будет видно в разд. 3.7, наиболее интересные астрофизические приложения соответствуют случаям показанным сплошными линиями на рис. 3.2(a), 3.2(c), 3.3(a) и 3.3(c). В этих ситуациях максимальное магнитное поле  $B_{\text{max}}$  составляет около 30% от напряженности поля насыщения  $B_{\text{sat}}$ :  $B_{\text{max}} \approx 0.3B_{\text{sat}}$ . Магнитное поле насыщения, показанное горизонтальными пунктирными линиями, достигается при условии равномерного распределения энергии между магнитным полем и источником энергии:  $B_{\text{sat}}^2 \sim B_{\text{eq}}^2$ , где  $B_{\text{eq}}^2 = (\mu_u^2 + \mu_d^2)T_0^2$ ; см. формулу (3.59). Следовательно, в рассматриваемых турбулентных случаях максимальная энергия растущего магнитного поля составляет лишь малую долю фоновой энергии:  $B_{\text{max}}^2 \sim 0.1B_{\text{eq}}^2 \ll B_{\text{eq}}^2$ . Поэтому  $F_Q > 0$  в формуле (3.59).

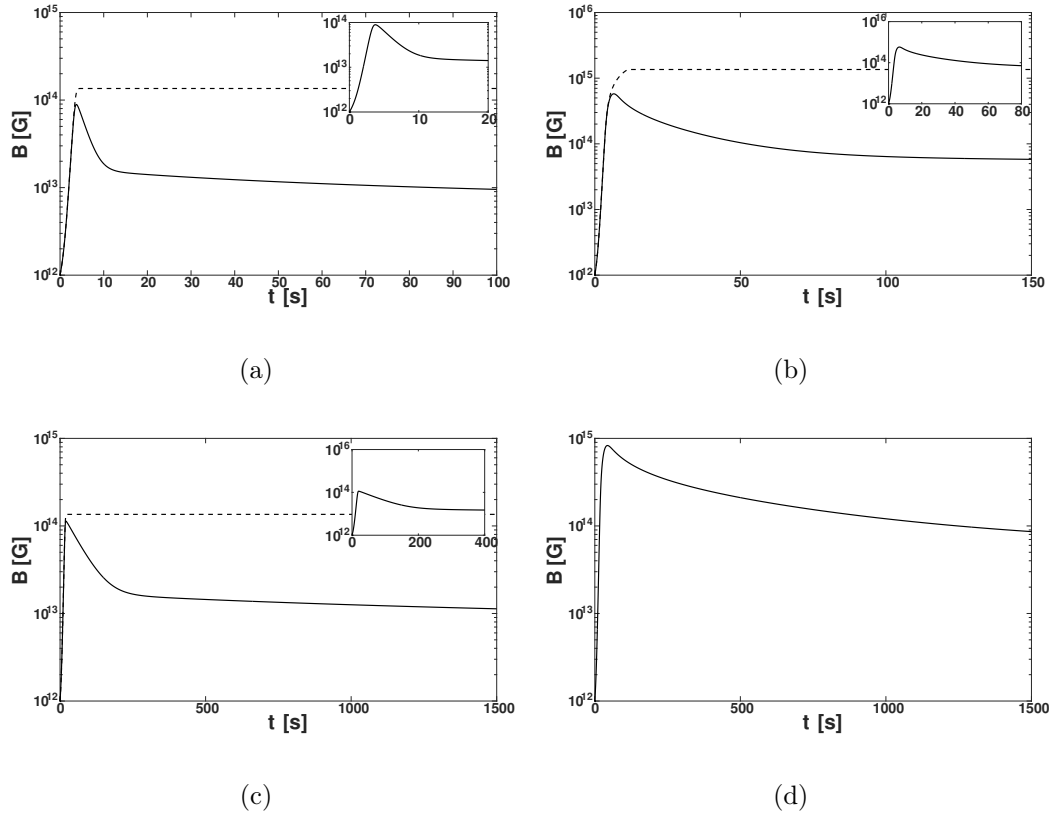


Рис. 3.3. Эволюция магнитного поля для различных  $T_0$  и  $\Lambda_{\max} = 1/k_{\min}$  в КЗ с  $n_u = n_d = n_s$ . Панели (a) и (c) соответствуют  $T_0 = 10^8$  К, тогда как панели (b) и (d) –  $T_0 = 10^9$  К. На панелях (a) и (b) показана эволюция поля с  $10 \text{ cm} < \Lambda < 10^2 \text{ cm}$ , а на панелях (c) и (d) – с  $50 \text{ cm} < \Lambda < 5 \times 10^2 \text{ cm}$ . Вставки на панелях (a)-(c) демонстрируют поведение магнитного поля на малых временах эволюции. Штриховые линии отображают эволюцию магнитного поля с соответствующими начальными условиями в отсутствие турбулентности, т.е. когда  $K_d = 0$ .

В разд. 3.5 предполагалось, что затравочное магнитное поле обладает максимальной спиральностью. Такое магнитное поле является бессилковым, т.е.  $(\nabla \times \mathbf{B}) \sim \mathbf{B}$ . Этот факт можно проверить, используя, например, волну ЧС,  $\mathbf{B}(z, t) = B(t)(\mathbf{e}_x \sin kz + \mathbf{e}_y \cos kz)$ , которая соответствует максимальной положительной спиральности. Используя тот факт, что  $\mathbf{J} = (\nabla \times \mathbf{B})$  в формуле (3.53), получаем, что МГД-турбулентность исчезает для этой конфигурации затравочного поля, т.к.  $\mathbf{v} \sim (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) = 0$  в формуле (3.53). На рис. 3.2 и 3.3 видно, что сначала турбулентность не оказывает влияния на эволюцию поля, поскольку сплошная и пунктирная линии почти совпадают. Таким образом, при малых временах эволюции экспоненциальный рост поля в основном обусловлен КМЭ и электрослабой поправкой.

В работе [80] показано, что МГД-турбулентность по-разному влияет на эволюцию магнитной спиральности и магнитной энергии. Более того, основные уравнения (3.55)-(3.57) являются сильно нелинейными. Поэтому в определенный момент времени  $t = t_{\text{turb}}$  связь между спектрами, соответствующая полю с максимальной спиральностью, уже перестает быть справедливой, т.е.  $h(k, t_{\text{turb}}) \neq 2\rho_B(k, t_{\text{turb}})/k$  и, следовательно,  $\mathbf{v} \neq 0$  в формуле (3.53). Таким образом, при  $t > t_{\text{turb}}$  МГД-турбулентность может преобладать по сравнению со вкладом КМЭ. Как видно из уравнений (3.54)-(3.57), это должно происходить в тот момент, когда магнитное поле достигает определенной напряженности, поскольку вклад турбулентности квадратичен по спектрам по сравнению с вкладом КМЭ, который линеен по спектрам. Именно эту особенность можно наблюдать на рис. 3.2 и 3.3. Таким образом можно качественно описать влияние МГД-турбулентности на эволюцию магнитного поля.

### 3.7. Описание вспышек магнитаров

В этом разделе обсуждается применение результатов численного моделирования выполненного в разд. 3.6 для объяснения электромагнитного излучения

магнитаров.

Во Введении уже упоминалось, что магнитары в основном обнаруживаются по их электромагнитному излучению в рентгеновском или мягком  $\gamma$  диапазонах, как АХР или SGR. Это электромагнитное излучение имеет вид вспышек, которые варьируются от коротких до гигантских, в зависимости от продолжительности и общего энерговыделения. Во всех событиях короткий пик в излучении сопровождается медленно убывающим сигналом. Пики имеют продолжительность  $\sim 0.1$  s в коротких вспышках [239] и  $\sim (10 - 20)$  s в гигантских вспышках [240]. Медленно убывающий сигнал в гигантских вспышках может длиться до 400 s [240]. Существует также предположение, что открытые несколько лет назад миллисекундные вспышки могут иметь отношение к излучению магнитаров [241]. Некоторые наблюдательные данные обобщены в обзоре [114].

В настоящее время отсутствует понимание как происхождения сильных магнитных полей в магнитарах, так и механизма, лежащего в основе их электромагнитных вспышек. Например, в работе [242] было выдвинуто предположение, что вспышки SGR могут объясняться истечением намагниченного вещества через трещины звездной коры. Данные процессы получили название звездотрясений. В настоящее время считается, что электромагнитная активность магнитаров связана с пересоединением магнитных силовых линий в магнитосфере звезды [243]. Перекручивание линий должно быть вызвано движением звездной коры. Разрывы и макроскопические сдвиги коры не могут быть реализованы из-за огромного давления в веществе звезды. Более того, дополнительное эффективное давление вызвано очень сильным магнитным полем, которое пронизывает кору магнитара.

Недавно, новый механизм вспышек, основанный на пластических деформациях плотного вещества коры магнитара, которые вызываются термопластической волной (ТПВ), был предложен в работе [244]. Модель ТПВ, которая на сегодняшний день является наиболее правдоподобным объяснением вспышек магнитаров, получила дальнейшее развитие в работе [245]. В статье [245] было

найденно, что пластический поток перестает распространяться если  $B \lesssim 10^{13}$  G. Однако роль магнитного поля в ядре магнитара в этой модели остается неясной. В статье [245] было предложено, что квантовые вихри и трубки в сверхтекучем звездном ядре могут играть важную роль в возбуждении ТПВ.

В работе [69] была предложена модель генерации магнитного поля в ГЗ/КЗ на основе неустойчивости магнитного поля вызванной электрослабым взаимодействием кварков. В этой модели электрослабое взаимодействие рассматривается как поправка к КМЭ. Заметим, что наличие кваркового вещества в компактной звезде необходимо, поскольку КМЭ в присутствии электрослабого взаимодействия может иметь место, только если киральная симметрия не нарушена [67]. В отличие от НЗ, в ГЗ/КЗ существует возможность восстановления киральной симметрии в кварковом веществе [246]. В работе [69], было описано усиление затравочного поля  $B_0 = 10^{12}$  G, характерного для пульсара, до  $B = (10^{14} - 10^{15})$  G, предсказываемого в магнитарах [113, 114]. Генерируемые магнитные поля имеют большой масштаб  $10^2 \text{ m} < \Lambda < 10 \text{ km}$ .

Попытаемся применить разработанную модель, для объяснения возбуждения ТПВ. Как уже упоминалось выше, физический механизм, ведущий к распространению ТПВ, до сих пор неясен. Можно предположить, что он связан с флуктуацией магнитного поля с соответствующими характеристиками во внутренней коре или во внешнем ядре звезды. Далее будет рассмотрена генерация флуктуаций магнитного поля во внешнем ядре компактной звезды, где может присутствовать кварковое вещество с ненарушенной киральной симметрией. Будут изучены поведение во времени такой флуктуации и ее свойства, такие как пространственный масштаб и напряженность магнитного поля. Для этой цели рассматривается эволюция мелкомасштабных полей в рассматриваемой модели, которая учитывает эффекты турбулентности. Будет показано, что МГД-турбулентность имеет решающее значение для объяснения наблюдательных данных для вспышек магнитаров.

Рассмотрим ГЗ/КЗ находящуюся в тепловом равновесии с начальной тем-

пературой  $T_0 = (10^8 - 10^9)$  К. Будем считать, что плотность кваркового вещества равна  $n_0 = 1.8 \times 10^{38} \text{ см}^{-3}$ , которая вполне может существовать в ГЗ/КЗ. В этом случае, как следует численного моделирования в разделе 3.6, можно создать мелкомасштабное магнитное поле с поведением во времени, напоминающим вспышки магнитаров.

Сначала рассмотрим ГЗ. Эволюция магнитного поля показана на рис. 3.2. Если взять  $T_0 = 10^8$  К, то пик в поведении магнитного поля, при котором  $B \gtrsim 10^{13}$  Г, длится  $\sim 0.1$  с, см. вставку на рис. 3.2(а). Напомним, что термопластичный поток имеет место, если  $B \gtrsim 10^{13}$  Г [245]. Как упоминалось выше, такая длительность характерна для короткой вспышки магнитара [239].

Изменяя масштаб магнитного поля, можно промоделировать также и гигантские вспышки магнитаров. Действительно, на вставке в рис. 3.2(с) видно, что длительность пика в эволюции магнитного поля равна  $\sim (10 - 15)$  с, что весьма близко к той, которая наблюдается при гигантской вспышке магнитара [240]. Если рассмотреть эволюцию медленно убывающего поля, при которой  $B \gtrsim 10^{13}$  Г, показанную на рис. 3.2(с), то видно, что она длится  $\sim (300 - 400)$  с, что опять же близко к общей длительности гигантских вспышек магнитаров [240]. Даже форма пика, предсказываемого в данной модели, аналогична наблюдаемой в гигантской вспышке: он имеет более крутой передний фронт и больше пологий задний фронт; см. вставку на рис. 3.2(с) и работу [240].

Исследуем теперь эволюцию магнитного поля в КЗ, которая показана на рис. 3.3. Можно видеть, что пространственный масштаб магнитного поля оказывается поля немного большим, чем на рис. 3.2. Это связано с тем, что  $K_d$  больше по величине в кварковом веществе с  $n_u = n_d = n_s$ . Можно видеть, что результаты численного моделирования, изображенные на рис. 3.3(а), могут воспроизвести промежуточную вспышку магнитара с длительностью пика  $\sim 10$  с, описанную в статье [247]. Дальнейшее увеличение масштаба магнитного поля по сравнению с тем, что показано на рис. 3.3(с) и 3.3(д), нецелесообразно,



поскольку вспышки с общей длительностью более нескольких сотен секунд не наблюдаются.

В разработанной модели магнитное поле генерируется в области где киральная симметрия не нарушена. По всей видимости, это должно происходить в окрестности ядра звезды. Как упоминалось выше, роль магнитного поля в ядре звезды неясна в модели ТПВ [245]. Теперь видно, что генерация мелко-масштабных флуктуаций магнитного поля в ядре звезды может служить физическим процессом, который возбуждает ТПВ, поскольку поведение во времени магнитного поля, показанное на рис. 3.2 и 3.3, очень напоминает вспышки магнитаров. Необходимо отметить, что имеются указания на то, что магнитные поля могут влиять на пластические деформации кристаллической решетки в горных породах [248]. Этот процесс аналогичен распространению ТПВ.

Согласно предложенной модели вспышек магнитаров, небольшие флуктуации магнитного поля, возникающие вблизи ядра звезды, возбуждают ТПВ, которая распространяется через кору магнитара к поверхности звезды. Скорость ТПВ была оценена в статье [244] как  $v_{\text{TPW}} \sim (\chi\rho_m/\eta)^{1/2}$ , где  $\chi$  – коэффициент температуропроводности,  $\rho_m$  – плотность магнитной энергии в магнитосфере магнитара, а  $\eta$  – эффективная динамическая вязкость. Типичными значениями этих параметров являются [244]:  $\chi = 10 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  и  $\rho_m = 10^{28} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-3}$ , что соответствует  $B_m = 4 \times 10^{14} \text{ G}$ . Основываясь на нескольких предположениях, коэффициент  $\eta$  был оценен в работе [249]. При температуре  $T \sim 10^8 \text{ K}$  и плотности, соответствующей коре компактной звезды, можно считать, что  $\eta \sim 10^{12} \text{ erg} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Это дает  $v_{\text{TPW}} = 3.2 \times 10^8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Предположив, что толщина коры  $L_c = 1 \text{ km}$ , получаем, что ТПВ будет распространяться в течение  $\Delta t = L_c/v_{\text{TPW}} = 3.2 \times 10^{-4} \text{ s}$  для достижения магнитосферы. Полученная оценка  $\Delta t$  намного меньше, чем длительность пика (0.2 – 0.3) s на рис. 3.2(a), соответствующего короткой вспышке. Поэтому можно пренебречь дисперсией ТПВ в разработанной модели.

Недавно в статье [250] было высказано предположение, что вспышки маг-

нитаров могут быть связаны с мелкомасштабными магнитными полями в ядре звезды. Например, в статье [250] было найдено, что затравочное магнитное поле в ядре магнитара, необходимое для возбуждения коротковолновой волны Холла, которая, в свою очередь, может вызвать ТПВ, должно иметь масштаб  $\sim 10$  м, что всего на один порядок превышает величину  $\Lambda_{\max}$ , используемую в разд. 3.6 для моделирования гигантской вспышки; см. рис. 3.2(с). Еще большее значение  $\Lambda_{\max} = 5$  м используется для построения рисунка 3.3(с), соответствующего вспышке в КЗ. Возможно, трехмерное моделирование, анонсированное в статье [250], покажет более близкое совпадение с результатами предложенной здесь модели.

Интересно отметить, что можно объяснить вспышки магнитаров, от коротких до гигантских, изменяя только один параметр в модели, а именно пространственный масштаб магнитного поля. Энергетика этих событий должна зависеть от длины волны возбужденной ТПВ. Разумно предположить, что если генерируется крупномасштабное магнитное поле, оно должно возбуждать ТПВ с большей длиной волны. Именно эта особенность возникает в проведенном моделировании: ср. рис. 3.2(а) и 3.2(с), а также рис. 3.2(б) и 3.2(д).

### **3.8. Генерация магнитных полей в нейтронных звездах за счет ненулевой асимметрии нейтрино при взрыве сверхновой**

В данном разделе рассматривается возможность усиления магнитного поля в компактной звезде вызванное неустойчивостью поля за счет ненулевого члена ЧС выведенного в разд. 2.2.2 (см. формулу (2.14)). Для этой цели исследуем излучение нейтрино во время взрыва СН и взаимодействие этих нейтрино с вырожденной релятивистской плазмой электронов.

### 3.8.1. Параметр Черн-Саймонса в вырожденной релятивистской плазме

Выражение для параметра ЧС в формулах (2.5) и (2.7) зависит от закона дисперсии фотонов в плазме. Электроны в веществе протонейтронной звезды считаются сильно вырожденными. В случае вырожденной плазмы дисперсионное соотношение для поперечных волн [189] принимает форму,

$$k_0^2 = \mathbf{k}^2 + \omega_p^2 \left( \frac{3k_0^2}{2v_F^2 \mathbf{k}^2} \right) \left[ 1 - \frac{(k_0^2 - v_F^2 \mathbf{k}^2)}{k_0^2} \left( \frac{k_0}{2v_F |\mathbf{k}|} \right) \ln \frac{k_0 + v_F |\mathbf{k}|}{k_0 - v_F |\mathbf{k}|} \right], \quad (3.67)$$

где  $v_F$  – скорость Ферми. Плазменную частоту  $\omega_p$  можно найти из формулы (2.12), если сделать следующую замену:  $\{\exp[\beta(\mathcal{E}_p - \mu)] + 1\}^{-1} \rightarrow \theta(\beta[\mu - \mathcal{E}_p])$  и  $\{\exp[\beta(\mathcal{E}_p + \mu)] + 1\}^{-1} \rightarrow 0$ , где  $\theta(z)$  – ступенчатая функция Хевисайда.

Рассмотрим вырожденную плазму в релятивистском пределе. В этой ситуации  $v_F = 1$  и  $\omega_p^2 = 4\alpha_{\text{em}}\mu^2/3\pi$ . Общее дисперсионное соотношение в выражении (3.67) трансформируется в  $k^2 = \omega_p^2$ , если изучаются длинные волны. Используя уравнение (2.13), также получаем эффективную массу электрона в вырожденной плазме. Можно проверить, что справедливо неравенство  $k^2 < 4m_{\text{eff}}^2$ .

Используя формулы (2.5), (2.7) и (2.8) в пределе  $\mu \gg T$ , а также тождества (3.37), можно вывести выражение для функции  $F = F(k_0/\mu)$ , см. соотношение (2.14), в случае релятивистской вырожденной плазмы. В этой ситуации интегрирование по импульсам может быть выполнено в явном виде. Однако здесь выражение для  $F$  не приводится из-за его громоздкого вида.

Функция  $F$  в зависимости от  $k_0/\mu$  показана на рис. 2.2(b). Обсудим предел длинных волн. В этом случае  $k_0 \approx \omega_p \approx 0.06\mu$ . Это означает, что необходимо рассмотреть  $F$  при  $k_0 \ll \mu$ . На рис. 2.2(b) видно, что  $F(k_0 \rightarrow 0) \approx -2.05$ . Поэтому, как и в случае горячей релятивистской плазмы, для вырожденной релятивистской плазмы  $\Pi_2$  отлично от нуля при  $k_0 \rightarrow 0$ , однако фактическое значение  $\Pi_2(0)$  отличается от найденного в разделе 2.2.2.

### 3.8.2. Усиление затравочного магнитного поля в сверхновой

Во время взрыва СН (точнее, при  $t < 0.1$  s после начала коллапса, см. рис. 11.1 в книге [251]) можно пренебречь излучением  $\nu_{\mu,\tau}$ . Поэтому  $\Pi_2$  принимает вид,

$$\Pi_2(k_0, 0) = \left[ \frac{\sqrt{2}\alpha_{\text{em}}G_{\text{F}}(n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e})}{\pi} \right] F(k_0/\mu), \quad (3.68)$$

где функция  $F(x)$  показана на рис. 2.2(b) для вырожденного ультрарелятивистского электронного газа с  $\mu \gg \max(T, m_e)$ .

Приведем некоторые оценки для  $\Pi_2$  в коллапсирующей СН, появившейся из протозвезды с массой  $M \sim 8M_{\odot}$ . Детали этого процесса были рассмотрены в книге [251], где приведены графики различных этапов эволюции на рис. 11.1-11.3. Чтобы получить  $\Pi_2$ , необходимо найти соответствующую плотность нейтринной асимметрии  $\Delta n_{\nu_e}$ .

На стадии сразу после коллапса нейтрино поглощаются в веществе СН, т.е. длина их свободного пробега не превышает радиуса ядра  $\lambda_{\nu} \ll R \sim 10$  km. Например, для плотности ядерного ядра  $\rho_0 = M_{\text{N}}(n_n + n_p) = 3 \times 10^{14} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , получается, что  $\lambda_{\nu} \sim 300$  m, если  $E_{\nu} = 30$  MeV, или  $\lambda_{\nu} \sim 2.7$  km для  $E_{\nu} = 10$  MeV. Здесь, используя массу нуклона  $M_{\text{N}} = 940$  MeV, получается барионная плотность  $n_{\text{B}} = n_n + n_p = 1.8 \times 10^{38} \text{ cm}^{-3}$ .

Процентное содержание лептонов  $Y_{\text{L}} = 0.3$  является характерным для вещества в ядре СН сразу после коллапса. Поэтому условие равновесия,  $Y_{\text{L}}n_{\text{B}} = n_e + n_{\nu_e} = [p_{\text{F}_e}^3 + p_{\text{F}_{\nu_e}}^3]/3\pi^2 = 5.4 \times 10^{37} \text{ cm}^{-3}$ , позволяет найти импульсы Ферми для вырожденных электронов и нейтрино,  $p_{\text{F}_e}$  и  $p_{\text{F}_{\nu_e}}$ . Второе уравнение для этих величин следует из рис. D7(a) в книге [251], где для той же плотности вещества  $\rho_0 = 3 \times 10^{14} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  находим разность  $\mu_n - \mu_p = \mu_e - \mu_{\nu_e} = 40$  MeV, соответствующую температуре  $T \simeq 10$  MeV. Заметим, что лептоны являются ультрарелятивистскими, и поэтому  $\mu_e - \mu_{\nu_e} = p_{\text{F}_e} - p_{\text{F}_{\nu_e}} = 40$  MeV, тогда как нуклоны вырождены и нерелятивистские, следовательно  $\mu_n - \mu_p = E_{\text{F}_n} - E_{\text{F}_p} = [p_{\text{F}_n}^2 - p_{\text{F}_p}^2]/2M_{\text{N}} = 40$  MeV. Окончательно получаем все импульсы Ферми в по-

добном плотном ядре:  $p_{F_{\nu_e}} = 163 \text{ MeV}$ ,  $p_{F_n} = 341 \text{ MeV}$  и  $p_{F_e} = p_{F_p} = 203 \text{ MeV}$ . Здесь последнее равенство вытекает из условия электронейтральности  $n_e = n_p$ . Таким образом, находим, что плотность электронных нейтрино на этой стадии эволюции СН  $n_{\nu_e} = 1.46 \times 10^5 \text{ MeV}^3 = 1.9 \times 10^{37} \text{ cm}^{-3}$ , которую следует подставить в выражение (3.68), пренебрегая вкладом антинейтрино.

Время магнитной диффузии  $t_{\text{diff}} = \lambda^2/\eta$ , которое следует из уравнения Фарадея (3.51),

$$t_{\text{diff}} = \frac{\sigma_{\text{cond}}}{k^2} = \frac{\sigma_{\text{cond}}}{\Pi_2^2}, \quad (3.69)$$

зависит от электрической проводимости плазмы вырожденных ультрарелятивистских электронов и вырожденных нерелятивистских протонов,  $\sigma_{\text{cond}} = \omega_p^2/\nu_{\text{coll}}$  [230]. Заметим, что комбинированные эффекты вырождения и экранирования уменьшают частоту столкновений  $\nu_{\text{coll}} \sim T^2$ . Таким образом, столкновения заряженных частиц блокируются из-за принципа Паули, поскольку состояния  $p < p_F$  заняты и  $\nu_{\text{coll}} \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ .

Электропроводность была найдена в работе [230],

$$\sigma_{\text{cond}} = \frac{1.6 \times 10^{28}}{(T/10^8 \text{ K})^2} \left( \frac{n_e}{10^{36} \text{ cm}^{-3}} \right)^{3/2} \text{ s}^{-1}. \quad (3.70)$$

Для  $p_{F_e} = 203 \text{ MeV}$  и соответствующей электронной плотности  $n_e = p_{F_e}^3/3\pi^2 = 3.7 \times 10^{37} \text{ cm}^{-3}$ , а также температуры  $T = 10 \text{ MeV} \simeq 10^{11} \text{ K}$  в ядре СН, формула (3.70) дает  $\sigma_{\text{cond}} = 2250 \text{ MeV}$ . Данный результат приводит к оценке  $t_{\text{diff}} = 0.023 \text{ s}$ . Это означает, что любое затравочное магнитное поле  $B_0$ , существующее в плазме, не затухает из-за омических потерь в течение первых миллисекунд после начала коллапса,  $t \ll t_{\text{diff}}$ , а эволюционирует для заданного волнового числа  $k$  за счет  $\alpha$ -динамо механизма, вызванного нейтринной асимметрией (см. Приложение Д) согласно соотношению

$$B(t, k) = B_0 \exp \left[ \int_{t_0}^t (|\alpha|k - \eta k^2) dt' \right]. \quad (3.71)$$

Если  $k < |\alpha|/\eta = |\Pi_2|$ , то затравочное магнитное поле в формуле (3.71) будет экспоненциально расти. Самый быстрый рост соответствует  $\alpha^2$ -динамо с  $k =$

$|\alpha|/2\eta$ , для которого  $B(t) = B_0 \times \exp \left\{ \int_{t_0}^t [\alpha^2(t')/4\eta(t')] dt' \right\}$ .

К сожалению, при тех же условиях, т.е. при больших  $n_{\nu_e} = 1.9 \times 10^{37} \text{ cm}^{-3}$ , масштаб магнитного поля довольно мал,  $\lambda = k^{-1} \simeq \eta/|\alpha| = |\Pi_2|^{-1} \sim 1.25 \times 10^{-3} \text{ cm}$ . Здесь используется тот факт, что  $|F| = 2$ , см. рис. 2.2(b). Однако масштаб поля должен возрасти когда асимметрия нейтрино уменьшается из-за значительного испускания антинейтрино на временах  $t \leq 0.03 - 0.1 \text{ s}$ ,  $\Delta n_{\nu_e} = n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e} \rightarrow 0$  (см. рис. 11.3 в книге [251]). Он может достичь радиуса протонейтронной звезды  $\lambda \rightarrow R_0 = 10 \text{ km}$ ,  $k = |\Pi_2| = R_0^{-1}$ , для асимметрии плотностей нейтрино равной

$$n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e} = \frac{\pi}{R_0 \alpha_{\text{em}} G_F \sqrt{2} |F|} \simeq 5 \times 10^{27} \text{ cm}^{-3}. \quad (3.72)$$

Время магнитной диффузии должно быть пересчитано для этой стадии взрыва СН отдельно (быстрый всплеск в излучении  $\nu_e$  из-за распространения ударной волны и следующей за этим аккрецией вещества; см. рис. 11.1 в книге [251]).

Предложенный механизм роста магнитного поля в СН, обусловленного асимметрией электронных нейтрино, может приводить к дополнительному усилению сильного затравочного магнитного поля  $B_0 = (10^{10} - 10^{12}) \text{ G}$  в течение первой секунды взрыва СН, когда асимметрия  $n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e} \neq 0$  остается заметной. Здесь сильное затравочное магнитное поле может происходить из малого магнитного поля протозвезды, например,  $B_{\text{proto}} \sim (1 - 10^2) \text{ G}$ , усиленного благодаря сохранению магнитного потока,  $B_0 = B_{\text{proto}} (R_{\text{proto}}/R_0)^2$ , во время коллапса протозвезды. Тем не менее, вопрос о возможности объяснения сильного магнитного поля наблюдаемого в магнитарах,  $B = (10^{14} - 10^{15}) \text{ G}$ , на основе предложенного нового механизма, требует отдельного исследования (см. также разд. 3.8.3).

### 3.8.3. Сравнение разработанной модели с ранее предложенном механизмом основанном на киральном магнитном эффекте

В работе [191] предлагается альтернативный механизм создания сильных магнитных полей в магнитарах на основе кирального магнитного эффекта для

электронов с разностью химических потенциалов для правых и левых частиц,  $\mu_5 \sim \mu_R - \mu_L \neq 0$ . Киральный дисбаланс электронов возникает благодаря захвату электронов внутри ядра звезды, который был рассмотрен выше (урка-процесс),  $p + e_L^- \rightarrow n + \nu_{eL}$ , где нижний индекс L обозначает левую поляризацию.

В работе [191] был оценен характерный масштаб волнового числа  $k$  и величина векторного потенциала  $A$ , связанные с такой неустойчивостью (см. формулу (27) в статье [191]):

$$k \sim \alpha_{\text{em}} \mu_5, \quad |\mathbf{A}| \sim \frac{\mu_5}{\alpha_{\text{em}}}, \quad \text{следовательно} \quad B \sim k|\mathbf{A}| \sim \mu_5^2, \quad (3.73)$$

где, положив  $\mu_5 = 200 \text{ MeV}$ , получаем огромное  $B_{\text{max}} \sim \mu_5^2 \sim 10^{18} \text{ G}$ . Авторы работы [191] также показывают, что неустойчивость имеет характерный временной масштаб меньший, чем изменение спиральности при столкновениях,  $\Gamma_{\text{inst}} = \alpha_{\text{em}}^2 \mu_5 \gg \Gamma_{\text{flip}} \sim \alpha_{\text{em}}^2 (m_e/\mu_5)^2 \mu_5$ . Другими словами, процесс  $\mu_5 \rightarrow 0$  из-за столкновений в плазме пренебрежимо мал, поскольку  $\mu_5 \gg m_e$ .

Тем не менее, в предложенном в статье [191] механизме усиления магнитного поля остается неясным, как создается крупномасштабное магнитное поле, поскольку генерируемое поле оказывается микроскопическим. Действительно, масштаб  $k^{-1} \sim \text{MeV}^{-1}$ , найденный в работе [191], намного меньше, чем полученный в разд. 3.8.2. В статье [191] выдвинуто предположение, что более реалистичные расчеты с использованием МГД для киральной плазмы в будущем возможно дадут ответ на этот вопрос.

### 3.9. Выводы: магнитные поля в магнитарах

В разд. 3.1 было выведено выражение для аномального электрического тока безмассовых фермионов электрослабо взаимодействующих с фоновым веществом под действием внешнего магнитного поля. Данное выражение было получено на основе точного решения уравнения Дирака в соответствующих внешних полях. Вклад нарушающего четность электрослабо взаимодействия

оказался дополнительным к хорошо известному КМЭ.

Далее, в разд. 3.2 была изучена роль массы заряженных фермионов при генерации аномального тока предсказанного в разд. 3.1. Было обнаружено, что любая ненулевая масса обращает аномальный ток в ноль. Данный результат был получен с помощью точного решения уравнения Дирака и вычислением антисимметричного вклада в поляризационный оператор фотона. Зануление аномального тока для массивных частиц связано с нарушением киральной симметрии. Таким образом генерация магнитного поля за счет существования подобного тока возможна только в случае ненарушенной киральной симметрии.

Для того, чтобы реализовать генерацию магнитного поля за счет аномального тока в формуле (3.16) в астрофизических средах, в разд. 3.3 и 3.4 была изучена эволюция сильных магнитных поля в кварковом веществе, при наличии КМЭ дополненного вкладом электрослабого взаимодействия между кварками в формуле (3.38). Чтобы обеспечить существование КМЭ предполагалось, что плотность кваркового вещества достаточно высокая, так что при этом происходит киральный фазовый переход и киральная симметрия оказывается не нарушенной.

Несмотря на то, что между подходами в работах [63, 65–68], где изучалась генерация магнитных полей в НЗ за счет аналогичного эффекта, и разд. 3.3 и 3.4 имеется довольно близкая связь, механизм генерации поля описанный в разд. 3.3 и 3.4 (см. также работу [69]), скорее всего, является более правдоподобным. Как уже упоминалось выше, генерация аномального тока в формуле (3.38) невозможна для массивных частиц. Электроны в НЗ являются ультррелятивистскими, однако они имеют ненулевую массу. Как показано в статье [252], киральная симметрия может быть восстановлена при плотностях  $n \sim M_W^3 \sim 10^{46} \text{ см}^{-3}$ , что намного выше, чем можно ожидать в НЗ. Следовательно КМЭ для электронов, а также результаты работ [63, 65–68] вряд ли применим в НЗ (см. также разд. 3.1 и работу [77]).

В работе [225] было найдено, что киральная симметрия может восстано-



виться для самых легких  $u$  и  $d$  кварков при плотностях соответствующий ядру ГЗ или КЗ за счет эффектов КХД. Учитывая тот факт, что между  $u$  и  $d$  кварками действуют электрослабые силы нарушающие четность, можно заключить, что применения методов в работах [63, 65–68] к кварковому веществу в компактной звезде оправдано.

Было получено, что в кварковом веществе затравочное магнитное поле  $B_0 = 10^{12}$  G, типичное для молодого пульсара, усиливается до  $B_{\text{sat}} \sim (10^{14} - 10^{15})$  G, в зависимости от начальной температуры. Магнитные поля подобной напряженности предсказываются в магнитарах [113–115]. Поэтому ГЗ/КЗ может стать магнитаром. Интересно отметить, что время роста магнитного поля до  $B_{\text{sat}}$  намного меньше, чем предсказывалось в работах [63, 65–68] для случая НЗ. Это означает, что в разработанной модели сильные магнитные поля генерируются довольно быстро за время  $t_{\text{sat}}$  порядка нескольких часов после того, как звезда приходит в тепловое равновесие.

Поскольку найденное в разд. 3.3 и 3.4 время роста магнитного поля оказалось относительно небольшим, то генерация поля может происходить в более ранние эпохи эволюции компактной звезды, когда эффекты турбулентности в кварковом веществе могут играть важную роль. В разд. 3.5–3.7 была рассмотрена эволюция магнитного поля в модели описанной в разд. 3.3 и 3.4 с учетом влияния МГД-турбулентности (см. также работу [70]). МГД-турбулентность учитывалась путем моделирования скорости вещества с помощью силы Лоренца в выражении (3.53) (см. также формулу (2.30) и работу [80]). Затем была выведена система уравнений эволюции для спектров плотности магнитной спиральности и плотности магнитной энергии, а также для киральных дисбалансов каждого типа кварков (см. уравнения (3.61)–(3.64)). В разделе 3.6, эта система была решена численно с начальными условиями соответствующими ГЗ/КЗ.

В разд. 3.7 было проанализировано применение полученных результатов для интерпретации электромагнитного излучения от АХР и SGR. Было обна-

ружено, что при определенных начальных условиях эволюция во времени магнитного поля, полученная в рассматриваемой модели, напоминает различные вспышки магнитаров: от быстрых всплесков до гигантских вспышек. Таким образом, мелкомасштабные магнитные поля, генерируемые в ядре звезды, могут инициировать электромагнитную активность в магнитосфере компактной звезды, которая приводит к вспышкам, например, посредством механизма ТПВ распространяющейся через кору звезды, который был недавно предложен в работах [244, 245]. Следовательно, механизм генерации магнитного поля, обусловленный электрослабым взаимодействием между фермионами, в результате которого нарушается четность, может быть реализован в таких компактных звездах.

Следует отметить, что генерация пиков на рис. 3.2 и 3.3 обусловлена МГД-турбулентностью. Данная турбулентность становится существенной, когда магнитное поле приближается к своему максимальному значению, поскольку вклад турбулентности квадратичен по спектрам  $h(k, t)$  и  $\rho_B(k, t)$  в уравнениях (3.54)-(3.57). Следовательно, учитывая антикорреляцию температуры вещества и напряженности магнитного поля, упомянутую в разделе 3.5 (см. также статью [69]), и формулу (3.18), получаем, что при этом длина свободного пробега кварков становится сравнимой с пространственным масштабом магнитного поля. Следовательно, эффекты турбулентности останавливают рост магнитного поля, обусловленного электрослабой поправкой к КМЭ. Эта особенность хорошо известна в теории турбулентности (см., например, книгу [238]). Поэтому описанный процесс приводит к формированию пиков при эволюции магнитного поля, которые видны на рис. 3.2(а)-3.2(с) и 3.3.

Альтернативная модель генерации сильных магнитных полей магнитаров, которая применима, главным образом, в НЗ, была предложена в работе [253]. Она основана на МГД динамо усилении затравочного поля в турбулентной плазме протонейтронной звезды. Турбулентность вещества создается за счет плотного потока нейтрино, испускаемого при взрыве СН. Максимальное магнитное

поле может быть получено из идеи равномерного распределения энергий магнитного поля и турбулентного движения вещества. Тщательная оценка, сделанная в работе [254], указывает на возможность создания магнитного поля с напряженностью  $B \sim 10^{14}$  G. В принципе, такой напряженности поля достаточно, чтобы объяснить вспышку магнитара (см. оценки в разд. 3.7). Однако подобное поле создается в протонейтронной звезде, когда поток нейтрино значителен, т.е. это поле может возникнуть в течение нескольких миллисекунд после взрыва СН. В свою очередь, вспышки магнитаров наблюдаются на гораздо более поздних этапах эволюции компактных звезд [113], когда звезда, скорее всего, находится в тепловом равновесии. Таким образом, механизм предложенный в разд. 3.5-3.7 для описания генерации мелкомасштабных флуктуаций магнитного поля в вырожденном кварковом веществе, выглядит более приемлемым для объяснения вспышек магнитаров.

Наконец, результат вычисления параметра ЧС в выражении (2.14) был использован в разд. 3.8 для описания эволюции магнитного поля в ультрарелятивистском вырожденном электронном газе в СН. В этом случае наблюдается возможность роста магнитного поля за счет нейтринной асимметрии, причем магнитная диффузия оказывается несущественной. Несмотря на то, что в разд. 3.8.2 была изучена лишь возможность такого усиления поля, данный механизм вполне может быть реализован для объяснения сильных магнитных полей магнитаров.

## Заключение

В диссертации было рассмотрено влияние внешних полей, включающих сильное магнитное поле, на процесс осцилляций нейтрино, а также механизмы генерации сильных магнитных полей в различных космологических и астрофизических средах. Основными результатами диссертации являются:

- Разработан формализм, основанный на релятивистской квантовой механике, для описания флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в веществе под действием внешнего магнитного поля. Сформулирована и решена начальная задача для системы флейворных нейтрино, учитывающая точные решения релятивистских волновых уравнений для массивных нейтрино в соответствующих внешних полях. Воспроизведены результаты квантовомеханического подхода для описания нейтринных осцилляций и исследованы поправки к стандартному гамильтониану для спин-флейворных осцилляций в магнитном поле. Общая постановка задачи позволила описать осцилляции как дираковских так и майорановских нейтрино. В случае майорановских нейтрино были также исследованы переходы между нейтрино и антинейтрино. В качестве приложений был рассмотрен широкий класс внешних полей, что дало возможность описать осцилляции дираковских и майорановских нейтрино в реальных астрофизических средах, таких как расширяющаяся оболочка после взрыва СН.
- Описаны осцилляции между нейтрино и антинейтрино в фоновом веществе с использованием квантовой теории поля, при этом нейтрино рассматриваются как виртуальные частицы. Получена вероятность перехода между состояниями нейтрино и антинейтрино, которые, в принципе, могут принадлежать к различным флейворам. Полученный результат позволяет рассмотреть влияние плотного ядерного вещества на  $(0\nu 2\beta)$ -распад.
- Вычислен антисимметричный формфактор в поляризационном операто-

ре фотона в плазме из лептонов и антилептонов, которые электрослабо взаимодействуют с  $\nu\bar{\nu}$ -газом. В данном вычислении точно учтены температура и химический потенциал вещества, а также тепловые поправки к массе лептонов и к закону дисперсии плазмонов в среде. Обнаружено, что полученный член ЧС отличен от нуля при наличии асимметрии между нейтрино и антинейтрино. Выведенный член ЧС ответственен за неустойчивость внешнего магнитного поля и приводит к росту поля. На этой основе изучена генерация магнитных полей за счет нейтринной асимметрии в ранней вселенной и при взрыве СН. Показано, что в этих случаях можно ожидать значительного роста затравочного поля.

- Рассмотрено влияние асимметрий левых лептонов и хиггсовских бозонов, а также сфалеронных переходов, на эволюцию гиперзарядовых полей в ранней вселенной до ЭСФП. Используя этот результат, построены модели лептогенезиса и бариогенезиса под действием гипермагнитного поля. Исследован вклад левых лептонов, а также затравочного гипермагнитного поля, в генерацию БАВ.
- Получена поправка к КМЭ за счет электрослабого взаимодействия между киральными заряженными фермионами, которая приводит к неустойчивости магнитного поля, что, в свою очередь может выражаться в росте затравочного поля. Рассмотрев, в качестве примера, плотное кварковое вещество с восстановленной киральной симметрией, была выведена система уравнений для описания эволюции магнитных полей и киральных дисбалансов. Показано, что затравочное магнитное поле в подобной системе может быть усилено на 2-3 порядка. На этой основе построена модель генерации сильных крупномасштабных магнитных полей в кварковом веществе соответствующем компактным звездам. В рамках данной модели показано, что характеристики генерируемых полей близки к предсказываемым в магнитарах.

- Исследована роль массы заряженных фермионов на возникновение КМЭ в присутствии электрослабого взаимодействия с фоновым веществом. Используя метод точных решений волнового уравнения в присутствии внешних полей, а также вычисление антисимметричного вклада в поляризационный оператор фотона, показано, что ненулевая масса фермионов нивелирует появление КМЭ. Выдвинуто предположение, что данный результат связан с нарушением киральной симметрии.
- Рассмотрено влияние МГД-турбулентности на эволюцию магнитного поля в релятивистской плазме. На основе полной нелинейной системы МГД уравнений, включающей также вклад КМЭ, были получены замкнутые уравнения для описания эволюции магнитного поля с учетом КМЭ и МГД-турбулентности. Обнаружено, что данный вид турбулентности не может приводить к усилению затравочного поля, в противоположность КМЭ. Рассмотрев, наряду с МГД-турбулентностью, вклады КМЭ и электрослабого взаимодействия между кварками в плотном веществе компактной звезды, была построена модель для описания вспышек магнитаров вызванных флуктуациями мелкомасштабного магнитного поля внутри компактной звезды.

## Благодарности

В заключение автор выражает благодарность своим коллегам и соавторам В. Б. Семикозу, Ю. Маалампи, Д. М. Гитману, С. П. Гаврилову, К. О. Дибу, Т. И. Рашбе, А. Е. Лобанову и В. Г. Багрову за полезные обсуждения и консультации, а также ценные замечания, которые способствовали подготовке настоящей работы. Также выражается признательность В. Беренгеле за помощь в подготовке текста диссертации.

Ряд результатов, вошедших в диссертацию, был получен при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Фонда содействия отечественной науке, Германской службы академических обменов, Академии Финляндии, Национальной комиссии по научным исследованиям и технологиям (Чили) и Исследовательского фонда Сан-Паулу (Бразилия).

## Приложение А

### Решение обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $a_a^{(\zeta)}$

В этом приложении приводится формализм для анализа обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $a_a^{(\zeta)}$  которые встречаются в разд. 1.2 и 1.3.

Рассмотрим эволюцию во времени двухкомпонентного спинора  $\mathbf{Z}^T = (Z_1, Z_2)$ , которая определяется уравнением Шредингера в форме,

$$i\dot{\mathbf{Z}} = H\mathbf{Z}, \quad (\text{A.1})$$

где гамильтониан имеет следующий вид:

$$H = g \begin{pmatrix} 0 & e^{i\omega t} \\ e^{-i\omega t} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Здесь  $g$  и  $\omega$  являются действительными параметрами. Уравнение (A.1) должно быть дополнено начальным условием  $\mathbf{Z}(0)$ . Чтобы найти решение уравнений (A.1) и (A.2) рассмотрим новый спинор  $\mathbf{Z}'$  определяемый соотношением,  $\mathbf{Z} = \mathcal{U}\mathbf{Z}'$ , где унитарная матрица  $\mathcal{U}$  имеет вид,

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Теперь уравнение (A.1) переписывается следующим образом:

$$i\dot{\mathbf{Z}}' = H'\mathbf{Z}', \quad (\text{A.4})$$

с новым гамильтонианом  $H'$ , явный вид которого получается с помощью формул (A.1)-(A.3),

$$H' = \mathcal{U}^\dagger H \mathcal{U} - i\mathcal{U}^\dagger \dot{\mathcal{U}} = \begin{pmatrix} \omega/2 & g \\ g & -\omega/2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$



Заметим, что начальное условие для спинора  $\mathbf{Z}'(0)$  является тем же, что и для  $\mathbf{Z}(0)$ ,  $\mathbf{Z}'(0) = \mathbf{Z}(0)$ , из-за особой формы матрицы  $\mathcal{U}$  в формуле (A.3).

Предполагая, что гамильтониан  $H'$  в уравнениях (A.4) и (A.5) не зависит от времени, получаем решение уравнения (A.4) в виде,

$$\mathbf{Z}'(t) = \exp(-iH't)\mathbf{Z}'(0) = (\cos \Omega t - i(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}) \sin \Omega t) \mathbf{Z}'(0), \quad (\text{A.6})$$

где  $\mathbf{n} = (g, 0, \omega/2)/\Omega$  – единичный вектор, а  $\Omega = \sqrt{g^2 + (\omega/2)^2}$ . Используя формулы (A.3), и (A.6) приходим к выражениям для компонент спинора  $\mathbf{Z}$ , записанным с использованием начального условия  $\mathbf{Z}(0)$ :

$$\begin{aligned} Z_1(t) &= \left( \cos \Omega t - i\frac{\omega}{2\Omega} \sin \Omega t \right) e^{i\omega t/2} Z_1(0) - i\frac{g}{\Omega} \sin(\Omega t) e^{i\omega t/2} Z_2(0), \\ Z_2(t) &= \left( \cos \Omega t + i\frac{\omega}{2\Omega} \sin \Omega t \right) e^{-i\omega t/2} Z_2(0) - i\frac{g}{\Omega} \sin(\Omega t) e^{-i\omega t/2} Z_1(0), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

которые могут быть непосредственно применены для анализа обыкновенных дифференциальных уравнений в разд. 1.2 и 1.3.

Чтобы получить решение уравнения (1.33), сопоставим компоненты спинора  $\mathbf{Z}$  с  $a_{1,2}^-$ , а параметр  $\omega$  с  $\omega_-$  (см. разд. 1.2), что позволяет получить формулу (1.34). Также можно применить соотношение (A.7), чтобы получить решение уравнения (1.53). Для в этой цели рассмотрим два случая:

- Для  $\mathbf{Z}^T = (a_1^+, a_2^+)$ ,  $g = -\mu B$ ,  $\omega = \omega_+$  и  $\Omega = \Omega_+$ ;
- Для  $\mathbf{Z}^T = (a_1^-, a_2^-)$ ,  $g = \mu B$ ,  $\omega = \omega_-$  и  $\Omega = \Omega_-$ .

Используя эти формулы вместе с выражениями (A.7), приходим к формулам (1.54)-(1.56). Заметим, что динамика системы (A.1) и (A.2) аналогична к квантовомеханическому описанию спин-флейворных осцилляций нейтрино во вращающемся магнитном поле, изученных в работах [255, 256].

## Приложение Б

### Анализ приближений, сделанных при выводе эффективного гамильтониана

В этом приложении будет проанализирована справедливость подхода основанного на релятивистской квантовой механике для описания спин-флейворных осцилляций нейтрино, рассмотренных в разд. 1.4. Поправка к эффективному гамильтониану (1.82) является довольно небольшой величиной. Поэтому необходимо оценить другие факторы, которые также могут давать вклады в эффективный гамильтониан, сопоставимые с формулой (1.82). В этом разделе будут проанализированы вклады в эффективный гамильтониан от продольного магнитного поля, поляризации вещества, а также возможные поправки за счет новых взаимодействий.

Прежде всего следует напомнить, что использование подхода основанного на релятивистской квантовой механике подразумевает, что внешние поля не зависят от пространственных координат. Если внешние поля зависят от пространственных координат, то строгое описание дираковских волновых пакетов ведет к различным дополнительным явлениям, таким как рождение частиц внешним неоднородным полем [257]. Для того, чтобы приближение пространственно однородных внешних полей было справедливым, характерный пространственный масштаб изменения внешнего поля  $L_{\text{ext}}$  должен быть намного больше, чем комптоновская длина волны нейтрино [257]:  $L_{\text{ext}} \gg \lambda_C = \hbar/m_\nu c$  [139]. Для нейтрино с массой  $m_\nu \sim 1 \text{ eV}$  это условие дает  $L_{\text{ext}} \gg 10^{-5} \text{ cm}$ , что выполняется почти для всех реальных внешних полей.

Следует сделать общее замечание о «пертурбативном» подходе, используемом в разд. 1.4. В модифицированном уравнении (1.31), которое включает взаимодействие с магнитным полем, члены, содержащие  $a_a^\pm$  и  $a_a^\mp$  связаны, а константы связи пропорциональны  $g$  и  $\mu B$  (1.73). Поскольку в разд. 1.1 показано,

что в вакууме массовые собственные состояния расщепляются, то их значения в последующие моменты времени целиком определяются начальным условием. При решении модифицированного уравнения (1.31), можно было бы просто учесть члены линейные по  $g$  и  $\mu B$  (см., например, уравнение (1.61), а также работы [51, 53]. Однако данные вклады учитываются точно при дальнейшем рассмотрении (см. уравнения (1.72) и (1.75)). Это эквивалентно суммированию всех членов ряда теории возмущений.

При выводе эффективного гамильтониана (1.75) в разд. 1.4 предполагается, что магнитное поле является поперечным относительно движения нейтрино. Влияние продольного магнитного поле на осцилляции нейтрино было изучено в работе [147], в которой было обнаружено, что диагональные элементы эффективного гамильтониана получают дополнительные небольшие поправки  $\mu_a B_{\parallel}(m_a/k)$ . Чтобы пренебречь вкладом продольного магнитного поля по сравнению с поправкой в формуле (1.82), его напряженность должна удовлетворять соотношению,

$$\frac{B_{\parallel}}{B_{\perp}} \ll \frac{1}{16k B_{\perp} |\mu_a m_a - \mu_b m_b|} \left| \frac{m_a^2 g_a^3}{\mathcal{M}_a^2} - \frac{m_b^2 g_b^3}{\mathcal{M}_b^2} \right|, \quad (\text{Б.1})$$

где  $B_{\perp}$  – поперечная компонента магнитного поля.

Известно, что магнитное поле протонейтронной звезды обычно имеет полоидальную и тороидальную компоненты. Конечно, при этом не исключается наличие также и нерегулярного турбулентного магнитного поля, но оно, по видимому, является мелкомасштабным. Тороидальное магнитное поле может иметь напряженность  $\sim 10^{16}$  G и быть сосредоточенным вблизи экватора звезды на расстоянии  $\sim 10$  km от центра [258]. Таким образом, в рассматриваемом случае тороидальное магнитное поле вряд ли будет в значительной степени влиять на динамику осцилляций нейтрино.

Оценим долю нейтрино, для которой новая поправка (1.82) в эффективный гамильтониан дает бóльший вклад в резонансное усиление осцилляций по сравнению с продольной составляющей полоидального магнитного поля.

Используя формулу (Б.1), находим, что такие нейтрино должны испускаться вблизи экваториальной плоскости внутрь телесного угла с углом раствора  $2\vartheta$ , где  $\vartheta \sim B_{\parallel}/B_{\perp}$ . Предполагая радиально-симметричное испускание нейтрино, получаем, что около 10% от общего потока нейтрино подвержено влиянию нового резонанса (1.96), т.е. продольное магнитное поле оказывает пренебрежимо малое воздействие на осцилляции таких частиц.

Следующим важным приближением, сделанным при выводе уравнения (1.75), было пренебрежение поляризацией вещества, которое может быть неверным, если изучаются довольно сильные магнитные поля. Влияние поляризации вещества на осцилляции нейтрино ранее обсуждалось в работах [139–141, 259]. Поляризация вещества дает следующие вклады в диагональные элементы эффективного гамильтониана [139–141]:  $g_a(\boldsymbol{\lambda}_f \cdot \boldsymbol{\beta}_\nu)$  (для лево-поляризованных нейтрино) и  $g_a(\boldsymbol{\lambda}_f \cdot \boldsymbol{\beta}_\nu)(m_a/k)$  (для право-поляризованных нейтрино), где  $\boldsymbol{\beta}_\nu$  – скорость нейтрино, а  $\boldsymbol{\lambda}_f$  – средний вектор поляризации фоновых фермионов. Здесь удерживается только главный порядок по  $m_a/k$ .

Сначала оценим вклад для право-поляризованных нейтрино. При этом будем учитывать только поляризацию электронов, т.к. нуклоны гораздо тяжелее. Для слабо вырожденных электронов необходимо обсудить предел слабого поля (см. работу [259]), т.к.  $2eB/m_e^2 \sim 10^{-8} \ll 1$ , где  $m_e$  – масса электрона, а  $B \sim 10^7$  Г. Поскольку температура внутри области ударной волны может быть в районе нескольких MeV [260], электроны являются релятивистскими. Отсюда их среднюю поляризацию можно оценить как  $|\boldsymbol{\lambda}_f| \sim \mu_B B m_e / 3T_e^2$ , где  $T_e$  – температура электронов. Поэтому получаем, что новая поправка к эффективному гамильтониану (1.82) становится больше, чем вклад поляризации вещества в эффективный потенциал право-поляризованных нейтрино при  $T_e > 4$  MeV.

Для оценки вклада  $g_a(\boldsymbol{\lambda}_f \cdot \boldsymbol{\beta}_\nu)$  в эффективный гамильтониан, который соответствует эффективному потенциалу лево-поляризованных нейтрино, заметим, что вектор  $\boldsymbol{\lambda}_f$  должен быть направлен вдоль внешнего магнитного поля. Для того, чтобы этот вклад был много меньше, чем новая поправка к эффективному

гамильтониану (1.82), угол  $\vartheta$  определенный выше, должен быть очень малым:  $\vartheta \ll 10^{-8}$ , для  $T_e \sim 4 \text{ MeV}$ . Это означает, что можно пренебречь поляризационными эффектами, только если нейтрино испускаются очень близко к экватору звезды. Следует, однако, напомнить, что поляризация вещества такого вида вносит вклад только в  $(H_{QM})_{22}$  в формуле (1.81), поскольку только этот элемент соответствует  $\nu_e^L$ . Таким образом, наличие члена  $g_a(\boldsymbol{\lambda}_f \cdot \boldsymbol{\beta}_\nu)$  не влияет непосредственно на результаты разд. 1.5, т.к. там изучается канал осцилляций  $\nu_e^R \leftrightarrow \nu_s^L$  (см. также таблицу 1.1).

Наличие у дираковских нейтрино больших магнитных моментов подразумевает то, что они возникают за счет новых взаимодействий, выходящих за рамки СМ, которые обуславливают электромагнитную связь пары левых и правых нейтрино. Весьма вероятно, что подобные новые взаимодействия также дают вклад в эффективный потенциал взаимодействия право-поляризованных нейтрино с фоновым веществом. Несмотря на то, что данный дополнительный эффективный потенциал, вероятно, будет небольшим, его следует оценить и сравнить с поправкой (1.82).

Наиболее общий вид взаимодействия инвариантного относительно калибровочных преобразований группы  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , которое генерирует магнитные моменты дираковских нейтрино, обсуждался в работе [261]. При этом было обнаружено, что магнитные моменты нейтрино возникают из эффективного лагранжиана, содержащего операторы  $\mathcal{O}_j$  размерности  $n = 6$ ,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \sum_j \frac{C_j}{\Lambda^2} \mathcal{O}_j + \text{h.c.}, \quad (\text{Б.2})$$

где  $\Lambda \sim 1 \text{ TeV}$  – масштаб энергий возникновения новой физики, а  $C_j$  – эффективные константы связи операторов. Сумма в формуле (Б.2) распространяется на все операторы заданной размерности.

Один из операторов  $\mathcal{O}_j$  также может давать вклад в эффективный потенциал правого нейтрино в веществе,

$$\mathcal{O} = \kappa \bar{L} \tau_a \tilde{\phi} \sigma^{\mu\nu} \nu_R W_{\mu\nu}^a, \quad (\text{Б.3})$$

где  $\kappa$  – константа связи,  $\tau_a$  – матрицы Паули,  $L^T = (\nu_L, e_L)$  – изодублет относительно  $SU(2)_L$ -преобразований,  $\tilde{\phi} = i\tau_2\phi^*$ ,  $\phi$  – хиггсовский бозон, а  $W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - \kappa\epsilon_{abc}W_\mu^bW_\nu^c$  – тензор напряженности  $SU(2)_L$ -калибровочного поля.

Предполагая, что спонтанное нарушение симметрии происходит на электрослабом масштабе энергий,  $\phi^T \rightarrow (0, v/\sqrt{2})$ , можно переписать лагранжиан (Б.2) в виде,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{C\kappa v}{\sqrt{2}} \bar{e}_L \sigma^{\mu\nu} \nu_R (W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2) + \text{h.c.}, \quad (\text{Б.4})$$

который означает, что процесс  $e^- + \nu_R \rightarrow e^- + \nu_L$  должен происходить при наличии фонового вещества.

Используя результаты работы [261], можно оценить вклад лагранжиана (Б.4) в эффективный гамильтониан (1.81) как

$$\delta V_R \sim V_{\text{sm}} \left( \frac{\mu_\nu}{\mu_B} \right)^2 \left( \frac{E_\nu}{m_e} \right)^2 \frac{|\kappa|^2}{G_F M_W^2}, \quad (\text{Б.5})$$

где  $V_{\text{sm}} \sim G_F n_e$  – эффективный потенциал вычисленный в рамках СМ, а  $M_W$  – масса  $W$  бозона. Полагая  $\mu_\nu \sim 10^{-12}\mu_B$ ,  $E_\nu \sim 100 \text{ MeV}$  и  $m_\nu \sim 1 \text{ eV}$  (см. разд. 1.6), можно получить, что отношение поправки к эффективному потенциалу (Б.5) и новой поправке (1.82) составляет  $\sim 10^{-4}$ . Это означает, что влияние новых взаимодействий, генерирующих магнитные моменты нейтрино, не важно при рассмотрении спин-флейворных осцилляций нейтрино.

Оценим теперь влияние диагональных магнитных моментов  $\mu_a$  на динамику спин-флейворных осцилляций. В работе [159] было обнаружено, что для получения значительной  $\nu_e^R$ -светимости  $\sim 10^{50} \text{ erg / s}$ , диагональный магнитный момент должен быть  $\mu_{\nu_e} = 10^{-13} \mu_B$ . Формула (1.96) была получена в предположении  $\mu_{\nu_e} \ll \mu$ . В формуле (1.98) считалось, что  $\mu = 3 \times 10^{-12} \mu_B$ , т.е. условие справедливости соотношения (1.96) удовлетворяется. На рис. Б.1 приведено численное решение уравнения Шредингера (1.75). Напомним, что в рассматриваемой упрощенной модели, в которой  $\mu_{\nu_e} = 0$ , вероятность перехода равна  $P(x) = \sin^2(\mu Bx)$ , если выполняется резонансное условие (1.96). Как можно

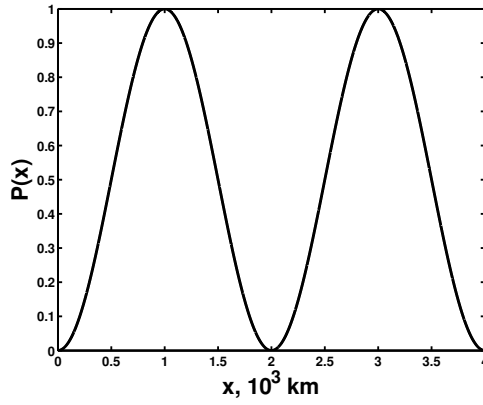


Рис. Б.1. Вероятность перехода на основе численного решения уравнения эволюции для нейтрино с  $\mu = 3 \times 10^{-12} \mu_B$ ,  $\mu_{\nu_e} = 10^{-13} \mu_B$ ,  $E = 100 \text{ MeV}$ ,  $m_{\nu_e} = 1 \text{ eV}$  и  $\delta m^2 = 5 \times 10^{-17} \text{ eV}^2$ , движущегося в среде с  $\rho = 10^6 \text{ g/cm}^3$  и взаимодействующего с магнитным полем  $B = 10^7 \text{ G}$ .

видеть на рис. Б.1 почти нет разницы в динамике спин-флейворных осцилляций в рассматриваемой упрощенной модели и более реалистической ситуации, которая включает ненулевой диагональный магнитный момент электронного нейтрино.

## Приложение В

### Вычисление элемента $S$ -матрицы

В данном приложении приведен подробный расчет элемента  $S$ -матрицы используемого в разд. 1.10. Отметим, что аналогичное вычисление для случая виртуальных нейтрино, распространяющихся в вакууме, т.е. когда матрица  $(f_{\lambda\lambda'}^\mu)$  отсутствует в уравнении (1.130), впервые было выполнено в работе [41].

Используя формулы (1.134)-(1.136), а также после интегрирования по пространству и устранения комбинаторных множителей, можно переписать соотношение (1.132) в виде,

$$S = \frac{G_F^2}{\mathcal{V}\sqrt{E_\alpha E_\beta}} \int dx_0 dy_0 e^{i\mathbf{p}_\beta \mathbf{x}_1 - i\mathbf{p}_\alpha \mathbf{x}_2} e^{iE_\alpha x_0 - iE_\beta y_0} \times \bar{u}(p_\alpha) \gamma^0 P_R S_a(\mathbf{L}, x_0 - y_0) P_R \gamma^0 u(p_\beta), \quad (\text{B.1})$$

где используется тот факт, что  $u^T(-p_\alpha)C = \bar{u}(p_\alpha)$ . Интегрирование по  $x_0$  и  $y_0$  может быть выполнено с использованием новых переменных:  $T = (x_0 + y_0)/2$  и  $t = x_0 - y_0$ . После этого интегрирования получается  $\delta$ -функция соответствующая закону сохранения энергии в формуле (1.137).

Преобразование Фурье пропагатора нейтрино  $S_a(x)$  в формуле (B.1) было найдено в работе [262] и имеет вид,

$$S_a(k) = \frac{(k^2 - m_a^2 - g_a^2 - 2i\sigma_{\mu\nu}\gamma^5 g_a^\mu k^\nu)(\gamma^\mu k_\mu + m + \gamma_\mu \gamma^5 g_a^\mu)}{(k^2 - m^2 - g_a^2)^2 - 4(g_a k)^2 + 4k^2 g_a^2}, \quad (\text{B.2})$$

где  $g_a^\mu \equiv g_{aa}^\mu$  – диагональные элементы матрицы  $(g_{ab}^\mu)$  (см. формулу (1.25)).

В случае неподвижного и неполяризованного вещества интегрирование по импульсу в формуле (B.1) может быть выполнено с использованием теоремы о вычетах. Наконец, приходим к следующему результату:

$$\int e^{i\mathbf{k}\mathbf{L}} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{p_a^2 - g_a^2/4 - \mathbf{k}^2 - g_a(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{k})}{(\mathbf{k}^2 - k_1^2)(\mathbf{k}^2 - k_2^2)} (1 - \gamma^5) \approx -\frac{F_a}{4\pi L}, \quad (\text{B.3})$$

где  $F_a$  определяется в формуле (1.138). В соотношении (B.3) отброшены несколько малых членов порядка  $k_{1,2}L \gg 1$ .



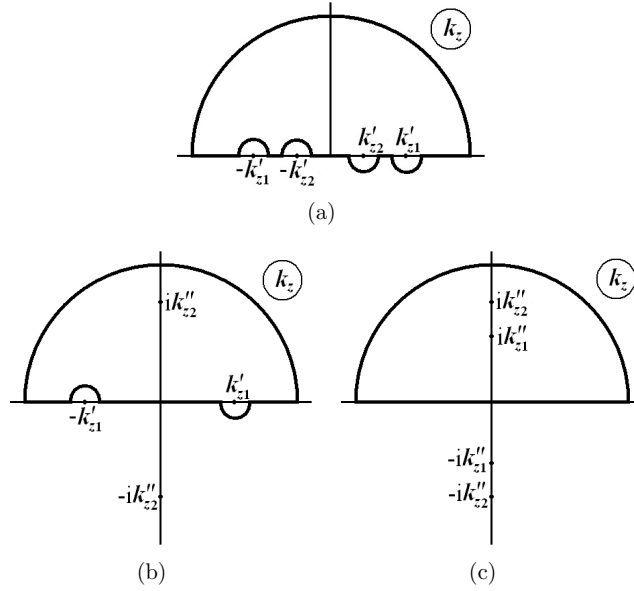


Рис. В.1. Контуры интегрирования для каждого из интегралов в формуле (В.5). Панель (а) соответствует  $J_a$ , (b) –  $J_b$ , а (с) –  $J_c$ .

Удобно проинтегрировать по импульсам в формуле (В.3) используя цилиндрические координаты, направив ось  $z$  вдоль вектора  $\mathbf{L}$ . Заметим, что интеграл по  $k_\phi$  тривиален и дает  $2\pi$ , т.к. члены в подынтегральном выражении содержащие  $k_\phi$  обращаются в ноль (см. также формулу (В.2)). Таким образом, конечный результат интегрирования по  $\mathbf{k}$  может быть представлен в форме,

$$\int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{F(k_\rho, k_z)}{(\mathbf{k}^2 - k_1^2)(\mathbf{k}^2 - k_2^2)} = J_a + J_b + J_c, \quad (\text{В.4})$$

где  $d^2\mathbf{k} = k_\rho dk_\rho dk_z$ , а

$$\begin{aligned} J_a &= \int_0^{k_2} \frac{k_\rho dk_\rho}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \frac{F(k_\rho, k_z)}{(k_z^2 - k'_{z1}{}^2)(k_z^2 - k'_{z2}{}^2)}, \\ J_b &= \int_{k_2}^{k_1} \frac{k_\rho dk_\rho}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \frac{F(k_\rho, k_z)}{(k_z^2 - k'_{z1}{}^2)(k_z^2 + k''_{z2}{}^2)} \\ J_c &= \int_{k_1}^{+\infty} \frac{k_\rho dk_\rho}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \frac{F(k_\rho, k_z)}{(k_z^2 + k''_{z1}{}^2)(k_z^2 + k''_{z2}{}^2)}. \end{aligned} \quad (\text{В.5})$$

Здесь используются следующие обозначения:  $k'_{z1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - k_\rho^2}$  и  $k''_{z1,2} = \sqrt{k_\rho^2 - k_{1,2}^2}$ . Контуры интегрирования для каждого из выражений в формуле (В.5) показаны на рис. В.1.

## Приложение Г

### Пропагатор заряженного лептона, взаимодействующего с нейтринным газом

В этом приложении кратко описано взаимодействие заряженных лептонов и нейтрино в рамках теории Ферми. Затем получен точный пропагатор заряженного лептона в присутствии газа из нейтрино и антинейтрино.

Эволюция заряженного лептона  $l$ , представленного биспинором  $\psi$ , взаимодействующего с  $\nu\bar{\nu}$ -газом, описывается следующим уравнением Дирака [58,263]:

$$[i\gamma^\mu\partial_\mu - \gamma_\mu(f_L^\mu P_L + f_R^\mu P_R) - m]\psi = 0, \quad (\text{Г.1})$$

где  $m$  – масса лептона  $l$ . Уравнение (Г.1) получено путем усреднения  $l\nu$ -взаимодействия по ансамблю нейтрино, причем вклад нейтрино представлен в виде внешних макроскопических токов  $f_{L,R}^\mu = (f_{L,R}^0, \mathbf{f}_{L,R})$ . Чтобы найти явный вид  $f_{L,R}^\mu$ , рассмотрим фоновое вещество, состоящее из  $\nu_\alpha\bar{\nu}_\alpha$ -газа,  $\alpha = e, \mu, \tau$ , и идентифицируем  $l$  с электроном. Эффективный лагранжиан для  $\nu e$ -взаимодействия имеет вид [264],

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\sqrt{2}G_F \sum_{\alpha} \bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_\alpha \cdot \bar{\psi} \gamma_\mu \left( a_L^{(\alpha)} P_L + a_R^{(\alpha)} P_R \right) \psi, \quad (\text{Г.2})$$

а

$$a_L^{(\alpha)} = \delta_{\alpha,e} + \sin^2 \theta_W - 1/2, \quad a_R^{(\alpha)} = \sin^2 \theta_W. \quad (\text{Г.3})$$

Символ  $\delta_{e,\alpha}$  в формуле (Г.3) равен единице, если  $\alpha = e$  и нулю в противном случае. Чтобы вывести соотношение (Г.2), используется преобразование Фурье и учитывается, что  $\psi$  и  $\nu_\alpha$  являются антикоммутирующими операторными спинорами.

Для приложений выше вычисляется  $\Pi_2$  в случае изотропного  $\nu\bar{\nu}$ -газа. Это означает, что при усреднении по ансамблю нейтрино единственной ненулевой

величиной является  $\langle \bar{\nu}_\alpha \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_\alpha \rangle$ . В настоящее время считается, что нейтрино обладают ненулевыми массами, приводящими к наблюдаемым нейтринным осцилляциям в многочисленных экспериментах. В разд. 2.3, где обсуждаются приложения полученных результатов, для простоты рассмотрен случай  $\nu\bar{\nu}$ -газа, состоящего из безмассовых нейтрино, пренебрегая влиянием осцилляций нейтрино на генерацию магнитного поля. В этой ситуации  $\langle \bar{\nu}_\alpha \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_\alpha \rangle = 2\Delta n_{\nu_\alpha}$ , где  $\Delta n_{\nu_\alpha} = n_{\nu_\alpha} - n_{\bar{\nu}_\alpha}$ , а

$$n_{\nu_\alpha, \bar{\nu}_\alpha} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[ \exp\left(\frac{|\mathbf{p}| \mp \mu_{\nu_\alpha}}{T_{\nu_\alpha}}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (\text{Г.4})$$

представляют из себя концентрации нейтрино и антинейтрино. В формуле (Г.4),  $T_{\nu_\alpha}$  и  $\mu_{\nu_\alpha}$  – температура и химический потенциал  $\alpha$  компоненты  $\nu\bar{\nu}$ -газа. Используя соотношения (Г.1)-(Г.4), получаем, что  $\mathbf{f}_{L,R} = 0$  и

$$\begin{aligned} f_L^0 &= 2\sqrt{2}G_F \left[ \Delta n_{\nu_e} + (\sin^2 \theta_W - 1/2) \sum_\alpha \Delta n_{\nu_\alpha} \right], \\ f_R^0 &= 2\sqrt{2}G_F \sin^2 \theta_W \sum_\alpha \Delta n_{\nu_\alpha}. \end{aligned} \quad (\text{Г.5})$$

Основываясь на уравнении (Г.1), получаем, что Фурье образ функции Грина  $S(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} S(p)$  соответствующей полю  $\psi$  удовлетворяет уравнению,

$$[\gamma^\mu p_\mu - \gamma_\mu (f_L^\mu P_L + f_R^\mu P_R) - m] S(p) = 1. \quad (\text{Г.6})$$

Используя результаты работы [58, 263], можно получить выражение для  $S(p)$ ,

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{\left[ P^2 - m^2 - (f_L - f_R)^2/4 + i\sigma_{\alpha\beta} \gamma^5 P^\alpha (f_L^\beta - f_R^\beta) \right]}{\left[ P^2 - m^2 - (f_L - f_R)^2/4 \right]^2 + \left[ P^2 (f_L - f_R)^2 - (f_L^\mu - f_R^\mu \cdot P_\mu)^2 \right]} \\ &\quad \times \left[ \gamma_\mu P^\mu + m + \gamma_\mu \gamma^5 (f_L^\mu - f_R^\mu)/2 \right], \end{aligned} \quad (\text{Г.7})$$

где  $P^\mu = p^\mu - (f_L^\mu + f_R^\mu)/2$  – канонический импульс, а  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]_-$ .

Заметим, что знаменатель  $\mathcal{D}$  у функции Грина в формуле (Г.7) является многочленом четвертого порядка относительно  $p^0$ . В общем случае уравнение  $\mathcal{D} = 0$  имеет четыре разных корня  $p_{1,\dots,4}^0$ , которые определяют полюсы  $S$ .

Функция Грина в уравнении (Г.7) соответствует пропагатору, если стандартным образом обходить эти полюсы в комплексной плоскости: к положительным корням должна быть добавлена бесконечно малая мнимая часть  $-i0$ , тогда как отрицательные корни получают добавку вида  $+i0$ .

Удобно разложить  $S$  в ряд  $S = S_0 + S_1 + \dots$ , и сохранить только члены, линейные по  $f_{L,R}^\mu$ , которые содержат  $\gamma^5$  поскольку только они ответственны за нарушение четности. В явном виде  $S_0$  и  $S_1$  имеют форму,

$$S_0 = \frac{\gamma^\mu P_\mu + m}{P^2 - m^2},$$

$$S_1 = \frac{1}{P^2 - m^2} \left[ \frac{i\sigma_{\alpha\beta}\gamma^5 P^\alpha (f_L^\beta - f_R^\beta)(\gamma^\mu P_\mu + m)}{P^2 - m^2} + \frac{1}{2}\gamma_\mu\gamma^5(f_L^\mu - f_R^\mu) \right], \quad (\text{Г.8})$$

где следует учитывать, что в знаменателях  $m^2 \rightarrow m^2 - i0$ .

## Приложение Д

# Общая система уравнений эволюции для спектров плотности спиральности и плотности магнитной энергии

Данная система выводится для случая спиральных магнитных полей в ранней вселенной, исходя из уравнения Фарадея (2.18), чтобы показать, как его решение в формуле (3.71) можно получить для магнитного поля с максимальной спиральностью. Аналогичная система может быть получена и для случая магнитных полей в СН. Магнитная спиральность  $H = \int d^3x(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$  является сохраняющейся величиной в плазме современной вселенной в отсутствие вязкости. Соответствующий закон сохранения  $dH/dt = 0$  в идеальной плазме ( $\sigma_{\text{cond}} \rightarrow \infty$ ) серьезно ограничивает генерацию магнитного поля за счет процесса динамо, а также его дальнейшую эволюцию.

Умножая уравнение (2.18) на соответствующий векторный потенциал и добавляя аналогичное выражение следующее из уравнения эволюции для векторного потенциала умноженное на магнитное поле, после интегрирования по пространству получаем уравнение эволюции для магнитной спиральности  $H = \int d^3x(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= -2 \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) d^3x - \oint [A_0 \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{A}] d^2S \\ &= -2\beta(t) \int d^3x (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{B} + 2\alpha(t) \int d^3x B^2(t), \end{aligned} \quad (\text{Д.1})$$

где  $\alpha$  задается формулой (2.19),  $\beta = (\sigma_{\text{cond}})^{-1}$  – коэффициент магнитной диффузии, определяемый проводимостью плазмы  $\sigma_{\text{cond}}$ . Заметим, что вместо  $\eta = (\sigma_{\text{cond}})^{-1}$ , используемого выше в разд. 2.3, здесь изменено обозначение чтобы не путать его с устоявшимся выражением для конформного времени (см. ниже). Поверхностный интеграл  $\oint(\dots)$  был опущен в последней строке в форму-

ле (Д.1), так как электромагнитные поля исчезают на бесконечности. Удобно перейти к конформным переменным используя конформное время  $\eta = M_0/T$ , а  $M_0$  задано в разд. 2.3.2.

В метрике Фридмана-Робертсона-Уокера  $ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - d\tilde{\mathbf{x}}^2)$ , используя определения  $a = T^{-1}$ , где  $a_0 = 1$  при данной температуре  $T_{\text{now}}$  и  $d\eta = dt/a(t)$ , вводим следующие обозначения:  $\tilde{k} = ka = \text{const}$  – конформный импульс, определяющий красное смещение по отношению к физическому,  $k \sim T = T_{\text{now}}[1+z]$ ,  $\tilde{\Pi}_2(\eta) = a\Pi_2 = \Pi_2/T$  – безразмерное слагаемое ЧС в поляризаационном операторе, пропорциональное асимметрии нейтрино  $\Delta n_\nu$  и меняющееся со временем,  $\tilde{\mathbf{B}} = a^2\mathbf{B}$  и  $\tilde{\mathbf{A}} = a\mathbf{A}$  – конформные безразмерные аналоги магнитного поля и векторного потенциала.

Целесообразно переписать выражение (Д.1) используя конформные координаты  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/a$  для Фурье образа плотности спиральности,  $\tilde{h}(\eta) \equiv \int (\tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{B}})d^3x/V = \int d\tilde{k}\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)$  и плотности магнитной энергии  $\tilde{\rho}_B(\eta) = \tilde{B}^2(\eta)/2 = \int d\tilde{k}\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta)$ , определенные через их спектры,

$$\begin{aligned}\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) &= \frac{\tilde{k}^2 a^3}{2\pi^2 V} \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{k}, \eta) \cdot \tilde{\mathbf{B}}^*(\tilde{k}, \eta), \\ \tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) &= \frac{\tilde{k}^2 a^3}{4\pi^2 V} \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{k}, \eta) \cdot \tilde{\mathbf{B}}^*(\tilde{k}, \eta).\end{aligned}\tag{Д.2}$$

Полученные выражения позволяют вычислить интегралы  $\int d^3x(\dots)/V$  в формуле (Д.1), а также в уравнении Фарадея (2.28), которое должно быть умножено на  $\mathbf{B}^*$  и сложено с комплексно сопряженным произведением  $\mathbf{B}\partial_t\mathbf{B}^* = \alpha\mathbf{B}(\nabla \times \mathbf{B}^*) + \beta\mathbf{B}\nabla^2\mathbf{B}^*$ , чтобы получить выражение  $\partial_t\rho_B = \partial_t(\mathbf{B}^*\mathbf{B})/2$ , а затем вывести уравнение эволюции для спектров плотности магнитной спиральности и плотности магнитной энергии.

Общая система уравнений эволюции для спектров плотности спиральности  $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)$  и плотности энергии  $\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta)$ , удовлетворяющая неравенству  $\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) \geq$

$\tilde{k}\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)/2$  [194], имеет следующий вид в конформных переменных:

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{d\eta} &= -\frac{2\tilde{k}^2}{\sigma_c}\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) + \left(\frac{4\tilde{\Pi}_2}{\sigma_c}\right)\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) \\ \frac{d\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta)}{d\eta} &= -\frac{2\tilde{k}^2}{\sigma_c}\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) + \left(\frac{\tilde{\Pi}_2}{\sigma_c}\right)\tilde{k}^2\tilde{h}(\tilde{k}, \eta),\end{aligned}\quad (\text{Д.3})$$

где  $\sigma_c = \sigma_{\text{cond}}a = \sigma_{\text{cond}}/T \approx 100$  – безразмерная проводимость плазмы, а  $\Pi_2$  – член ЧС в поляризаационном операторе, задаваемый уравнением (2.14).

Для частного случая максимальной спиральности

$$\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) = 2\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta)/\tilde{k}, \quad (\text{Д.4})$$

система в выражении (Д.3) преобразуется в одно уравнение,

$$\frac{d\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{d\eta} = -\frac{2\tilde{k}^2\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{\sigma_c} + \left(\frac{2\tilde{\Pi}_2\tilde{k}}{\sigma_c}\right)\tilde{h}(\tilde{k}, \eta). \quad (\text{Д.5})$$

Подобный выбор магнитного поля с максимальной спиральностью в формуле (Д.4) позволяет получить одно дифференциальное уравнение (Д.5) описывающее эффективный обратный каскад для турбулентных максвелловских магнитных полей.

Решение уравнения (Д.5) имеет вид (ср. с формулой (8) в работе [104]):

$$\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) = \tilde{h}^{(0)}(\tilde{k}, \eta_0) \exp\left(\frac{2\tilde{k}}{\sigma_c} \left[ \int_{\eta_0}^{\eta} \tilde{\Pi}_2(\eta') d\eta' - \tilde{k}(\eta - \eta_0) \right]\right). \quad (\text{Д.6})$$

Обезразмеренный спектр плотности спиральности  $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) = a^3 h(\tilde{k}, \eta)$  можно переписать в компактной форме,

$$\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) \equiv \frac{h(\tilde{k}, \eta)}{T^3} = \tilde{h}^{(0)}(\tilde{k}, \eta_0) \exp\left[A(\eta)\tilde{k} - B(\eta)\tilde{k}^2\right], \quad (\text{Д.7})$$

где спектр затравочного поля  $\tilde{h}^{(0)}(\tilde{k}, \eta_0) = h(\tilde{k}, \eta_0)/T_0^3$  соответствует начальному моменту времени. Кроме того, в формуле (Д.7) были использованы обозначения соответствующие выражению (Д.6),

$$A(\eta) = \frac{2}{\sigma_c} \int_{\eta_0}^{\eta} \tilde{\Pi}_2(\eta') d\eta', \quad B(\eta) = \frac{2}{\sigma_c}(\eta - \eta_0). \quad (\text{Д.8})$$

В пределе идеальной плазмы  $\sigma_c \rightarrow \infty$  получаем из уравнения (Д.7), обычный закон сохранения плотности спиральности  $d\tilde{h}/d\eta = 0$  или  $\tilde{h} = \text{const}$  с учетом изменения масштаба в конформных переменных,  $h(\eta) = (\eta_0/\eta)^3 h(\eta_0)$ .

Используя связь спектров плотности энергии  $\tilde{\rho}_V(\tilde{k}, \eta)$  и максимальной спиральности  $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)$  в формуле (Д.4) можно найти соответствующее решение уравнения Фарадея (2.28), следующее из формулы (Д.6),

$$\begin{aligned} \tilde{B}(\tilde{k}, \eta) &= \tilde{B}_0(\tilde{k}, \eta_0) \exp \left( \frac{\tilde{k}}{\sigma_c} \left[ \int_{\eta_0}^{\eta} \tilde{\Pi}_2(\eta') d\eta' - \tilde{k}(\eta - \eta_0) \right] \right) \\ &\equiv \tilde{B}_0(\tilde{k}, \eta_0) \exp \left( \int_{\eta_0}^{\eta} \left[ \alpha(\eta') \tilde{k} - \tilde{k}^2 \beta(\eta') \right] d\eta' \right), \end{aligned} \quad (\text{Д.9})$$

где  $\tilde{B}_0(\tilde{k}, \eta_0) = \sqrt{\tilde{k}\tilde{h}(\tilde{k}, \eta_0)}$  – затравочное магнитное поле.

Заметим, что в случае реликтовых нейтрино, приводящих к генерации космических магнитных полей, знак нейтринной асимметрии неизвестен. Таким образом, требуя положительности  $\tilde{\Pi}_2 > 0$  для динамо усиления поля в формуле (Д.9), необходимо положить  $\alpha = |\alpha|$ , и следовательно, изменить знак у отрицательного коэффициента  $F$  в формуле (2.14) (см. рис. 2.2). Таким образом нужно использовать  $|F|$  и  $|\xi_{\nu_e} - \xi_{\nu_\mu} - \xi_{\nu_\tau}|$  в выражении (2.67).



## Приложение Е

### Вклад турбулентности в кинетические уравнения для спектров

В этом приложении выводятся кинетические уравнения для  $\mathcal{E}_B$  и  $\mathcal{H}_B$ , используемые в разд. 2.5 и демонстрируется их отличие от аналогичных уравнений использованных в работах [181, 201].

Начнем с вывода уравнения для  $\mathcal{H}_B$ . Пренебрежем вкладом КМЭ в эволюцию магнитного поля. Тогда уравнение Фарадея (2.28) принимает вид,

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_m \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (\text{E.1})$$

Используя представление Фурье для скорости  $\mathbf{v} = \tau_d (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / (P + \rho)$  в формуле (2.30), находим уравнение эволюции для магнитного поля,

$$\begin{aligned} \partial_t B_i(\mathbf{k}, t) + \eta_m k^2 B_i(\mathbf{k}, t) &= \varepsilon_{ijk} k_j \frac{\tau_d}{P + \rho} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} q_r B_s(\mathbf{q}) \\ &\times [\varepsilon_{krs} B_n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) B_n(\mathbf{k} - \mathbf{p}) - \varepsilon_{rsm} B_k(\mathbf{k} - \mathbf{p}) B_m(\mathbf{p} - \mathbf{q})]. \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Что совпадает с аналогичным результатом в статье [181], за исключением пропущенного там множителя  $(P + \rho)^{-1}$ .

Далее используем уравнение эволюции для векторного потенциала  $\partial_t \mathbf{A} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \eta_m \mathbf{J}$ , где  $\mathbf{J} = (\nabla \times \mathbf{B})$  - электрический ток в МГД, которое можно переписать в представлении Фурье,

$$\begin{aligned} \partial_t A_i(-\mathbf{k}, t) + \eta_m k^2 A_i(-\mathbf{k}, t) &= \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{kmt} \varepsilon_{mst} \frac{\tau_d}{P + \rho} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} (-i q_s) \\ &\times B_t(\mathbf{q}, t) B_n(\mathbf{p}, t) B_i(-\mathbf{k} - \mathbf{p} - \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

В уравнении (E.3) изменен знак импульса  $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$  в аргументе  $A_i$ , для того чтобы использовать двухточечный коррелятор

$$\langle B_i(\mathbf{k}, t) B_j(\mathbf{p}, t) \rangle = \frac{(2\pi)^3}{2} \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p}) \left[ (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) S(k, t) + i \varepsilon_{ijk} \hat{k}_k A(k, t) \right], \quad (\text{E.4})$$

в уравнении Фарадея (Е.2), умноженном на потенциал  $A_i(-\mathbf{k}, t)$ , а затем просуммированном с уравнением (Е.3), умноженным на магнитное поле  $B_i(\mathbf{k}, t)$ . В формуле (Е.4) формфакторы  $S(k, t)$  и  $A(k, t)$  связаны со спектрами

$$\mathcal{E}_B(k, t) = k^2 \frac{S(k, t)}{(2\pi)^2}, \quad \mathcal{H}_B(k, t) = k \frac{A(k, t)}{2\pi^2}, \quad (\text{Е.5})$$

удовлетворяющими кинетическим уравнениям (2.31) и (2.32).

Используя уравнение Максвелла, справедливое для любого выбора представления Фурье  $k^2 A_i(\mathbf{k}, t) = J_i(\mathbf{k}, t)$  и пренебрегая производной  $\partial_t^2 A_i = 0$ , как это обычно делается в МГД, а также выбирая представление Фурье, аналогично статье [181],

$$B_j(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} B_j(\mathbf{q}, t), \quad (\text{Е.6})$$

получаем для усредненной суммы бинарных произведений

$$\langle B_i(\mathbf{k}) [\partial_t A_i(-\mathbf{k}) + \eta_m k^2] A_i(-\mathbf{k}) \rangle + \langle A_i(-\mathbf{k}) [\partial_t B_i(\mathbf{k}) + \eta_m k^2 B_i(\mathbf{k})] \rangle \quad (\text{Е.7})$$

уравнение эволюции,

$$\frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(0)}{2k^2} [\partial_t + 2\eta_m k^2] \mathcal{H}_B(k, t) = I_1 + I_2, \quad (\text{Е.8})$$

где используется формула (Е.5). Интегралы  $I_{1,2}$  в уравнении (Е.8), которые имеют вид,

$$I_1 = \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{kmn} \varepsilon_{mst} \frac{\tau_d}{P + \rho} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} (-iq_s) \quad (\text{Е.9})$$

$$\begin{aligned} & \times \langle B_t(\mathbf{q}) B_n(\mathbf{p}) B_l(-\mathbf{k} - \mathbf{p} - \mathbf{q}) B_i(\mathbf{k}) \rangle \\ & = \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(0)}{2k^2} \left[ -\frac{2\tau_d \dot{H}_B(t)}{3(P + \rho)\eta_m} \mathcal{E}_B(k, t) - \frac{4}{3} \frac{\tau_d}{(P + \rho)} E_B(t) k^2 \mathcal{H}_B(k, t) \right], \end{aligned}$$

$$I_2 = \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{iqg} k_j k_q \frac{\tau_d}{P + \rho} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} (iq_r) \quad (\text{Е.10})$$

$$\begin{aligned} & \times [\langle B_s(\mathbf{q}) \varepsilon_{krs} B_n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) B_n(\mathbf{k} - \mathbf{p}) B_g(-\mathbf{k}) \rangle \\ & - \langle B_s(\mathbf{q}) \varepsilon_{rsm} B_k(\mathbf{k} - \mathbf{p}) B_m(\mathbf{p} - \mathbf{q}) B_g(-\mathbf{k}) \rangle] \\ & = \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(0)}{2k^2} \left[ -\frac{2\tau_d \dot{H}_B(t)}{3(P + \rho)\eta_m} \mathcal{E}_B(k, t) - \frac{4}{3} \frac{\tau_d}{(P + \rho)} E_B(t) k^2 \mathcal{H}_B(k, t) \right], \end{aligned}$$

являются результатом умножения уравнения (Е.3) на  $B_i(\mathbf{k})$  и выражения (Е.2) на  $A_i(-\mathbf{k}) = i\varepsilon_{iqg}k_q B_g(-\mathbf{k})/k^2$ , соответственно, при использовании четырехточечного коррелятора

$$\begin{aligned} \langle B_i(\mathbf{k})B_j(\mathbf{p})B_k(\mathbf{q})B_l(\mathbf{s}) \rangle &= \langle B_i(\mathbf{k})B_j(\mathbf{p}) \rangle \langle B_k(\mathbf{q})B_l(\mathbf{s}) \rangle \\ &+ \langle B_i(\mathbf{k})B_k(\mathbf{q}) \rangle \langle B_j(\mathbf{p})B_l(\mathbf{s}) \rangle + \langle B_i(\mathbf{k})B_l(\mathbf{s}) \rangle \langle B_j(\mathbf{p})B_k(\mathbf{q}) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{Е.11})$$

аналогично работам [181, 194]. В формулах (Е.9) и (Е.10),  $E_B(t)$  – плотность магнитной энергии, определенная в соотношении (2.35).

Интересно отметить, что  $I_1 = I_2$ . В конечном итоге из уравнения (Е.8) получаем,

$$\begin{aligned} [\partial_t + 2\eta_m k^2] \mathcal{H}_B(k, t) &= -\frac{4}{3} \frac{\tau_d}{\eta_m(P + \rho)} \dot{H}_B(t) \mathcal{E}_B(k, t) \\ &- \frac{8}{3} \frac{\tau_d}{P + \rho} k^2 E_B(t) \mathcal{H}_B(k, t). \end{aligned} \quad (\text{Е.12})$$

Добавляя вклад КМЭ в уравнение (Е.12) и учитывая соотношение  $\dot{H}_B(t) = -2\eta_m \int_0^\infty p^2 dp \mathcal{H}_B(p, t)$ , известное в МГД, воспроизводим уравнение (2.32),

$$\frac{\partial \mathcal{H}_B(k, t)}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} \mathcal{H}_B(k, t) + 4\alpha_- \mathcal{E}_B(k, t), \quad (\text{Е.13})$$

где  $\alpha_- = \alpha_{\text{СМЕ}} + \alpha_d$ ,  $\alpha_d(t) = 2\tau_d \int_0^\infty dp p^2 \mathcal{H}_B(p, t)/3(P + \rho)$ , что соответствует обозначениям в формуле (2.33). Подчеркнем совпадение знаков турбулентного слагаемого  $\alpha_d(t)$  и аналогичного члена  $\alpha_B(t)$  в работах [181, 201],  $\alpha_d(t) = \alpha_B(t) = -\tau_d \dot{H}_B(t)/[3\eta_m(P + \rho)]$ . Этот факт приводит к совпадению выведенного здесь уравнения (Е.13) в случае  $\mu_5 = 0$  с уравнением (8) в работе [181].

Уравнение (2.31) может быть получено при умножении уравнения (Е.2) на  $B_i(\mathbf{k})$ . В этой ситуации расчеты более просты. Ниже приводится подробный вывод этого кинетического уравнения, чтобы показать, почему вклад турбулентного члена  $\alpha_d$ , входящего в параметр  $\alpha_+$  в уравнении (2.33), противоположен по знаку случаю  $\alpha_-$  в уравнении (Е.13). Заметим, что параметр  $\alpha_d(t) = \alpha_B(t)$  входит в множитель  $\alpha_+$  с противоположным знаком по сравнению с параметром  $\alpha_B(t)$ , найденным в работе [181], а также в формулах (37) и (38) в статье [201].

Умножая уравнение (E.2) на  $B_i(\mathbf{k})$  и используя двухточечный коррелятор в формуле (E.4), получим в левой части

$$\frac{1}{2}\langle B^2(\mathbf{k}, t) \rangle + \eta_m k^2 \langle B^2(\mathbf{k}, t) \rangle = \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k})}{2k^2} [\partial_t \mathcal{E}_B(k, t) + 2\eta_m k^2 \mathcal{E}_B(k, t)], \quad (\text{E.14})$$

где используется соотношение (E.5). Умножая уравнение (E.2) с правой стороны на  $B_i(\mathbf{k}, t)$  и последовательно используя четырехточечный коррелятор в формуле (E.11), а также учитывая уравнение (E.4), получаем двойной интеграл

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{ijk} k_j \frac{\tau_d}{P + \rho} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} q_r \\ & \times \langle B_s(\mathbf{q}) B_i(\mathbf{k}) [\varepsilon_{krs} B_n(\mathbf{p} - \mathbf{q}) B_n(\mathbf{k} - \mathbf{p}) - \varepsilon_{rsm} B_k(\mathbf{k} - \mathbf{p}) B_m(\mathbf{p} - \mathbf{q})] \rangle \\ & = \varepsilon_{ijk} k_j \frac{\tau_d}{4(P + \rho)} \int d^3 p \int d^3 q q_r \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

$$\times \left[ \varepsilon_{krs} \left( \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k}) \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) 2S(p, t) [(\delta_{is} - \hat{k}_i \hat{k}_s)] S(k, t) + i\varepsilon_{ist} \hat{k}_t A(k, t) \right] \quad (\text{E.16})$$

$$+ \delta^{(3)}(\mathbf{p}) \delta^{(3)}(2\mathbf{k} - \mathbf{p}) [(\delta_{sn} - \hat{q}_s \hat{q}_n) S(q, t) + i\varepsilon_{snt} \hat{q}_t A(q, t)] \quad (\text{E.17})$$

$$\times [(\delta_{in} - \hat{k}_i \hat{k}_n) S(k, t) + i\varepsilon_{inq} \hat{k}_q A(k, t)] + \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k} - \mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p} - \mathbf{q}) \quad (\text{E.18})$$

$$\begin{aligned} & \times [(\delta_{sn} - \hat{q}_s \hat{q}_n) S(q, t) + i\varepsilon_{snt} \hat{q}_t A(q, t)] \\ & \times [(\delta_{in} - \hat{k}_i \hat{k}_n) S(k, t) + i\varepsilon_{inq} \hat{k}_q A(k, t)] \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

$$- \varepsilon_{rsm} \left( \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k}) \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) [(\delta_{is} - \hat{k}_i \hat{k}_s)] S(k, t) + i\varepsilon_{ist} \hat{k}_t A(k, t) \right) \quad (\text{E.20})$$

$$\times [(\delta_{km} - \hat{p}_k \hat{p}_m) S(p, t) + i\varepsilon_{kmq} \hat{p}_q A(p, t)] \quad (\text{E.21})$$

$$+ \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k} - \mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p} - \mathbf{q}) [(\delta_{sk} - \hat{q}_s \hat{q}_k) S(q, t) + i\varepsilon_{skt} \hat{q}_t A(q, t)] \quad (\text{E.22})$$

$$\times [(\delta_{im} - \hat{k}_i \hat{k}_m) S(k, t) + i\varepsilon_{imq} \hat{k}_q A(k, t)] \quad (\text{E.23})$$

$$+ \delta^{(3)}(\mathbf{p}) \delta^{(3)}(2\mathbf{k} - \mathbf{p}) [(\delta_{sm} - \hat{q}_s \hat{q}_m) S(q, t) + i\varepsilon_{smt} \hat{q}_t A(q, t)] \quad (\text{E.24})$$

$$\times [(\delta_{ik} - \hat{k}_i \hat{k}_k) S(k, t) + i\varepsilon_{ikq} \hat{k}_q A(k, t)] \Big]. \quad (\text{E.25})$$

Перечислим последовательно результаты интегрирования в соотношениях (E.15)-(E.25). Подынтегральное выражение в формуле (E.16) для слагаемых  $\sim \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k}) \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q})$  приводит к

$$- \frac{2(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d}{P + \rho} E_B(t) \mathcal{E}_B(k, t), \quad (\text{E.26})$$

где  $E_B(t) = (2\pi)^{-2} \int_0^\infty p^2 S(p, t) dp$  – плотность магнитной энергии в объеме  $V$ , поскольку, используя формулу (E.5), получаем, что  $E_B(t) = (2V)^{-1} \int_V d^3x \langle \mathbf{B}^2 \rangle = \int_0^\infty dk \mathcal{E}_B(k, t)$ . Интегрирование соотношений (E.17)-(E.19) с использованием  $\delta^{(3)}(\mathbf{p})\delta^{(3)}(2\mathbf{k} - \mathbf{p})$  и  $\delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k} - \mathbf{p})\delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p} - \mathbf{q})$  приводит к результату

$$- \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d \dot{H}_B(t)}{3(P + \rho)} \frac{\dot{H}_B(t)}{2\eta_m} \mathcal{H}_B(k, t), \quad (\text{E.27})$$

где учтено выражение для производной по времени от плотности магнитной спиральности,  $\dot{H}_B(t) = -(2\eta_m/V) \int_V d^3x \langle (\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}) \rangle = -2\eta_m \int_0^\infty dk k^2 \mathcal{H}_B(k, t)$ , известное в МГД. Заметим, что соотношения (E.26) и (E.27) связаны с суммой членов в круглых скобках  $(\dots)$ , которая пропорциональна тензору  $\varepsilon_{krs}$  в выражениях (E.15)-(E.25), в то время как из суммы в круглых скобках  $(\dots)$ , которая пропорциональна тензору  $\varepsilon_{rsm}$ , в соотношениях (E.20) и (E.21) для слагаемых  $\sim \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k})\delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q})$  получаем,

$$\frac{2(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d}{3(P + \rho)} E_B(t) \mathcal{E}_B(k, t), \quad (\text{E.28})$$

а также в выражениях (E.22) и (E.23) для членов  $\sim \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{k} - \mathbf{p})\delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{p} - \mathbf{q})$ ,

$$\frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d \dot{H}_B(t)}{6(P + \rho)} \frac{\dot{H}_B(t)}{2\eta_m} \mathcal{H}_B(k, t). \quad (\text{E.29})$$

Наконец, в соотношениях (E.24) и (E.25) для вкладов  $\sim \delta^{(3)}(\mathbf{p})\delta^{(3)}(2\mathbf{k} - \mathbf{p})$ , находим

$$\frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d \dot{H}_B(t)}{2(P + \rho)} \frac{\dot{H}_B(t)}{2\eta_m} \mathcal{H}_B(k, t). \quad (\text{E.30})$$

Суммируя слагаемые в формулах (E.26) и (E.28), получим выражение

$$- \frac{4(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d}{3(P + \rho)} E_B(t) \mathcal{E}_B(k, t), \quad (\text{E.31})$$

которое совместно с параметром магнитной диффузии  $\eta_m = (\sigma_{\text{cond}})^{-1}$  в уравнении (E.14) дает  $\eta_{\text{eff}} = \eta_m + 4E_B(t)\tau_d/3(P + \rho)$ , совпадающий с найденным в работе [181], за исключением пропущенного множителя  $(P + \rho)$  в знаменателе; ср. формулу (2.33) выше.

Затем, суммируя соотношения (E.27), (E.29) и (E.30), получаем вклад турбулентности в уравнение эволюции в виде

$$\begin{aligned} \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d \dot{H}_B(t)}{3(P + \rho) 2\eta_m} \mathcal{H}_B(k, t) &= - \frac{(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \tau_d}{3(P + \rho)} \mathcal{H}_B(k, t) \int_0^\infty dp p^2 \mathcal{H}_B(p, t) \\ &= - (2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k}) \alpha_d \mathcal{H}_B(k, t) / 2, \end{aligned} \quad (\text{E.32})$$

где  $\alpha_d$  определяется в уравнении (2.33), а также используется соотношение из МГД, аналогичное выписанному после выражения (E.27).

Наконец, комбинируя формулы (E.14), (E.31) и (E.32), отделяя множитель  $(2\pi)^5 \delta^{(3)}(2\mathbf{k})$  и умножая обе части на  $2k^2$ , воспроизводим уравнение (2.31) для описания эволюции спектра энергии,

$$\frac{\partial \mathcal{E}_B(k, t)}{\partial t} = -2k^2 \eta_{\text{eff}} \mathcal{E}_B(k, t) + \alpha_+ k^2 \mathcal{H}_B(k, t), \quad (\text{E.33})$$

где множитель  $\alpha_+ = \alpha_{\text{СМЕ}} - \alpha_d$  включает в себя вклад КМЭ  $\alpha_{\text{СМЕ}} = 2\alpha_{\text{em}} \mu_5(t) \times (\pi \sigma_{\text{cond}})^{-1}$ .

Несмотря на совпадение знаков турбулентного слагаемого  $\alpha_d(t)$  и аналогичного вклада  $\alpha_B(t)$  в работах [181, 201],  $\alpha_d(t) = \alpha_B(t) = -\tau_d \dot{H}_B(t) / 3\eta_m (P + \rho)$ , можно видеть, что их вклады в уравнение эволюции для спектра плотности энергии  $\mathcal{E}_B(k, t)$  противоположны при сравнении уравнения (E.33) и, например, уравнения (7) в работе [181]. Такая разница между полученными результатами и результатами в работ [181, 201], присутствует только в уравнении для  $\mathcal{E}_B(k, t)$ , в то время кинетические уравнения для спектра плотности спиральности совпадают при  $\mu_5 = 0$ ; см. уравнение (E.13).

## Приложение Ж

### Скорости изменения спиральности в вырожденном кварковом веществе

В этом приложении вычисляется скорость изменения спиральности  $u$  и  $d$  кварков при их столкновениях в плотном веществе, а также вывод кинетических уравнений для киральных дисбалансов.

Как упоминалось в разд. 3.3, кварки обладают эффективными массами в плотном веществе. Таким образом, спиральность кварков может измениться при их столкновениях. Можно выделить три типа реакций: (а) рассеяние тождественных кварков, при котором спиральность обеих частиц изменяется; (б) рассеяние различных кварковых ароматов, с изменяющейся спиральностью обоих; и (в) рассеяние различных кварковых ароматов, при котором изменяется спиральность только одной частицы. Обсудим последовательно последовательно все эти случаи. Предполагается, что кварки взаимодействуют посредством обмена плазмоном.

**Рассеяние тождественных кварков** В этой группе присутствуют четыре реакции:  $u_L u_L \rightarrow u_R u_R$ ,  $d_L d_L \rightarrow d_R d_R$ ,  $u_R u_R \rightarrow u_L u_L$ , и  $d_R d_R \rightarrow d_L d_L$ . Детально будет изучен только процесс  $u_L(p_1) + u_L(p_2) \rightarrow u_R(p'_1) + u_R(p'_2)$ , где  $p_{1,2}^\mu = (E_{1,2}, \mathbf{p}_{1,2})$  и  $p'_{1,2}^\mu = (E'_{1,2}, \mathbf{p}'_{1,2})$  – импульсы кварков до и после рассеяния. В данной реакции число левых частиц уменьшаются на две, а число правых частиц увеличивается на две. Другие реакции в этой группе могут быть изучены аналогичным образом.

Матричный элемент реакции имеет вид,

$$\mathcal{M} = ie_u^2 \left[ \frac{1}{t} \bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(p'_2) \gamma_\mu u(p_2) - \frac{1}{u} \bar{u}(p'_2) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(p'_1) \gamma_\mu u(p_2) \right]. \quad (\text{Ж.1})$$

где  $t = (p'_1 - p_1)^2$  и  $u = (p'_2 - p_1)^2$  – переменные Мандельштама. Квадрат мат-

ричного элемента в формуле (Ж.1) имеет вид,

$$|\mathcal{M}|^2 = e_u^4 \left[ \frac{1}{t^2} \text{tr}(\rho'_2 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu) \cdot \text{tr}(\rho'_1 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) + \frac{1}{u^2} \text{tr}(\rho'_1 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu) \cdot \text{tr}(\rho'_2 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) \right. \\ \left. - \frac{1}{tu} \text{tr}(\rho'_2 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu \rho'_1 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) - \frac{1}{tu} \text{tr}(\rho'_1 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu \rho'_2 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) \right], \quad (\text{Ж.2})$$

где матрицы плотности представимы в форме [170],

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2} [(\gamma \cdot p_{1,2}) + m_u] [1 + \gamma^5 (\gamma \cdot a_{1,2})], \\ \rho'_{1,2} = \frac{1}{2} [(\gamma \cdot p'_{1,2}) + m_u] [1 + \gamma^5 (\gamma \cdot a'_{1,2})]. \quad (\text{Ж.3})$$

Здесь  $m_u$  – эффективная масса, заданная в соотношении (3.46), а четырехвекторы поляризации [68], соответствующие левым и правым частицам, имеют вид,

$$a_{1,2}^\mu = \frac{1}{m_u} (-p_{1,2}, -E_{1,2} \mathbf{n}_{1,2}), \quad a'_{1,2}^\mu = \frac{1}{m_u} (p'_{1,2}, E'_{1,2} \mathbf{n}'_{1,2}), \quad (\text{Ж.4})$$

где  $\mathbf{n}_{1,2}$  и  $\mathbf{n}'_{1,2}$  – единичные векторы вдоль  $\mathbf{p}_{1,2}$  и  $\mathbf{p}'_{1,2}$ .

Выбрав систему центра масс сталкивающихся кварков и предположив, что рассеяние является упругим, получаем, что

$$\text{tr}(\rho'_2 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu) \cdot \text{tr}(\rho'_1 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) = 16m_u^4 \sin^4 \frac{\theta_{\text{cm}}}{2}, \\ \text{tr}(\rho'_1 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu) \cdot \text{tr}(\rho'_2 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) = 16m_u^4 \cos^4 \frac{\theta_{\text{cm}}}{2}, \\ \text{tr}(\rho'_2 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu \rho'_1 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) = \text{tr}(\rho'_1 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu \rho'_2 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu) = -4m_u^4 \sin^2 \theta_{\text{cm}}, \quad (\text{Ж.5})$$

где  $\theta_{\text{cm}}$  – угол рассеяния, т.е. угол между  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}'_1$  в системе центра масс. В той же самой системе отсчета находим, что

$$t = -2E_{\text{cm}}^2 (1 - \cos \theta_{\text{cm}}), \quad u = -2E_{\text{cm}}^2 (1 + \cos \theta_{\text{cm}}), \quad (\text{Ж.6})$$

где  $E_{\text{cm}}$  – энергия сталкивающихся кварков в системе центра масс. В формуле (Ж.6) также предполагается, что рассеяние является упругим. Можно выразить  $E_{\text{cm}}$  через величины в лабораторной системе, в которой звезда находится в состоянии покоя. В этой системе находим, что  $E_{\text{cm}}^2 \approx \{m_u^2 + E_1 E_2 [1 - (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2)]\} / 2$ .



Поскольку соответствующая вероятность будет изучаться в низшем порядке по эффективной массе, а следы в формуле (Ж.5) пропорциональны  $m_u^4$ , можно пренебречь  $m_u$  в соотношении (Ж.6), а также и в последующих расчетах.

Наконец, формула (Ж.2) принимает вид,

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{16m_u^4 e_u^4}{\{m_u^2 + E_1 E_2 [1 - (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2)]\}^2}. \quad (\text{Ж.7})$$

Полная вероятность процесса представима в форме [170],

$$W = \frac{V}{64(2\pi)^8} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E_1 E_2 E'_1 E'_2} \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) |\mathcal{M}|^2 \\ \times f(E_1 - \mu_{uL}) f(E_2 - \mu_{uL}) [1 - f(E'_1 - \mu_{uR})] [1 - f(E'_2 - \mu_{uR})], \quad (\text{Ж.8})$$

где  $f(E) = [\exp(\beta E) + 1]^{-1}$  – распределение Ферми-Дирака для кварков,  $\beta = 1/T$  – обратная температура,  $\mu_{L,R}$  – химические потенциалы левых и правых кварков, а  $|\mathcal{M}|^2$  приведено в соотношении (Ж.7). Здесь предполагается, что кварки вырождены, т.е.  $f(E - \mu) = \Theta(\mu - E)$ , где  $\Theta(z)$  – ступенчатая функция Хевисайда. В знаменателе формулы (Ж.8) учтен дополнительный множитель  $4 = 2! \times 2!$  из-за наличия тождественных частиц в начальном и конечном состояниях. Прямой расчет интегралов по фазовому объему в выражении (Ж.8) с учетом  $|\mathcal{M}|^2$  в формуле (Ж.7) дает

$$W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R) = \frac{e_u^4 m_u^2 \mu_u V}{8\pi^5} (\mu_{uL} - \mu_{uR}) \Theta(\mu_{uL} - \mu_{uR}). \quad (\text{Ж.9})$$

Аналогично можно вычислить вероятности других реакций в данной группе.

Кинетические уравнения для эволюции полного числа левых и правых  $u$  кварков  $N_{uL,R}$  имеют форму,

$$\frac{dN_{uL}}{dt} = -2W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R) + 2W(u_R u_R \rightarrow u_L u_L), \\ \frac{dN_{uR}}{dt} = +2W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R) - 2W(u_R u_R \rightarrow u_L u_L), \quad (\text{Ж.10})$$

С учетом формулы (Ж.9) и аналогичного выражения для  $d$  кварков, получаем эволюцию киральных дисбалансов  $\mu_{5(u,d)} = (\mu_{(u,d)R} - \mu_{(u,d)L}) / 2$  в виде,

$$\dot{\mu}_{5(u,d)} = -\Gamma_{u,d} \mu_{5(u,d)}, \quad \Gamma_{u,d} = \frac{e_{u,d}^4 m_{u,d}^2}{\pi^3 \mu_{u,d}}. \quad (\text{Ж.11})$$

В уравнении (Ж.11) учтено соотношение между концентрациями  $n_{L,R} = N_{L,R}/V$  и химическими потенциалами левых и правых кварков,

$$n_{L,R} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp[\beta(p - \mu_{L,R})] + 1} \approx \frac{\mu_{L,R}^3}{6\pi^2}, \quad (\text{Ж.12})$$

где предполагается, что безмассовые кварки имеют только одну поляризацию. В частности, получаем из уравнения (Ж.12), что  $d(n_{(u,d)R} - n_{(u,d)L})/dt \approx \dot{\mu}_{5(u,d)} \mu_{u,d}^2 \times \pi^{-2}$ .

### Рассеяние различных кварков: обе частицы меняют спиральность

В данной группе также представлены четыре реакции:  $u_L d_L \rightarrow u_R d_R$ ,  $u_R d_R \rightarrow u_L d_L$ ,  $u_L d_R \rightarrow u_R d_L$ , и  $u_R d_L \rightarrow u_L d_R$ . Изучим сначала следующий процесс:  $u_L(p_1) + d_L(p_2) \rightarrow u_R(p'_1) + d_R(p'_2)$ . Матричный элемент имеет вид,

$$\mathcal{M} = ie_u e_d \frac{\bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{d}(p'_2) \gamma_\mu d(p_2)}{(p'_1 - p_1)^2}. \quad (\text{Ж.13})$$

Вместо использования формул (Ж.3) и (Ж.4) для вычисления  $|\mathcal{M}|^2$ , можно воспользоваться решениями уравнения Дирака, соответствующими левым и правым частицам,

$$\begin{aligned} u_L(p_1) &= \sqrt{E_1 + p_1} \begin{pmatrix} -\frac{m_u}{E_1 + p_1} w_-(\mathbf{p}_1) \\ w_-(\mathbf{p}_1) \end{pmatrix}, \\ u_R(p'_1) &= \sqrt{E'_1 + p'_1} \begin{pmatrix} w_+(\mathbf{p}'_1) \\ -\frac{m_u}{E'_1 + p'_1} w_+(\mathbf{p}'_1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{Ж.14})$$

где  $w_\pm(\mathbf{p})$  – спиральные амплитуды, явный вид которых можно найти в работе [170]. Спиноры в формуле (Ж.14) нормированы следующим образом:  $\bar{u}u = 2m_u$ . Аналогичные спиноры могут быть выписаны и для  $d$  кварков. Прямой расчет  $|\mathcal{M}|^2$  с помощью соотношения (Ж.14) дает

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e_u^2 e_d^2 m_u^2 m_d^2}{16E_1 E_2 E'_1 E'_2} \frac{(E'_1 + p'_1 + E_1 + p_1)^2 (E'_2 + p'_2 + E_2 + p_2)^2}{(E'_1 + p'_1) (E_1 + p_1) (E'_2 + p'_2) (E_2 + p_2)}, \quad (\text{Ж.15})$$

где сохраняется главный член по эффективным массам кварков и принимается приближение упругого рассеяния.

Аналогично формуле (Ж.8) получается полная вероятность реакции  $u_L d_L \rightarrow u_R d_R$  в виде,

$$W = \frac{V}{16(2\pi)^8} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E_1 E_2 E'_1 E'_2} \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) |\mathcal{M}|^2 \times \Theta(\mu_{uL} - E_1) \Theta(\mu_{dL} - E_2) \Theta(E'_1 - \mu_{uR}) \Theta(E'_2 - \mu_{dR}). \quad (\text{Ж.16})$$

После вычисления интегралов по импульсам кварков в формуле (Ж.16), находим

$$W(u_L d_L \rightarrow u_R d_R) = W_0 (\mu_{uL} + \mu_{dL} - \mu_{uR} - \mu_{dR}) \times \Theta(\mu_{uL} + \mu_{dL} - \mu_{uR} - \mu_{dR}), \quad (\text{Ж.17})$$

где  $W_0 \sim e_u^2 e_d^2 m_u^2 m_d^2 V / \sqrt{\mu_u \mu_d}$ . Сравнение величины  $W(u_L d_L \rightarrow u_R d_R)$ , например, с  $W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R)$  в соотношении (Ж.9), дает, что  $W(u_L d_L \rightarrow u_R d_R) \ll W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R)$ , поскольку  $m_{u,d}^2 \sim \alpha_{\text{em}} \mu_{u,d}^2 \ll \mu_{u,d}^2$  (см. формулу (3.46) и работу [231]). Это означает, что вклад реакций в рассматриваемой группе в скорость изменения спиральности оказывается незначительным.

**Рассеяние  $ud$  кварков: только одна частица меняет спиральность** Имеется

восемь типов реакций,  $u_L d_{L,R} \rightarrow u_R d_{L,R}$ ,  $u_R d_{L,R} \rightarrow u_L d_{L,R}$ ,  $d_L u_{L,R} \rightarrow d_R u_{L,R}$ , и  $d_R u_{L,R} \rightarrow d_L u_{L,R}$ , принадлежащих к этой группе. Изучим сначала процесс  $u_L(p_1) + d_L(p_2) \rightarrow u_R(p'_1) + d_L(p'_2)$ . Матричный элемент этой реакции представим в форме,

$$\mathcal{M} = ie_u e_d \frac{\bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{d}(p'_2) \gamma_\mu d(p_2)}{(p'_1 - p_1)^2}. \quad (\text{Ж.18})$$

вычисление  $|\mathcal{M}|^2$  может быть выполнено с помощью формулы (Ж.14). Приведем только конечный результат,

$$|\mathcal{M}|^2 = m_u^2 e_u^2 e_d^2 \frac{E_2 E'_2 [1 + (\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}'_2)]}{E_1^2 E_1'^2 [1 - (\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}'_1)]}, \quad (\text{Ж.19})$$

где, как обычно, предполагается, что кварки являются ультрарелятивистскими, а рассеяние упругим.

Полная вероятность процесса  $u_L d_L \rightarrow u_R d_L$  имеет вид,

$$W = \frac{V}{16(2\pi)^8} \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E_1 E_2 E'_1 E'_2} \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) |\mathcal{M}|^2 \times \Theta(\mu_{uL} - E_1) \Theta(E'_1 - \mu_{uR}) f(E_2 - \mu_{dL}) [1 - f(E'_2 - \mu_{dL})], \quad (\text{Ж.20})$$

где  $|\mathcal{M}|^2$  определено в формуле (Ж.19). Заметим, что в соотношении (Ж.20) начальная и конечная функции распределения  $d$  кварков не заменяются ступенчатыми функциями, поскольку спиральность  $d$  кварка не изменяется. Интегрирование по импульсам частиц может быть сделано так же, как в работе [68]. Приведем здесь только конечный результат,

$$W(u_L d_L \rightarrow u_R d_L) = \frac{e_u^2 e_d^2}{16\pi^5} V \mu_{dL}^3 \frac{T}{\omega_p} \left( \frac{m_u}{\mu_u} \right)^2 (\mu_{uL} - \mu_{uR}) \Theta(\mu_{uL} - \mu_{uR}). \quad (\text{Ж.21})$$

Отметим, что при выводе соотношения (Ж.21) приходится устранять инфракрасную расходимость. Для этой цели введем плазменную частоту,

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{3}\pi} \sqrt{e_u^2 \mu_u^2 + e_d^2 \mu_d^2} = 3.04 \times 10^{-2} \mu_0, \quad (\text{Ж.22})$$

в вырожденном веществе, состоящем из  $ud$  кварков [189]. Сравнивая формулу (Ж.21) с соотношением (Ж.9) можно видеть, что  $W(u_L d_L \rightarrow u_R d_L) \ll W(u_L u_L \rightarrow u_R u_R)$ , поскольку  $T \ll \omega_p$  в вырожденном веществе. Вот почему реакции в этой группе также могут не учитываться.

В конце данного Приложения отметим, что влияние электрослабого взаимодействия кварков на изменение спиральности при столкновениях кварков не изучается. Вклад электрослабого взаимодействия в вероятность рассеяния электронов на протонах изучался в работах [67, 68], где было найдено, что  $V_5$  не входит в аналог уравнения (Ж.11) для эволюции кирального дисбаланса  $\mu_5$ .

## Приложение 3

### Расчет времени увлечения в вырожденном кварковом веществе

В этом приложении рассчитывается время увлечения  $\tau_D$ , введенное в разделе 3.5 (см. также разд. 2.4) за счет кулоновских столкновений кварков. В плазме состоящей из  $u$  и  $d$  кварков, существует три типа столкновений:  $ud \rightarrow ud$ ,  $uu \rightarrow uu$  и  $dd \rightarrow dd$ . Рассмотрим сначала реакцию  $ud \rightarrow ud$ , матричный элемент которой имеет форму,

$$\mathcal{M}_{ud} = \frac{ie_u e_d}{t} \bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{d}(p'_2) \gamma_\mu d(p_2), \quad (3.1)$$

где  $t = (p'_1 - p_1)^2$  – переменная Мандельштама, а  $u(p)$  и  $d(p)$  – биспиноры  $u$  и  $d$  кварков, соответствующие начальным  $p_{1,2}$  и конечным  $p'_{1,2}$  импульсам. Квадрат матричного элемента принимает вид:

$$|\mathcal{M}_{ud}|^2 = \frac{e_u^2 e_d^2}{t^2} \text{tr}(\rho'_2 \gamma_\mu \rho_2 \gamma_\nu) \cdot \text{tr}(\rho'_1 \gamma^\mu \rho_1 \gamma^\nu), \quad (3.2)$$

где

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2} \gamma_\mu p_{1,2}^\mu (1 - \chi_{1,2} \gamma^5), \quad \rho'_{1,2} = \frac{1}{2} \gamma_\mu p'_{1,2}{}^\mu, \quad (3.3)$$

являются спиновыми матрицами плотности для начального и конечного состояний кварков [170]. Здесь  $\chi = \pm 1$  – спиральность начальных кварков ( $\chi = +1$  для правых кварков и  $\chi = -1$  для левых частиц). В формуле (3.3) подразумеваются неполяризованные конечные состояния. Используя соотношение (3.3), можно преобразовать формулу (3.2) к виду,

$$|\mathcal{M}_{ud}|^2 = \frac{e_u^2 e_d^2}{2t^2} [s^2 + u^2 + \chi_1 \chi_2 (s^2 - u^2)], \quad (3.4)$$

где  $s = (p_1 + p_2)^2$  и  $u = (p_1 - p'_2)^2$  являются переменными Мандельштама.

Полная вероятность  $ud$ -рассеяния в единицу времени равна

$$W_{ud} = 2(W_+ + W_-), \quad W_+ = \frac{V e_u^2 e_d^2}{4(2\pi)^8} \left\langle \frac{s^2}{t^2} \right\rangle, \quad W_- = \frac{V e_u^2 e_d^2}{4(2\pi)^8} \left\langle \frac{u^2}{t^2} \right\rangle, \quad (3.5)$$

где  $V$  – нормировочный объем, а усреднение переменной  $X = X(p_1, \dots, p'_2)$  определяется как

$$\begin{aligned} \langle X \rangle &= \int \frac{d^3 p_1 d^3 p_2 d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E_1 E_2 E'_1 E'_2} X \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \\ &\times f(E_1 - \mu_u) [1 - f(E'_1 - \mu_u)] f(E_2 - \mu_d) [1 - f(E'_2 - \mu_d)]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Здесь  $E = |\mathbf{p}|$  – энергия безмассового кварка. Заметим, что  $W_{\pm}$  в формуле (3.5) соответствуют  $\chi_1 \chi_2 = \pm 1$  в соотношении (3.4). В выражении (3.4), учитываются все возможные начальные спиральности и вычисляется сумма по поляризациям конечных кварков.

Сначала вычислим  $\langle s^2/t^2 \rangle$ . После интегрирование по  $\mathbf{p}'_2$  с помощью дельта-функции учитывающей закон сохранения импульса, формула (3.6) принимает вид,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{s^2}{t^2} \right\rangle &= \int \frac{d^3 p_1 d^3 p'_1 d^3 p_2}{E_1 E_2 E'_1 E'_2} \frac{[E_1 E_2 - (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)]^2}{[E_1 E'_1 - (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}'_1)]^2} \delta(E_1 + E_2 - E'_1 - E'_2) \\ &\times f(E_1 - \mu_u) [1 - f(E'_1 - \mu_u)] f(E_2 - \mu_d) [1 - f(E'_2 - \mu_d)], \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $E'_2 = |\mathbf{q} - \mathbf{p}_2|$  и  $\mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1$ . Затем представим  $d^3 p_2 = E_2^2 dE_2 d\cos\theta d\varphi$  в выражении (3.7) и выберем относительное расположение импульсов показанное на рис. 3.1. В этом случае  $(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) = E_1 E_2 (\cos\theta \cos\theta_1 + \sin\theta \sin\theta_1 \cos\varphi)$  и

$$\begin{aligned} \delta(E_1 + E_2 - E'_1 - E'_2) &= \frac{E'_2}{q E_2} \delta(\cos\theta - \cos\theta_0), \\ \cos\theta_0 &\approx \cos\theta_1 + \frac{q}{2E_2} \sin^2\theta_1 \left(1 + \frac{E_2}{E_1}\right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Кроме того, принимая во внимание, что кварковое вещество сильно вырождено, находим, что  $f(E_{1,2} - \mu_{u,d}) [1 - f(E'_{1,2} - \mu_{u,d})] \approx T \delta(E_{1,2} - \mu_{u,d})$ . Наконец, после интегрирования по  $\mathbf{p}'_2$ , выражение (3.7) преобразуется в

$$\left\langle \frac{s^2}{t^2} \right\rangle = 6\pi T^2 \mu_d^2 \int d^3 p_1 d^3 p'_1 \frac{\sin^4\theta_1 \delta(E_1 - \mu_u)}{q [E_1 E'_1 - (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}'_1)]^2}. \quad (3.9)$$

Формула (3.9) может быть дополнительно упрощена, если заменить переменную интегрирования  $\mathbf{p}'_1 \rightarrow \mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1$  и заметить, что  $E_1 E'_1 - (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}'_1) \approx$

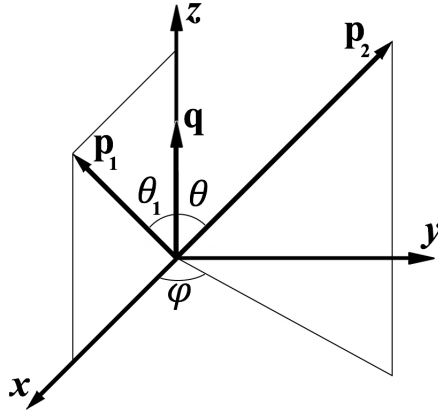


Рис. 3.1. Относительное расположение импульсов при интегрировании по  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$ .

$(q^2/2) \sin^2 \theta_1$ . После этого получаем, что

$$\left\langle \frac{s^2}{t^2} \right\rangle = 192\pi^3 T^2 \mu_d^2 \mu_u^2 \int_0^\infty \frac{dq}{(q^2 + \omega_p^2)^{3/2}} = 192\pi^3 \mu_d^2 \mu_u^2 \frac{T^2}{\omega_p^2}, \quad (3.10)$$

где введена плазменная частота в вырожденном  $ud$  веществе [69, 189],

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{3}\pi} \sqrt{e_u^2 \mu_u^2 + e_d^2 \mu_d^2}, \quad (3.11)$$

чтобы избежать появления инфракрасной расходимости в формуле (3.10).

Аналогично можно вычислить  $W_-$ . Прямой расчет показывает что  $W_- = W_+$ . Таким образом, полная вероятность  $ud$  рассеяния в представима виде,

$$W_{ud} = \frac{9V}{4\pi^3} \frac{e_u^2 e_d^2 \mu_d^2 \mu_u^2}{e_u^2 \mu_u^2 + e_d^2 \mu_d^2}, \quad (3.12)$$

где были использованы выражения (3.5), (3.10) и (3.11).

Теперь рассмотрим рассеяние одинаковых кварков, например  $uu \rightarrow uu$  реакцию. Матричный элемент этого процесса имеет вид,

$$\mathcal{M}_{uu} = ie_u^2 \left[ \frac{1}{t} \bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(p'_2) \gamma_\mu u(p_2) - \frac{1}{u} \bar{u}(p'_2) \gamma^\mu u(p_1) \cdot \bar{u}(p'_1) \gamma_\mu u(p_2) \right]. \quad (3.13)$$

Квадрат матричного элемента (3.13) принимает форму [170],

$$|\mathcal{M}_{uu}|^2 = \frac{e_u^4}{2} \left[ \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} + \chi_1 \chi_2 \left( \frac{s^2 - u^2}{t^2} + \frac{s^2 - t^2}{u^2} \right) \right]. \quad (3.14)$$

Выполняя аналогичные вычисления, как в  $ud$  случае и используя формулу (3.14), получаем полную вероятность реакции  $uu \rightarrow uu$  в виде,

$$W_{uu} = \frac{9V}{2\pi^3} \frac{e_u^4 \mu_u^4}{e_u^2 \mu_u^2 + e_d^2 \mu_d^2} \left\{ 1 + \frac{2\omega_p^2}{3\mu_u^2} \left[ \ln \left( \frac{\mu_u}{\sqrt{2}\omega_p} \right) + 1 \right] \right\}. \quad (3.15)$$

Выражение для полной вероятности рассеяния  $dd \rightarrow dd$   $W_{dd}$  можно получить на основе формулы (3.15) заменяя  $e_u \rightarrow e_d$  и  $\mu_u \rightarrow \mu_d$ .

Определим время увлечения

$$\tau_D = \frac{N_u}{W_{uu}} + \frac{N_d}{W_{dd}} + \frac{\sqrt{N_u N_d}}{W_{ud}}, \quad (3.16)$$

где  $N_{u,d} = n_{u,d}V$  – полные числа заполнения  $u$  и  $d$  кварков, а  $n_{u,d}$  – соответствующие концентрации. С помощью формул (3.12) и (3.15) получаем следующее выражение для  $\tau_D$ :

$$\tau_D = \frac{4\pi}{27T^2} (e_u^2 \mu_u^2 + e_d^2 \mu_d^2) \left( \frac{2}{e_u^4 \mu_u} + \frac{2}{e_d^4 \mu_d} + \frac{2}{e_u^2 e_d^2 \sqrt{\mu_u \mu_d}} \right), \quad (3.17)$$

где удерживается только главный член. Наконец, исходя из значений  $e_q$  и  $\mu_q$  в разделе 3.5, получаем  $\tau_D$  в виде

$$\tau_D = 2.5 \frac{\mu_0}{\alpha_{\text{em}} T^2}, \quad (3.18)$$

которое используется в разд. 3.5. Если исследовать КЗ, значение  $\tau_D$  будет примерно в 1.2 раза больше, чем в формуле (3.18). Необходимо отметить, что зависимость  $\tau_D$  в соотношении (3.18) от  $\alpha_{\text{em}}$  и  $T$  совпадает с найденной в работе [230], где изучались столкновения электронов с протонами в вырожденном веществе.



## Список литературы

1. *Fukuda Y., et al.* Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 81. — Pp. 1562–1567.
2. *Ahmad Q. R., et al.* Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury neutrino observatory // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89. — P. 011301.
3. *Richard E., et al.* Measurements of the atmospheric neutrino flux by Super-Kamiokande: Energy spectra, geomagnetic effects, and solar modulation // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 94. — P. 052001.
4. *Bellini G., et al.* Neutrinos from the primary proton-proton fusion process in the Sun // *Nature* — 2014. — Vol. 512. — Pp. 383–386.
5. *Abdurashitov J. N., et al.* Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III. Results for the 2002–2007 data-taking period // *Phys. Rev. C.* — 2009. — Vol. 80. — P. 015807.
6. *Bahcall J. N., Pinsonneault M. H.* What do we (not) know theoretically about solar neutrino fluxes? // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — P. 121301.
7. *Алексеев Е. Н., и др.* О возможной регистрации нейтринного сигнала 23 февраля 1987 года на Баксанском подземном сцинтилляционном телескопе ИЯИ АН СССР // *Письма в ЖЭТФ.* — 1987. — Т. 45. — С. 461–464.
8. *Aartsen M. G., et al.* Flavor ratio of astrophysical neutrinos above 35 TeV in IceCube // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 114. — P. 171102.
9. *Albert A., et al.* First all-flavour neutrino point-like source search with the ANTARES neutrino telescope // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96. — P. 082001.
10. *Aynutdinov V., et al.* Search for a diffuse flux of high-energy extraterrestrial neutrinos with the NT200 neutrino telescope // *Astropart. Phys.* — 2006. — Vol. 25. — Pp. 140–150.
11. *Adamson P., et al.* Measurement of the neutrino mixing angle  $\theta_{23}$  in NOvA // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 118. — P. 121802.

12. *Agafonova N., et al.* Discovery of tau neutrino appearance in the CNGS neutrino beam with the OPERA experiment // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 151802.
13. *Abe K., et al.* First combined analysis of neutrino and antineutrino oscillations at T2K // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 118. — P. 151801.
14. *An F. P., et al.* Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 171803.
15. *Betancourt M., et al.* Direct measurement of nuclear dependence of charged current quasielastic-like neutrino interactions using MINERvA // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 119. — P. 082001.
16. *King S. F.* Unified models of neutrinos, flavour and CP violation // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2017. — Vol. 94. — Pp. 217–256.
17. *Wolfenstein L.* Neutrino oscillations in matter // *Phys. Rev. D.* — 1978. — Vol. 17 — Pp. 2369–2374.
18. *Мухеев С. П., Смирнов А. Ю.* Резонансное усиление осцилляций нейтрино в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино // *ЯФ.* — 1985. — Т. 42. — С. 1441–1448.
19. *Cisneros A.* Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations // *Astrophys. Space Sci.* — 1971. — Vol. 10. — Pp. 87–92.
20. *Волошин М. Б., Высоцкий М. И., Окунь Л. Б.* Электродинамика нейтрино и возможные следствия для солнечных нейтрино // *ЖЭТФ.* — 1986. — Т. 91. — С. 754–765.
21. *Blennow M., Smirnov A. Yu.* Neutrino propagation in matter // *Adv. High Energy Phys.* — 2013. — Vol. 2013. — P. 972485.
22. *Miranda O. G., Nunokawa H.* Non standard neutrino interactions // *New J. Phys.* — 2015. — Vol. 17. — P. 095002.
23. *Studenikin A. I.* New bounds on neutrino electric millicharge from limits on neutrino magnetic moment // *Eur. Phys. Lett.* — 2014. — Vol. 107. — P. 21001.
24. *Giunti C., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic interactions: A window to

- new physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — Pp. 531–591.
25. *Fukugita M., Yanagida T.* Physics of Neutrinos and Applications to Astrophysics. — Berlin: Springer, 2003. — 593 p.
  26. *Elliott S. R., Franz M.* Colloquium: Majorana fermions in nuclear, particle, and solid-state physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — Pp. 137–163.
  27. *Bilenky S. M.* Neutrinoless double beta decay // *ЭЧАЯ.* — 2010. — Т. 41. — С. 1277–1336.
  28. *Arnold R., et al.* Result of the search for neutrinoless double- $\beta$ decay in  $^{100}\text{Mo}$  with the NEMO-3 experiment // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92. — P. 072011.
  29. *Gando A., et al.* Search for majorana neutrinos near the inverted mass hierarchy region with KamLAND-Zen // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 117. — P. 082503.
  30. *Agostini M., et al.* Background-free search for neutrinoless double- $\beta$  decay of  $^{76}\text{Ge}$  with GERDA // *Nature.* — 2017. — Vol. 544. — Pp. 47–52.
  31. *Alfonso K., et al.* Search for Neutrinoless Double-Beta Decay of  $^{130}\text{Te}$  with CUORE-0 // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 102502.
  32. *Bilenky S. M., Pontecorvo B.* Lepton mixing and neutrino oscillations // *Phys. Rept.* — 1978. — Vol. 41. — Pp. 225–261.
  33. *Lim C.-S., Marciano W. J.* Resonant spin-flavor precession of solar and supernova neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 1988. — Vol. 37. — Pp. 1368–1373.
  34. *Kayser B.* On the quantum mechanics of neutrino oscillation // *Phys. Rev. D.* — 1981. — Vol. 24. — Pp. 110–116.
  35. *Guinti C.* Neutrino wave packets in quantum field theory // *J. High Energy Phys.* — 2002. — Vol. 11. — P. 017.
  36. Neutrino wave function and oscillation suppression / A. D. Dolgov, O. V. Lychkovskiy, A. A. Mamonov, L. B. Okun, M. G. Schepkin // *Eur. Phys. J. C.* — 2005. — Vol. 44. — Pp. 431–434.
  37. *Stodolsky L.* When the wavepacket is unnecessary // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 58. — P. 036006.

38. *Bernardini A. E., Guzzo M. M., Nishi C. C.* Quantum flavor oscillations extended to the Dirac theory // *Fortsch. Phys.* — 2011. — Vol. 59. — Pp. 372–453.
39. *Hansen R. S. L., Smirnov A. Yu.* The Liouville equation for flavour evolution of neutrinos and neutrino wave packets // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2016. — Vol. 12. — P. 019.
40. *Perez Y. F., Quimbay C. J.* Spreading of wave packets for neutrino oscillations in vacuum // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2014. — Vol. 29. — P. 1450007.
41. Правило сумм для нейтринных осцилляций / И. Ю. Кобзарев, Б. В. Мартеньянов, Л. Б. Окунь, М. Г. Щепкин // *ЯФ.* — 1982. — Т. 35. — С. 1210–1219.
42. *Giunti C., Kim C. W., Lee J. A.* On the treatment of neutrino oscillations without resort to weak eigenstates // *Phys. Rev. D.* — 1993. Vol. 48. — Pp. 4310–4317.
43. *Grimus W., Stockinger P.* Real oscillations of virtual neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 1996. — Vol. 54. — Pp. 3414–3419.
44. *Ioannisian A., Pilaftsis A.* Neutrino oscillations in space within a solvable model // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 59. — P. 053003.
45. *Naumov D. V., Naumov V. A.* A diagrammatic treatment of neutrino oscillations // *J. Phys. G.* — 2010. — Vol. 37. — P. 105014.
46. *Blasone M., Vitiello G.* Quantum field theory of fermion mixing // *Ann. Phys.* — 1995. — Vol. 244. — Pp. 283–311.
47. Dynamics of disentanglement, density matrix and coherence in neutrino oscillations / J. Wu, J. A. Hutasoit, D. Boyanovsky, R. Holman // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 82. — P. 013006.
48. The effect of spontaneous collapses on neutrino oscillations / S. Donadi, A. Bassi, C. Curceanu, L. Ferialdi // *Found. Phys.* — 2013. — Vol. 43. — Pp. 1066–1089.
49. *Dvornikov M.* Evolution of coupled classical fields // *Phys. Lett. B.* — 2005. — Vol. 610. — Pp. 262–269.

50. *Dvornikov M.* Evolution of coupled scalar and spinor particles in classical field theory // Proceedings of the IPM School and Conference on Lepton and Hadron Physics / Ed. by Y. Farzan. — 2007. — eConf C0605151. — hep-ph/0609139.
51. *Dvornikov M.* Evolution of coupled fermions under the influence of an external axial-vector field // *Eur. Phys. J. C.* — 2006. — Vol. 47. — Pp. 437–444.
52. *Dvornikov M.* Neutrino flavor oscillations in background matter // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2008. — Vol. 110. — P. 082005.
53. *Dvornikov M., Maalampi J.* Evolution of mixed Dirac particles interacting with an external magnetic field // *Phys. Lett. B.* — 2007. — Vol. 657. — Pp. 217–227.
54. *Dvornikov M.* Neutrino oscillations in matter and in twisting magnetic fields // *J. Phys. G.* — 2008. — Vol. 35. — P. 025003.
55. *Dvornikov M., Maalampi J.* Oscillations of Dirac and Majorana neutrinos in matter and a magnetic field // *Phys. Rev. D.* — 2009. — Vol. 79. — P. 113015.
56. *Дворников М. С.* Описание спин-флейворных осцилляций дираковских нейтрино в рамках релятивистской квантовой механики // *ЯФ.* — 2012. — Т. 75. — С. 249–261.
57. *Дворников М. С.* Эволюция смешанных частиц, взаимодействующих с классическими источниками // *ЯФ.* — 2009. — Т. 72. — С. 122–134.
58. *Dvornikov M.* Field theory description of neutrino oscillations // Neutrinos: Properties, Sources and Detection / Ed. by J. P. Greene. — New York: Nova Science Publishers, 2011. — Pp. 23–90.
59. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Leptogenesis via hypermagnetic fields and baryon asymmetry // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2012. — Vol. 02. — P. 040.
60. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Lepton asymmetry growth in the symmetric phase of an electroweak plasma with hypermagnetic fields versus its washing out by sphalerons // *Phys. Rev. D.* — 2013. — Vol. 87. — P. 025023.
61. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Instability of magnetic fields in electroweak plasma driven by neutrino asymmetries // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2014. — Vol. 05. — P. 002.

62. *Dvornikov M.* Impossibility of the strong magnetic fields generation in an electron-positron plasma // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Vol. 90. — P. 041702.
63. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Magnetic field instability in a neutron star driven by the electroweak electron-nucleon interaction versus the chiral magnetic effect // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 91. — P. 061301.
64. *Dvornikov M.* Galvano-rotational effect induced by electroweak interactions in pulsars // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2015. — Vol. 05. — P. 037.
65. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Generation of the magnetic helicity in a neutron star driven by the electroweak electron-nucleon interaction // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2015. — Vol. 05. — P. 032.
66. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Energy source for the magnetic field growth in magnetars driven by the electron-nucleon interaction // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92. — P. 083007.
67. *Дворников М. С.* Релаксация кирального химического потенциала в плотном веществе нейтронной звезды // *Изв. вузов. Физика* — 2016. — № 11. — С. 132–140.
68. *Дворников М. С.* Релаксация кирального дисбаланса и генерация магнитных полей в магнитарах // *ЖЭТФ.* — 2016. — Т. 150. — С. 1113–1126.
69. *Dvornikov M.* Generation of strong magnetic fields in dense quark matter driven by the electroweak interaction of quarks // *Nucl. Phys. B.* — 2016. — Vol. 913. — Pp. 79–92.
70. *Dvornikov M.* Magnetic fields in turbulent quark matter and magnetar bursts // *Int. J. Mod. Phys. D.* — 2017. — DOI: 10.1142/S021827181750184X.
71. *Dvornikov M.* Classical description of neutrino flavor oscillations // *Soryushiron Kenkyu.* — 2006. — Vol. 113. — Pp. F22–F25.
72. *Dvornikov M.* Canonical quantization of a massive Weyl field // *Found. Phys.* — 2012. — Vol. 42. — Pp. 1469–1479.
73. *Dvornikov M.* Evolution of a dense neutrino gas in matter and electromagnetic field // *Nucl. Phys. B.* — 2012. — Vol. 855. — Pp. 760–773.

74. *Dvornikov M., Gitman D. M.* Canonical quantization, path integral representations, and pseudoclassical description of massive Weyl neutrinos in external backgrounds // *Phys. Rev. D.* — 2013. — Vol. 87. — P. 025027.
75. *Dvornikov M.* Creation of large scale strong magnetic fields in matter with parity violation // *Nucl. Part. Phys. Proc.* — 2015. — Vol. 267–269. — Pp. 94–100.
76. *Dvornikov M.* Generation of cosmic magnetic fields in electroweak plasma // *Nucl. Part. Phys. Proc.* — 2016. — Vol. 273–275. — Pp. 2342–2344.
77. *Dvornikov M.* Role of particle masses in the magnetic field generation driven by the parity violating interaction // *Phys. Lett. B.* — 2016. — Vol. 760. — Pp. 406–410.
78. *Dvornikov M.* Relaxation of the chiral imbalance in dense matter of a neutron star // *Eur. Phys. J.: Web of Conf.* — 2016. — Vol. 125. — P. 03017.
79. *Dvornikov M.* Generation of strong magnetic fields in hybrid and quark stars driven by the electroweak interaction of quarks // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2017. — Vol. 798. — P. 012051.
80. *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Influence of the turbulent motion on the chiral magnetic effect in the early Universe // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 95. — P. 043538.
81. *Bernardini A. E.* Dynamics of chiral oscillations: A comparative analysis with spin flipping // *J. Phys. G.* — 2006. — Vol. 32. — Pp. 9–22.
82. *Nishi C. C.* First quantized approaches to neutrino oscillations and second quantization // *Phys. Rev. D.* — 2006. — Vol. 73. — P. 053013.
83. *Kiers K., Weiss N.* Neutrino oscillations in a model with a source and detector // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 57. — Pp. 3091–3105.
84. *Kronberg P. P.* Extragalactic magnetic fields // *Rep. Prog. Phys.* — 1994. — Vol. 57. — Pp. 325–382.
85. *Grasso D., Rubinstein H. R.* Magnetic fields in the early Universe // *Phys. Rep.* — 2001. — Vol. 348. — Pp. 163–266.

86. *Kulsrud R. M., Zweibel E. G.* On the origin of cosmic magnetic fields // *Rep. Prog. Phys.* — 2008. — Vol. 71. — P. 046901.
87. *Kandus A., Kunze K. E., Tsagas C. G.* Primordial magnetogenesis // *Phys. Rep.* — 2011. — Vol. 505. — Pp. 1–58.
88. The first magnetic fields / L. M. Widrow, D. Ryu, D. R. G. Schleicher, K. Subramanian, C. G. Tsagas, R. A. Treumann // *Space. Sci. Rev.* — 2012. — Vol. 166. — Pp. 37–70.
89. *Durrer R., Neronov A.* Cosmological magnetic fields: Their generation, evolution and observation // *Astron. Astrophys. Rev.* — 2013. — Vol. 21. — P. 62.
90. *Neronov A., Vovk I.* Evidence for strong extragalactic magnetic fields from Fermi observations of TeV blazars // *Science.* — 2010. — Vol. 328. — Pp. 73–75.
91. *Neronov A., Semikoz, D. V.* Sensitivity of gamma-ray telescopes for detection of magnetic fields in intergalactic medium // *Phys. Rev. D.* — 2009. — Vol. 80. — P. 123012.
92. *Turner M. S., Widrow L. M.* Inflation-produced, large-scale magnetic fields // *Phys. Rev. D.* — 1988. — Vol. 37. — Pp. 2743–2754.
93. *Ratra B.* Cosmological ‘seed’ magnetic field from inflation // *Astrophys. J.* — 1992. — Vol. 391. — Pp. L1–L4.
94. *Jain R. K., Sloth M. S.* A magnetic consistency relation // *Phys. Rev. D.* — 2012. — Vol. 86. — P. 123528.
95. *Enqvist K., Jokinen A., Mazumdar A.* Seed perturbations for primordial magnetic fields from MSSM flat directions // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2004. — Vol. 11. — P. 001.
96. *Vachaspati T.* Magnetic fields from cosmological phase transitions // *Phys. Lett. B.* — 1991. — Vol. 265. — Pp. 258–261.
97. *Enqvist K., Olesen P.* On primordial magnetic fields of electroweak origin // *Phys. Lett. B.* — 1993. — Vol. 319. — Pp. 178–185.
98. Magnetic field production during preheating at the electroweak scale /



- A. Díaz-Gil, J. Garcia-Bellido, M. Garcia Perez, A. Gonzalez-Arroyo // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 100. — P. 241301.
99. *Grasso D., Riotto A.* On the nature of the magnetic fields generated during the electroweak phase transition // *Phys. Lett. B.* — 1998. — Vol. 418. — Pp. 258–265.
100. *Ahonen J., Enqvist K.* Magnetic field generation in first order phase transition bubble collisions // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 57. — Pp. 664–673.
101. *Vachaspati T.* Estimate of the primordial magnetic field helicity // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 87. — P. 251302.
102. *Semikoz V. B., Sokoloff D. D., Valle J. W. F.* Lepton asymmetries and primordial hypermagnetic helicity evolution // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2012. — Vol. 06. — P. 008.
103. *Joyce M., Shaposhnikov M. E.* Primordial magnetic fields, right electrons, and the Abelian anomaly // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 79. — Pp. 1193–1196.
104. *Boyarsky A., Fröhlich J., Ruchayskiy O.* Self-consistent evolution of magnetic fields and chiral asymmetry in the early Universe // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 031301.
105. *Boyarsky A., Ruchayskiy O., Shaposhnikov M.* Long-range magnetic fields in the ground state of the Standard Model plasma // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 109. — P. 111602.
106. *Baym G., Bödeker D., McLerran L.* Magnetic fields produced by phase transition bubbles in the electroweak phase transition // *Phys. Rev. D.* — 1996. — Vol. 53. — Pp. 662–667.
107. *Forbes M. M., Zhitnitsky A.* Primordial galactic magnetic fields from domain walls at the QCD phase transition // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85. — Pp. 5268–5271.
108. *Boeckel T., Schaffner-Bielich J.* Little inflation at the cosmological QCD phase transition // *Phys. Rev. D.* — 2012. — Vol. 85. — P. 103506.
109. *Cheng B., Olinto A. V.* Primordial magnetic fields generated in the quark-

- hadron transition // *Phys. Rev. D.* — 1994. — Vol. 50. — Pp. 2421–2424.
110. *Pacini F.* Energy emission from a neutron star // *Nature.* — 1967. — Vol. 216. — Pp. 567–568.
111. *Мазец Е. П., Голенецкий С. В., Гурьян Ю. А.* Мягкие гамма-всплески от источника В1900+14 // *Письма в АЖ.* — 1979. — Т. 5. — С. 641–643.
112. *Fahlman G. G., Gregory P. C.* An X-ray pulsar in SNR G109.1-1.0 // *Nature.* — 1981. — Vol. 293. — Pp. 202–204.
113. *Mereghetti S., Pons J. A., Melatos A.* Magnetars: Properties, origin and evolution // *Space Sci. Rev.* — 2015. — Vol. 191. — Pp. 315–338.
114. *Turolla R., Zane S., Watts A. L.* Magnetars: the physics behind observations. A review // *Rep. Prog. Phys.* — 2015. — Vol. 78. — P. 116901.
115. *Ferrario L., Melatos A., Zrake J.* Magnetic field generation in stars // *Space Sci. Rev.* — 2015. — Vol. 191. — Pp. 77–109.
116. *Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д.,* Магнитные поля в астрофизике. — Ижевск: ИХД, 2006. — 384 с.
117. *Duncan R. C., Thompson C.* Formation of very strongly magnetized neutron stars: Implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.* — 1992. — Vol. 392. — Pp. L9–L13.
118. *Bonanno A., Rezzolla L., Urpin V.* Mean-field dynamo action in protoneutron stars // *Astron. Astrophys.* — 2003. — Vol. 410. — P. L33–L36.
119. *Allen M. P., Horvath J. E.* Influence of an internal magnetar on supernova remnant expansion // *Astrophys. J.* — 2004. — Vol. 616. — Pp. 346–356.
120. *Vink J., Kuiper L.* Supernova remnant energetics and magnetars: no evidence in favour of millisecond proto-neutron stars // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2006. — Vol. 370. — Pp. L14–L18.
121. *Hu R.-Y., Lou Y.-Q.* Magnetized massive stars as magnetar progenitors // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2009. — Vol. 396. — Pp. 878–886.
122. *Miransky V. A., Shovkovy I. A.* Quantum field theory in a magnetic field: From quantum chromodynamics to graphene and Dirac semimetals // *Phys. Rept.* —

2015. — Vol. 576. — Pp. 1–209.
123. *Kharzeev D. E.* Topology, magnetic field, and strongly interacting matter // *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2015. — Vol. 65. — Pp. 193–214.
124. *Akamatsu Y., Yamamoto N.* Chiral plasma instabilities // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 111. — P. 052002.
125. *Grabowska D., Kaplan D. B., Reddy S.* Role of the electron mass in damping chiral plasma instability in supernovae and neutron stars // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92. — P. 085035.
126. *Charbonneau J., Zhitnitsky A.* Topological currents in neutron stars: Kicks, precession, toroidal fields, and magnetic helicity // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2010. — Vol. 08. — P. 010.
127. *Kharzeev D. E.* Chiral magnetic and vortical effects in high-energy nuclear collisions — A status report // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2016. — Vol. 88. — Pp. 1–28.
128. Anomalous hydrodynamics kicks neutron stars / M. Kaminski, C. F. Uhlemann, M. Bleicher, J. Schaffner-Bielich // *Phys. Lett. B.* — 2016. — Vol. 760. — Pp. 170–174.
129. *Sigl G., Leite N.* Chiral magnetic effect in protoneutron stars and magnetic field spectral evolution // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2016. — Vol. 01 — P. 025.
130. *Moiseenko S. G., Bisnovatyi-Kogan S. G.* Magnetorotational supernovae // *Int. J. Mod. Phys. D.* — 2008. — Vol. 17. — Pp. 1411–1417.
131. *Yamamoto N.* Chiral transport of neutrinos in supernovae: Neutrino-induced fluid helicity and helical plasma instability // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93. — P. 065017.
132. *Bhatt J. R., George M.* Neutrino induced vorticity, Alfvén waves and the normal modes // *Eur. Phys. J. C.* — 2017. — Vol. 77. — P. 539.
133. *Mohapatra R. N.* Physics of neutrino mass // *New J. Phys.* — 2004. — Vol. 6. — P. 82.

134. Феноменология нейтринных осцилляций / И. Ю. Кобзарев, Б. В. Мартеньянов, Л. Б. Окунь, М. Г. Щепкин // *ЯФ*. — 1980. — Т. 32. — С. 1590–1599.
135. *Schechter J., Valle J. W. F.* Neutrino masses in  $SU(2) \times U(1)$  theories // *Phys. Rev. D*. — 1980. — Vol. 22. — Pp. 2227–2235.
136. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. — 4-е изд. — М.: Наука, 1984. — 597 с.
137. *Gribov V., Pontecorvo B.* Neutrino astronomy and lepton charge // *Phys. Lett. B*. — 1969. — Vol. 28 — Pp. 493–496.
138. *Морс Ф. М., Фейнбах Г.* Методы теоретической физики. — М.: Изд. иностр. лит., 1953. — Т. 1. — 930 с.
139. *Dvornikov M., Studenikin A.* Neutrino spin evolution in presence of general external fields // *J. High Energy Phys.* — 2002. — Vol. 09. — P. 016.
140. *Lobanov A. E., Studenikin A. I.* Neutrino oscillations in moving and polarized matter under the influence of electromagnetic fields // *Phys. Lett. B*. — 2001. — Vol. 515. — Pp. 94–98.
141. *Grigiriev A., Lobanov A., Studenikin A.* Effect of matter motion and polarization in neutrino flavour oscillations // *Phys. Lett. B*. — 2002. — Vol. 535. — Pp. 187–192.
142. *Studenikin A., Ternov A.* Neutrino quantum states and spin light in matter // *Phys. Lett. B*. — 2005. — Vol. 608. — Pp. 107–114.
143. *Lobanov A. E.* High energy neutrino spin light // *Phys. Lett. B*. — 2005. — Vol. 619. — Pp. 136–144.
144. *Deniz M., et al.* Constraints on nonstandard neutrino interactions and unparticle physics with  $\bar{\nu}_e - e^-$  scattering at the Kuo-Sheng nuclear power reactor // *Phys. Rev. D*. — 2010. — Vol. 82. — P. 033004.
145. *Kikuchi T., Minakata H., Uchinami S.* Perturbation theory of neutrino oscillation with nonstandard neutrino interactions // *J. High Energy Phys.* — 2009. — Vol. 03. — P. 114.
146. *Beda A. G., et al.* GEMMA experiment: Three years of the search for the

- neutrino magnetic moment // *Письма в ЭЧАЯ*. — 2010. — Т. 7. — С. 667–672.
147. *Ахмедов Е. Х., Хлопов М. Ю.* Резонансное усиление осцилляций нейтрино в продольном магнитном поле // *ЯФ*. — 1988. — Т. 47. — С. 1079–1083.
148. *Egorov A. M., Lobanov A. E., Studenikin A. I.* Neutrino oscillations in electromagnetic fields // *Phys. Lett. B*. — 2000. — Vol. 491 — Pp. 137–142.
149. *Тернов. И. М., Багров В. Г., Хапаев. А. М.* Электромагнитное излучение нейтрона во внешнем магнитном поле // *ЖЭТФ*. — 1965. — Т. 48. — С. 921–927.
150. *Woosley S. E., Heger A., Weaver T. A.* The evolution and explosion of massive stars // *Rev. Mod. Phys.* — 2002. — Vol. 74. — Pp. 1015–1071.
151. *Лухачев Г. Г., Студеникин А. И.* Осцилляции нейтрино в магнитном поле Солнца, сверхновых и нейтронных звезд // *ЖЭТФ*. — 1995. — Т. 108. — С. 769–782.
152. Shock wave propagation in prompt supernova explosion and the MSW effect of neutrino / S. Kawagoe, T. Kajino, H. Suzuki, K. Sumiyoshi, S. Yamada // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2006. — Vol. 39. — Pp. 294–296.
153. *Akhmedov E. Kh., Lanza A., Sciama D. W.* Resonant spin-flavour precession of neutrinos and pulsar velocities // *Phys. Rev. D*. — 1997. — Vol. 56. — Pp. 6117–6124.
154. *Nötzold D.* New bounds on neutrino magnetic moments from stellar collapse // *Phys. Rev. D*. — 1988. — Vol. 38. — Pp. 1658–1668.
155. *Barbieri R., Mohapatra R. N.* Limit on the magnetic moment of the neutrino from supernova 1987A observations // *Phys. Rev. Lett.* — 1988. — Vol. 61. — Pp. 27–30.
156. *Ayala A., D’Olivo J. C., Torres M.* Right handed neutrino production in dense and hot plasmas // *Nucl. Phys. B*. — 2000. — Vol. 564. — Pp. 204–222.
157. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V.* New bounds on the neutrino magnetic moment from the plasma induced neutrino chirality flip in a supernova // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2007. — Vol. 11. — P. 031.

158. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Okrugin A. A.* Reexamination of a bound on the Dirac neutrino magnetic moment from the supernova neutrino luminosity // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2009. — Vol. 24. — Pp. 5977–5989.
159. *Lychkovskiy O. V., Blinnikov S. I.* Spin flip of neutrinos with magnetic moment in core-collapse supernova // *ЯФ.* — 2010. — Т. 73. — С. 640–650.
160. Neutrino signatures of supernova shock and reverse shock propagation / R. Tòmas, M. Kachelrieß, G. Raffelt, A. Dighe, H.-T. Janka, L. Scheck // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2004. — Vol. 09. — P. 015.
161. Effects of sterile neutrinos on the ultrahigh-energy cosmic neutrino flux / P. Keränen, J. Maalampi, M. Myyrylainen, J. Riittinen // *Phys. Lett. B.* — 2003. — Vol. 574. — Pp. 162–168.
162. Effects of degenerate sterile neutrinos on the supernova neutrino flux / P. Keränen, J. Maalampi, M. Myyrylainen, J. Riittinen // *Phys. Lett. B.* — 2004. — Vol. 597. — Pp. 374–381.
163. *Кутвицкий В. А., Семикоз В. Б., Соколов Д. Д.* Степень стабильности потока солнечных нейтрино по данным эксперимента SAGE // *АЖ.* — 2009. — Т. 86. — С. 188–195,
164. *Das C. R., Pulido J., Picariello M.* Light sterile neutrinos, spin flavour precession and the solar neutrino experiments // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 79. — P. 073010.
165. *Maalampi J., Riittinen J.* CP-phase effects on the effective neutrino mass  $m_{ee}$  in the case of quasidegenerate neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 81. — P. 037301.
166. *Esmaili A.* Pseudo-Dirac neutrino scenario: Cosmic neutrinos at neutrino telescopes // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 81. — P. 013006.
167. *Raffelt G. G.* New bound on neutrino dipole moments from globular cluster stars // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Vol. 64. — Pp. 2856–2858.
168. The magnetorotational instability in core collapse supernova explosions / S. Akiyama, J. C. Wheeler, D. L. Meier, I. Lichtenstadt // *Astrophys. J.* —

2003. — Vol. 584. — Pp. 954–970.
169. *Case K. M.* Reformulation of the Majorana theory of the neutrino // *Phys. Rev.* — 1957. — Vol. 107. — Pp. 307–316.
170. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — 3-е изд. — М.: Наука, 1989. — 723 с.
171. *Schechter J., Valle J. W. F.* Majorana neutrinos and magnetic fields // *Phys. Rev. D.* — 1981. — Vol. 24. — Pp. 1883–1889.
172. Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory / E. Joos, H. D. Zeh, C. Kiefer, D. Giulini, J. Kupsch, I.-O. Stamescu // 2nd ed. — Berlin: Springer, 1996. — 496 p.
173. *Ando S., Sato K.* Resonant spin-flavor conversion of supernova neutrinos: Dependence on presupernova models and future prospects // *Phys. Rev. D.* — 2003. — Vol. 68. — P. 023003.
174. *Ando S., Sato K.* A comprehensive study of neutrino spin-flavour conversion in supernovae and the neutrino mass hierarchy // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2003. — Vol. 10. — P. 001.
175. SN 1987A and the status of oscillation solutions to the solar neutrino problem / M. Kachelrieß, A. Strumia, R. Tomàs, J. W. F. Valle // *Phys. Rev. D.* — 2002. — Vol. 65. — P. 073016.
176. *Schechter J., Valle J. W. F.* Neutrino oscillation thought experiment // *Phys. Rev. D.* — 1981. — Vol. 23. — Pp. 1666–1668.
177. *de Gouvêa A., Kayser B., Mohapatra R. N.* Manifest CP violation from Majorana phases // *Phys. Rev. D.* — 2003. — Vol. 67. — P. 053004.
178. *Esposito S., Tancredi N.* Pontecorvo neutrino-antineutrino oscillations: Theory and experimental limits // *Mod. Phys. Lett. A.* — 1997. — Vol. 12. — Pp. 1829–1838.
179. *Beuthe M.* Towards a unique formula for neutrino oscillations in vacuum // *Phys. Rev. D.* — 2002. — Vol. 66. — P. 013003.
180. The search for heavy Majorana neutrinos / A. Atre, T. Han, S. Pascoli,

- B. Zhang // *J. High Energy Phys.* — 2009. — Vol. 05. — P. 030.
181. *Campanelli L.* Evolution of magnetic fields in freely decaying magnetohydrodynamic turbulence // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 98. — P. 251302.
182. *Mohanty S., Nieves J. F., Pal P. B.* Optical activity of a neutrino gas // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 58. — P. 093007.
183. *Nieves J. F., Sahu S.* Electromagnetic effects of neutrinos in an electron gas // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Vol. 71. — P. 073006.
184. *Jackiw R., Kostelecký V. A.* Radiatively induced Lorentz and CPT violation in electrodynamics // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Vol. 82. — Pp. 3572–3575.
185. *Coleman S., Glashow S. L.* High-energy tests of Lorentz invariance // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 59. — P. 116008.
186. *Gell-Mann M.* The reaction  $\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \nu$  // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — Vol. 6. — Pp. 70–71.
187. *Abbasabadi A., Repko W. W.* Photons, neutrinos and optical activity // *Phys. Rev. D.* — 2001. — Vol. 64. — P. 113007.
188. *Karl. G., Novikov V.* Photon-neutrino interactions // *Письма в ЖЭТФ.* — 2005. — Т. 81. — С. 313–317.
189. *Braaten E., Segel D.* Neutrino energy loss from the plasma process at all temperatures and densities // *Phys. Rev. D.* — 1993. — Vol. 48. — Pp. 1478–1491.
190. *Kapusta J. I., Gale C.* Finite-Temperature Field Theory: Principles and Applications. — 2nd ed. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006. — 442 p.
191. *Ohnishi A., Yamamoto N.* Magnetars and the chiral plasma instabilities. — 2014. — ArXiv:1402.4760.
192. *Климов В. В.* Коллективные возбуждения в горячей кварк-глюонной плазме // *ЖЭТФ.* — 1982. — Т. 82. — С. 336–345.
193. *Weldon H. A.* Effective fermion masses of order  $gT$  in high-temperature gauge theories with exact chiral invariance // *Phys. Rev. D.* — 1982. — Vol. 26. —



- Pp. 2789–2796.
194. *Biskamp D.* Magnetohydrodynamic Turbulence. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003. — 310 p.
  195. Cosmological bounds on neutrino degeneracy improved by flavor oscillations / A. D. Dolgov, S. H. Hansen, S. Pastor, S. T. Petcov, G. G. Raffelt, D. V. Semikoz // *Nucl. Phys. B.* — 2002. — Vol. 632. — Pp. 363–382.
  196. Updated BBN bounds on the cosmological lepton asymmetry for non-zero  $\theta_{13}$  / G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, O. Pisanti, S. Sarikas // *Phys. Lett. B.* — 2012. — Vol. 708. — Pp. 1–5.
  197. *Cornwall J. M.* Speculations on primordial magnetic helicity // *Phys. Rev. D.* — 1997. — Vol. 56. — Pp. 6146–6154.
  198. *Subramanian K.* A unified treatment of small and large-scale dynamos in helical turbulence // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Vol. 83. — Pp. 2957–2960.
  199. *Sigl G.* Cosmological magnetic fields from primordial helical seeds // *Phys. Rev. D.* — 2002. — Vol. 66. — P. 123002.
  200. *Yamamoto N.* Scaling laws in chiral hydrodynamic turbulence // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93. — P. 125016.
  201. *Pavlović P., Leite N., Sigl G.* Chiral magnetohydrodynamic turbulence // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96. — P. 023504.
  202. *Semikoz V. B., Smirnov A. Yu., Sokoloff D. D.* Generation of hypermagnetic helicity and leptogenesis in the early Universe // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93. — P. 103003.
  203. *Cheng B., Schramm D. N., Truran J. W.* Constraints on the strength of a primordial magnetic field from Big Bang nucleosynthesis // *Phys. Rev. D.* — 1994. — Vol. 49. — Pp. 5006–5018.
  204. *Harvey J. A., Turner M. S.* Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion-number violation // *Phys. Rev. D.* — 1990. — Vol. 42. — Pp. 3344–3349.
  205. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней вселенной. Теория

- горячего большого взрыва. — М.: УРСС, 2008. — 543 с.
206. On the baryon, lepton-flavor and right-handed electron asymmetries of the Universe / B. A. Campbell, S. Davidson, J. Ellis, K. A. Olive // *Phys. Lett. B.* — 1992. — Vol. 297. — Pp. 118–124.
207. *Giovannini M., Shaposhnikov M. E.* Primordial hypermagnetic fields and triangle anomaly // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 57 — Pp. 2186–2206.
208. *Zee A.* Quantum Field Theory in a Nutshell. — 2-nd ed. — Princeton: Princeton Univ. Press, 2010. — 576 p.
209. *Semikoz V. B., Valle J. W. F.* Chern-Simons anomaly as polarization effect // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2011. — Vol. 11. — P. 048.
210. *Aad G., et al.* Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // *Phys. Lett. B.* — 2012. — Vol. 716. — Pp. 1–29.
211. *Chatrchyan S., et al.* Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC // *Phys. Lett. B.* — 2012. — Vol. 716. — Pp. 30–61.
212. *Semikoz V. B., Sokoloff D. D., Valle J. W. F.* Is the baryon asymmetry of the Universe related to galactic magnetic fields? // *Phys. Rev. D.* — 2009. — Vol. 80. — P. 083510.
213. *Semikoz V. B., Valle J. W. F.* Lepton asymmetries and the growth of cosmological seed magnetic fields // *J. High Energy Phys.* — 2008. — Vol. 03. — P. 067.
214. *Brandenburg A., Enqvist K., Olesen P.* Large scale magnetic fields from hydromagnetic turbulence in the very early universe // *Phys. Rev. D.* — 1996. — Vol. 54. — Pp. 1291–1300.
215. *Ахметьев П. М., Семикоз В. Б., Соколов Д. Д.* Поток гипермагнитной спиральности в зародышах новой фазы в электрослабом фазовом переходе // *Письма в ЖЭТФ.* — 2010. — Т. 91. — С. 233–236.
216. *Semikoz V. B., Sokoloff D. D.* Magnetic helicity and cosmological magnetic

- field // *Astron. Astrophys.* — 2005. — Vol. 433. — Pp. L53–L53.
217. *Semikoz V. B., Sokoloff D. D.* Large-scale magnetic field generation by  $\alpha$ -effect driven by collective neutrino-plasma interaction // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — P. 131301.
218. *R. Brustein and D. H. Oaknin* Amplification of hypercharge electromagnetic fields by a cosmological pseudoscalar // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 60. — P. 023508.
219. *Vilenkin A.* Equilibrium parity violating current in a magnetic field // *Phys. Rev. D.* — 1980. — Vol. 22. — Pp. 3080–3084.
220. *Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I.* On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys. A.* — 2011. — Vol. 44 — P. 255301.
221. *Окунь, Л. Б.* Лептоны и кварки. — 2-е изд. — М.: Наука, 1990. — 345 с.
222. *Ицксон К., Зюбер Ж.-Б.* Квантовая теория поля. — М.: Мир, 1984. — Т 2. — 400 с.
223. *Fukushima K., Kharzeev D. E., Warringa H. J.* The chiral magnetic effect // *Phys. Rev. D.* — 2008. — Vol. 78. — P. 074033.
224. *Mohapatra R. N., Pal P. B.* Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics. — 3-rd ed. — Singapore: World Scientific, 2004. — 451 p.
225. *Dexheimer V., Schramm S.* A novel approach to model hybrid stars // *Phys. Rev. C.* — 2010. — Vol. 81. — P. 045201.
226. *Glendenning N. K.* Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity. — 2-nd ed. — New York: Springer, 2000, 468 p.
227. Nuclear matter with a Bose condensate of dibaryons in relativistic mean-field theory / A. Faessler, A. J. Buchmann, M. I. Krivoruchenko, B. V. Martemyanov // *Phys. Lett. B.* — 2012. — Vol. 391. — Pp. 255–260.
228. Study of the phase diagram of dense two-color QCD within lattice simulation / V. V. Braguta, E.-M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, A. V. Molochkov, A. A. Nikolaev // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 94. — P. 114510.

229. *Heiselberg H., Pethick C. J.* Transport and relaxation in degenerate quark plasmas // *Phys. Rev. D.* — 1993. — Vol. 48. — Pp. 2916–2928.
230. *Kelly D. C.* Electrical and thermal conductivities of a relativistic degenerate plasma // *Astrophys. J.* — 1973. — Vol. 179. — Pp. 599–606.
231. *Braaten E.* Neutrino emissivity of an ultrarelativistic plasma from positron and plasmino annihilation // *Astrophys. J.* — 1992. — Vol. 392. — Pp. 70–73.
232. Neutrino emission from neutron stars / *D. G. Yakovlev, A. D. Kaminker, O. Y. Gnedin, P. Haensel* // *Phys. Rept.* — 2001. — Vol. 354. — Pp. 1–155.
233. *Xu R. X., Busse F. H.* The birth of strange stars and their dynamo-originated magnetic fields // *Astron. Astrophys.* — 2001. — Vol. 351. — Pp. 963–972.
234. *Peres Menezes D., Providencia C., Melrose D. B.* Quark stars within relativistic models // *J. Phys. G.* — 2006. — Vol. 32. — Pp. 1081–1096.
235. *Haensel P., Potekhin A. Y., Yakovlev D. G.* Neutron Stars I: Equation of State and Structure. — New York: Springer, 2007. — 619 p.
236. *Brandenburg A., Subramanian K.* Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory // *Phys. Rept.* — 2005. — Vol. 417. — Pp. 1–209.
237. *Boyarsky A., Fröhlich J., Ruchayskiy O.* Magnetohydrodynamics of chiral relativistic fluids // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92. — P. 043004.
238. *Davidson P. A.* Turbulence: An introduction for scientists and engineers. — 2-nd ed. — Oxford: Oxford Univ. Press, 2015. — 630 p.
239. *Huppenkothen D., et al.* Quasi-periodic oscillations and broadband variability in short magnetar bursts // *Astrophys. J.* — 2013. — Vol. 768. — P. 87.
240. The giant flare of 1998 August 27 from SGR 1900+14. I. An interpretive study of BeppoSAX and Ulysses observations / *M. Feroci, K. Hurley, R. Duncan, C. Thompson* // *Astrophys. J.* — 2001. — Vol. 549. — Pp. 1021–1038.
241. *Popov S. B., Postnov K. A.* Millisecond extragalactic radio bursts as magnetar flares. — 2013. — ArXiv:1307.4924.
242. *Perna R., Pons J. A.* A unified model of the magnetar and radio pulsar bursting phenomenology // *Astrophys. J. Lett.* — 2011. — Vol. 727. — P. L51.

243. *Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S.R.* Electrodynamics of magnetars: Implications for the persistent X-ray emission and spin-down of the soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars // *Astrophys. J.* — 2002. — Vol. 574. — Pp. 332–355.
244. *Beloborodov A. M., Levin Yu.* Thermoplastic waves in magnetars // *Astrophys. J. Lett.* — 2014. — Vol. 794. — P. L24.
245. *Lander S. K.* Magnetar field evolution and crustal plasticity // *Astrophys. J. Lett.* — 2016. — Vol. 824. — P. L21.
246. *Buballa M., Carignano S.* Inhomogeneous chiral symmetry breaking in dense neutron-star matter // *Eur. Phys. J. A.* — 2016. — Vol. 52. — Pp. 57–72.
247. *Ibrahim A. I., et al.* An unusual burst from soft gamma repeater SGR 1900+14: Comparisons with giant flares and implications for the magnetar model // *Astrophys. J.* — 2001. — Vol. 558. — Pp. 237–252.
248. *Бучаченко А. Л.* Магнитопластичность и физика землетрясений. Можно ли предотвратить катастрофу? // *УФН.* — 2014. — Т. 184. — С. 101–108.
249. *Чугунов А. И., Яковлев Д. Г.* Сдвиговая вязкость и колебания коры нейтронной звезды // *АЖ.* — 2005. — Т. 82. — С. 814–829.
250. *Li X., Levin Yu., Beloborodov A. M.* Magnetar outbursts from avalanches of Hall waves and crustal failures // *Astrophys. J.* — 2016. — Vol. 833. — P. 189.
251. *Raffelt G. G.* Stars as Laboratories for Fundamental Physics: The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles. — Chicago: Univ. Chicago Press, 1996. — 664 p.
252. *Rubakov V. A.* On the electroweak theory at high fermion density // *Prog. Theor. Phys.* — 1986. — Vol. 75 — Pp. 366–385.
253. *Thompson C., Duncan R. C.* Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism // *Astrophys. J.* — 1993. — Vol. 408. — Pp. 194–217.
254. *Spruit H. C.* The source of magnetic fields in (neutron-) stars // *Proc. Int. Astron. Union.* — 2008. — Vol. 4. — Pp. 61–74.
255. *Smirnov A. Yu.* The Geometrical phase in neutrino spin precession and the

- solar neutrino problem // *Phys. Lett. B.* — 1991. — Vol. 260. — Pp. 161–164.
256. *Akhmedov E. Kh., Krastev P. I., Smirnov A. Yu.* Resonant neutrino spin flip transitions in twisting magnetic fields // *Z. Phys. C.* — 1991. — Vol. 48. — Pp. 701–709.
257. *Ицуксон К., Зюбер Ж.-Б.* Квантовая теория поля. — М.: Мир, 1984. — Т 1. — 448 с.
258. *Ardeljan N. V., Bisnovatyi-Kogan S. G., Moiseenko S. G.* Magnetorotational supernovae // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* — 2005. — Vol. 359. — Pp. 333–344.
259. Neutrino conversions in a polarized medium / *H. Nunokawa, V. B. Semikoz, A. Yu. Smirnov, J. W. F. Valle* // *Nucl. Phys. B.* — 1997. — Vol. 501. — Pp. 17–40.
260. Postbounce evolution of core-collapse supernovae: Long-term effects of equation of state / *K. Sumiyoshi, S. Yamada, H. Suzuki, H. Shen, S. Chiba, H. Toki* // *Astrophys. J.* — 2005. — Vol. 629. — Pp. 922–932.
261. How magnetic is the Dirac neutrino? / *N. F. Bell, V. Cirigliano, M. J. Ramsey-Musolf, P. Vogel, M. B. Wise* // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 151802.
262. *Pivovarov I., Studenikin A.* Neutrino propagation and quantum states in matter // *Proc. of Science.* — 2006. — Vol. HEP2005. — P. 191.
263. *Studenikin A. I.* Method of wave equations exact solutions in studies of neutrinos and electrons interaction in dense matter // *J. Phys. A.* — 2008. — Vol. 41. — P. 164047
264. *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. — Oxford: Oxford Univ. Press, 2007. — 728 p.